

CURSO : MA22A CALCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR

FECHA: 23 / 08/ 2002

TIEMPO: 1,5 HORAS

## **EJERCICIO #1**

1.- Comente las siguientes proposiciones. Si es verdadera demuéstrelo y sino de un contraejemplo.

- a) En un espacio métrico cualquiera todo conjunto finito es cerrado
- b) Sea  $f : R \rightarrow R$  una función continua y se define el siguiente conjunto llamado Grafo de la función:  
 $G = \{(x, y) / y = f(x)\}$ . Entonces  $G$  es cerrado en  $R^2$  con cualquier métrica.
- c) Sea  $F$  un subconjunto de un espacio métrico cualquiera, entonces siempre existe un conjunto cerrado que contiene estrictamente a  $F$  y a su vez está contenido en su adherencia (de  $F$ ).
- d) En un espacio métrico cualquiera un conjunto es abierto si y sólo si es una reunión de bolas abiertas.

2.- Determine cuáles de las siguientes funciones son normas en  $R^n$ . Debe justificar.

a)  $\|x\| = \sqrt{\|x\|_\infty^2 + \|x\|_1^2}$

Ind. Asuma que si  $p, q, r, s > 0$  entonces  $pr + qs \leq \sqrt{(p^2 + q^2)(r^2 + s^2)}$

b)  $\|x\| = \begin{cases} 0 & x = 0 \\ 1 & x \neq 0 \end{cases}$

c)  $\|x\| = \sum_{i=1}^{n-1} |x_i|$