

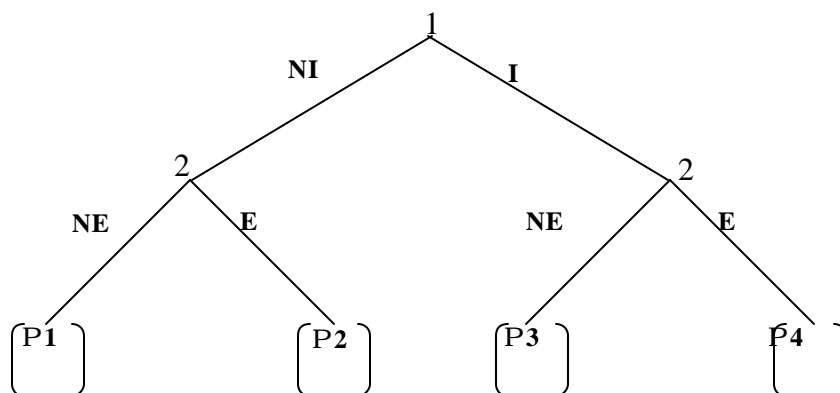
Clase Auxiliar 29/06/2004¹

Dudas y consultas a: Ignacio Llanos illanos@ing.uchile.cl
Álvaro Stein astein@dii.uchile.cl

Problema N° 10

a)

La firma 1 tiene dos opciones; Invertir en la nueva tecnología (I) o no invertir (NI). Por su parte, la firma 2, que puede observar perfectamente si las acciones de las acciones de 1, debe decidir si entra al mercado (E) o no entrar (NE). A continuación, veremos uno por uno los pagos resultantes a cada estado.



b)

• **P1:**

Si la firma 2 no entra, la firma 1 queda como monopolio en el mercado. La forma general que resuelve un monopolio con demanda $q=a-p$ y costos marginales constantes (c), es:

$$p = pq - cq = (p - c)(a - p)$$

$$\frac{dp}{dp} = a - p - p + c = 0 \Rightarrow p = \frac{a + c}{2}, q = \frac{a - c}{2}$$

Por lo tanto los pagos serán:

$$p_1 = \frac{(a - c)^2}{4} \text{ y } p_2 = 0$$

• **P2:**

Si la firma 2 entra a competir en precios entonces, como ambas empresas tienen la misma tecnología, entonces el precio de equilibrio será el costo marginal, $p = c$. Dado este precio, y el hecho de que la firma 2 debe incurrir en un costo hundido para entrar, las utilidades de las firmas son:

¹ Los 3 problemas son de la guía 4, disponible en U-cursos (Material docente → Guías).

$$p_1 = 0 \text{ y } p_2 = -F$$

- **P3:**

Si la firma 2 no entra, la firma 1 queda como monopolio. Dado la forma general resulta anteriormente, el precio que escogerá el monopolio será igual que en el primer punto, con la salvedad de que hay costos marginales distintos y se invirtió en tecnología

$$p_1 = \frac{(a - c_0)^2}{4} - c_0^2 \text{ y } p_2 = 0$$

- **P4:**

Cuando la firma 2 entre a competir en precios, las firmas tendrán tecnologías diferentes. Por lo tanto, la firma 1 para maximizar sus utilidades pondrá el máximo precio al cual la firma 2 no pueda competir, y así la firma 1 se quedará con todo el mercado. Por lo tanto, el precio de equilibrio será $p=c-\varepsilon$, con $\varepsilon \rightarrow 0$. Luego, las utilidades serán (aproximando ε a 0)

$$p_1 = \frac{(a - c_0)^2}{4} - c_0^2 \text{ y } p_2 = -F$$

c)

Si la firma 2 está decidida en entrar, entonces la firma 1 debe decidir si invierte o no. Luego, la firma 1 invertirá si $\Pi_1 \geq \Pi_2$.

Por lo tanto, si $c_0(a - c) - c_0^2 \geq 0 \Rightarrow (a - c) \geq c_0$ entonces, el equilibrio es

$$S^1 : \{I\}, S^2 : \{E\}$$

$$\Pi^1 = c_0(a - c - c_0)$$

$$\Pi^2 = -F$$

Si $(a - c) < c_0$ entonces a la firma 1 no le conviene invertir en tecnología porque es más costosa que las ganancias que se pueden recuperar. El equilibrio resultante es:

$$S^1 : \{NI\}, S^2 : \{E\}$$

$$\Pi^1 = 0$$

$$\Pi^2 = -F$$

Problema N° 11

a)

$$P_i = p q_i - c q_i - F = (a - Q) q_i = (a - Q - c) q_i - F = (a - \sum_{j=1}^n q_j - c) q_i - F$$

$$dP_i/dq_i = (a - \sum_{j=1}^n q_j - c) - q_i = 0 \quad \forall i$$

Como la condición de primer orden es igual para todas las firmas, entonces, por simetría, se tiene que $q_i = q_j \quad \forall j$

$$\Rightarrow (a - n q_i - c) - q_i = 0$$

$$\Rightarrow (n+1)q_i = a - c$$

$$\Rightarrow q_i = (a - c)/(n+1) \quad (1)$$

$$\Rightarrow Q = nq_i = n(a - c)/(n+1)$$

$$\Rightarrow p = a - Q = (a + nc)/(n+1)$$

$$P_i = [(a - c)/(n+1)]^2 - F \quad \forall i$$

b)

Como hay muchos comerciantes de papas, éstos entraran a operar mientras existan utilidades en el mercado de los puestos de la Vega. Luego, la condición que determina el número de firmas que operan, es:

$$P_i = [(a - c)/(n+1)]^2 - F = 0$$

Luego:

$$\Rightarrow (a - c)/(n+1) = \sqrt{F}$$

$$\Rightarrow (a - c)/\sqrt{F} = (n+1)$$

$$\Rightarrow n = (a - c)/\sqrt{F} - 1 \quad (2)$$

c)

La máxima utilidad que es posible extraer del mercado de la Vega es la utilidad monopólica. Por lo tanto, si la Municipalidad está interesada en recibir la máxima cantidad de dinero por medio de patentes, entonces debe imponer un monto de patente tal que sólo pueda operar una única firma y luego extraerle las rentas monopólicas.

A partir de los resultados de la parte a), las rentas monopólicas de una firma que paga patente (P) es:

$$P^M = [(a - c)/2]^2 - F - P$$

Luego, el valor P de la patente que maximiza los ingresos de la municipalidad, es el máximo valor que un monopolio estaría dispuesto a pagar por una patente:

$$P = [(a - c)/2]^2 - F$$

Problema N° 12

Condición de Colusión

$$(\sum_{i=0}^{\infty} \Pi_{\text{coludirse}_i} \delta^i) \geq \Pi_{\text{desviarse}} + (\sum_{i=1}^{\infty} \Pi_{\text{competir}_i} \delta^i)$$

$\Pi_{\text{coludirse}_i} = \Pi^M_i/2$ (se reparten en partes iguales la utilidad monopólica de cada período)

$\Pi_{\text{desviarse}} = \Pi^M_{i=0}$ (al desviarse en el primer período, impone un precio un poco por debajo del precio monopolico y se lleva todo el mercado, son aproximadamente, las utilidades monopólicas)

$\Pi_{\text{competir}} = 0$ (competencia por precios implica $P = CMg$)

Como el mercado va desapareciendo en el tiempo, el precio monopolístico cambia período a período.

$$\begin{aligned}\Pi_i^M &= p_i \cdot q_i = p_i (a^t - p_i) \\ d\Pi_i^M / dp_i &= (a^t - p_i) - p_i = 0 \\ \Rightarrow p_i &= a^t / 2 \\ \Rightarrow q_i &= a^t - p_i = a^t / 2\end{aligned}$$

Luego, las utilidades monopolísticas de cada período son:

$$\therefore \Pi_i^M = a^{2t} / 4$$

Luego, de la condición de colusión se tiene que:

$$\begin{aligned}(\sum_{t=0}^{\infty} a^{2t} / 4 \cdot \delta^t) / 2 &\geq 1/4 + (\sum_{i=1}^{\infty} 0 \delta^i) \\ \Rightarrow (\sum_{t=0}^{\infty} (a^2 \delta)^t) / 8 &\geq 1/4 \\ \Rightarrow 1 / (1 - a^2 \delta) &\geq 2 \\ \Rightarrow \delta &\geq 1 / 2a^2\end{aligned}$$

Si el mercado no desapareciera, entonces $p_i = 1/2$ y $\Pi_i^M = 1/4 \quad \forall i$. Luego, la condición de colusión nos resulta:

$$\begin{aligned}(\sum_{t=0}^{\infty} 1/4 \cdot \delta^t) / 2 &\geq 1/4 + (\sum_{i=1}^{\infty} 0 \delta^i) \\ \Rightarrow \delta &\geq 1/2 < 1/2a^2 \quad \forall 0 < a < 1\end{aligned}$$

Luego, la condición de colusión es mucho más restrictiva cuando el mercado va desapareciendo. Esto se debe a que como el mercado disminuye, también las utilidades van disminuyendo a través del tiempo. Luego, las firmas tienen más incentivos a desviarse del acuerdo mientras el mercado tenga un tamaño grande. Por lo tanto los descuentos sobre los pagos futuros debe ser menor para poder mantener la colusión estable.