Solución problema 20, monopolios

(a) Sea c_1 el costo de producir una unidad y c_2 el costo de distribuírla. También, sea p_1 el precio que cobra el productor al distribuidor y p_2 la parte adicional del precio que es agregada por el distribuidor. En este caso, el costo total de producir y distribuir es $c = c_1 + c_2$ y el precio de venta final es $p = p_1 + p_2$. Por lo tanto, el caso del productor-distribuidor encaja con este modelo.

(b) Para la estructura integrada, el problema es maximizar la utilidad $\pi(p) = D(p)p - cD(p)$, cuya condición de primer orden es

$$D'(p)p + D(p) - cD'(p) = 0.$$

Dividiendo por $D'(p)p$ queda

$$1 + \frac{D(p)}{D'(p)p} - \frac{c}{p} = 0$$

o

$$1 - 1/\epsilon = c/p \quad \Rightarrow p = c/(1 - 1/\epsilon)$$

(c) Estructura no integrada. La empresa 1 elige primero, luego la empresa 2. Como es un juego dinámico, hay que resolver hacia atrás: primero ver el precio que fijaría 2 si el precio fijado por 1 está dado. Con esto obtendremos un p_2 como función de p_1. Luego, con esa información, 1 maximiza su utilidad y encuentra p_1.

El problema para le firma 2 es $\max_{p_2}[p_2 D(p_1 + p_2) - c_2 D(p_1 + p_2)]$. La CPO es

$$p_2 D'(p_1 + p_2) + D(p_1 + p_2) - c_2 D'(p_1 + p_2) = 0 \quad (1)$$
$$\Leftrightarrow \quad p_2 D'(p) + D(p) - c_2 D'(p) = 0 \quad (2)$$

Dividiendo por $D'(p)p$:

$$\tfrac{p_2}{p} + \tfrac{D(p)}{D'(p)p} - \tfrac{c_2}{p} = 0$$
$$\Leftrightarrow \quad (p_2 - c_2)/p = 1/\epsilon$$

Reemplazando $p = p_1 + p_2$ en lo anterior y despejando p_2 queda:

$$p_2 = \frac{c_2\epsilon + p_1}{\epsilon - 1}.$$

Notemos que $\frac{\partial p_2}{\partial p_1} = \frac{1}{\epsilon - 1}$.

Ahora, el problema que enfrenta la empresa 1 es (considerando p_2 como función de p_1): $\max_{p_1}[p_1 D(p_1 + p_2) - c_1 D(p_1 + p_2)]$. La CPO en este caso es

$$p_1 D'(p_1 + p_2)[1 + \tfrac{\partial p_2}{\partial p_1}] + D(p_1 + p_2) - c_1 D'(p_1 + p_2)[1 + \tfrac{\partial p_2}{\partial p_1}] = 0 \quad (3)$$
$$\Leftrightarrow \quad p_1 D'(p)[1 + \tfrac{1}{\epsilon - 1}] + D(p) - c_1 D'(p)[1 + \tfrac{1}{\epsilon - 1}] = 0 \quad (4)$$

Dividiendo (4) por $[1+\frac{1}{\epsilon-1}]$ y sumándolo con la condición de primer orden (2):

$$\begin{aligned} & (p_1+p_2)D'(p)+D(p)[2-\tfrac{1}{\epsilon}]-(c_1+c_2)D'(p)=0 \\ \Leftrightarrow \quad & pD'(p)+D(p)[2-\tfrac{1}{\epsilon}]-cD'(p)=0 \end{aligned}$$

Nuevamente, dividiendo por $D'(p)p$ queda

$$\begin{aligned} & 1+\tfrac{D(p)}{D'(p)p}[2-\tfrac{1}{\epsilon}]=\tfrac{c}{p} \\ \Leftrightarrow \quad & \tfrac{c}{p}=1-\tfrac{1}{\epsilon}[2-\tfrac{1}{\epsilon}]=1-2/\epsilon-1/\epsilon^2=\left(\tfrac{\epsilon-1}{\epsilon}\right)^2 \end{aligned}$$

y entonces se tiene el resultado $p=c/(1-1/\epsilon)^2$. Como $\epsilon>1$ (por qué?), $(1-1/\epsilon)<1$ y entonces $(1-1/\epsilon)^2<1-1/\epsilon$. Por lo tanto el precio en este caso es mayor que el precio con la estructura integrada (parte (b)).

(d) Ahora las empresas eligen simultáneamente el precio. Cada una maximiza tomando como dado el precio de la otra. Las condiciones de primer orden son

$$p_iD'(p)+D(p)-c_iD'(p)=0, \quad i=1,2$$

(la de la empresa 2 no cambia y la de la empresa 1 es análoga a la de la empresa 2). Sumando ambas condiciones se tiene $pD'(p)+2D(p)-cD'(p)=0$. Dividimos una vez más por $D'(p)p$:

$$\begin{aligned} & 1+2\tfrac{D(p)}{D'(p)p}=\tfrac{c}{p} \\ \Leftrightarrow \quad & c/p=1-2/\epsilon \\ \Rightarrow \quad & p=c/(1-2/\epsilon) \end{aligned}$$

Falta probar que este precio es mayor que el encontrado en (c). Queda propuesto.