

CURSO : MA22A-02 CALCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR

FECHA: 05 / 04 / 2002

TIEMPO: 1,5 HORAS

EJERCICIO #1

1.-

a) Sea $(E, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ un espacio vectorial real con producto interno y $\| \cdot \|$ la norma inducida.

Demuestre:

i) La identidad de polarización,

$$\langle x, y \rangle = \frac{1}{4} (\|x + y\|^2 - \|x - y\|^2)$$

ii) La ley del paralelogramo,

$$\|x + y\|^2 + \|x - y\|^2 = 2(\|x\|^2 + \|y\|^2)$$

b) Se define en R :

$$d(x, y) = \frac{|x - y|}{1 + |x - y|}$$

¿Es métrica?

¿Proviene de una norma?...Justifique sus respuestas.

2.- Sea $\{x_k\}_{k \in \mathbb{N}}$ una sucesión de puntos en R^n . Suponga que existe un $a \in R$, con $0 < a < 1$ tal que:

$$\|x_{k+1} - x_k\| \leq a \|x_k - x_{k-1}\| \quad \forall k \in \mathbb{N}$$

Probar que la sucesión es de Cauchy en R^n . Concluya.