

DEPARTAMENTO DE INGENIERIA INDUSTRIAL
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
UNIVERSIDAD DE CHILE

CONTROL 1
IN618-IN709 “ECONOMETRÍA I”

PROFESOR: Andrea Repetto
PROF. AUXILIARES: David Rappoport y Carolina Silva
AYUDANTE: Christian Ferrada
SEMESTRE: Otoño 2003

INSTRUCCIONES: El control consta de 2 preguntas de igual ponderación. Ud. debe contestar ambas preguntas, para lo cual tiene una hora y media. Para facilitar la corrección, conteste las preguntas en páginas separadas y con letra legible. Explique siempre sus respuestas.

Pregunta 1: Considere el siguiente modelo de regresión

$$y_i = x_i\beta + \varepsilon_i$$

con $i = 1, 2, 3, \dots, n$ y x_i un vector de dimensión k . Defina $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix}$, e $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_n \end{bmatrix}$.

Suponga que $E(\varepsilon/X) = 0$ y que $E(\varepsilon\varepsilon'/X) = \sigma^2 I$. Defina ahora un vector z_i de dimensión $1 \times k$ dado por $z_i = [\phi_1(x_i), \phi_2(x_i), \dots, \phi_k(x_i)]$, para unas funciones $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_k$ de R^k a R . En palabras, cada elemento del vector z para la observación i es una transformación de los

datos de x para i . Sea $Z = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \dots \\ z_n \end{bmatrix}$ y suponga que $Z'X$ es no singular. Defina el estimador $\tilde{\beta} = (Z'X)^{-1}Z'y$.

- a. Determine si el estimador $\tilde{\beta}$ de β es insesgado y calcule $V(\tilde{\beta}/X)$.
- b. Defina el valor ajustado de y como $\tilde{y} = X\tilde{\beta}$. Defina el error de estimación como $\tilde{\varepsilon} = y - \tilde{y}$. Demuestre que Z y $\tilde{\varepsilon}$ son ortogonales.
- c. ¿Qué estimador prefiere Ud, $\tilde{\beta}$ o el estimador de MCO? Justifique su respuesta.

Pregunta 2: Suponga que Ud. tiene n datos para estimar el siguiente modelo:

$$y_i = x_i\beta + \varepsilon_i$$

Suponga que $E(\varepsilon/X) = 0$ y que $E(\varepsilon\varepsilon'/X) = \sigma^2 I$.

- a. Suponga que Ud. tiene las variables medidas en pesos, mientras que su coautor tiene los mismos datos, pero medidos en miles de pesos. Ambos estiman (por separado) el modelo usando MCO. ¿Para cuáles de las siguientes variables y estadísticos Ud. y su coautor obtendrán resultados distintos y para cuáles obtendrán resultados iguales: $\hat{\beta}$, $\hat{V}(\hat{\beta})$, estadísticos t y R^2 ? Justifique su respuesta. En caso de que haya diferencias, calcule la magnitud de ellas.
- b. Suponga ahora que, después de haber corrido su regresión por MCO usando n observaciones, se le entrega información de las x para la observación $n + 1$, antes de observar y_{n+1} . Defina el predictor $\hat{y}_{n+1} = x'_{n+1}\hat{\beta}$. Sea $\hat{\varepsilon}_{n+1} = y_{n+1} - \hat{y}_{n+1}$, el error de predicción. Calcule $E[\hat{\varepsilon}_{n+1}/x_{n+1}]$ y $V[\hat{\varepsilon}_{n+1}/x_{n+1}]$.
- c. Para las condiciones en la parte b), sin demostrar, argumente por qué \hat{y}_{n+1} es el mejor estimador lineal insesgado de y_{n+1} .