

Clase Auxiliar 16/06/2004¹

Solución Problema N°8

a) La firma 1 maximizará sus utilidades compitiendo a lo *Cournot*, es decir, considerará la producción de las otras firmas y tendrá una función de reacción (maximiza tomando como dadas las cantidades de los otros)..

$$\pi_1 = (a - Q)q_1 = (a - Q^{resto} - q_1)q_1$$

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial q_1} = a - 2q_1 - Q^{resto} = 0 \Rightarrow q_1 = \frac{a - Q^{resto}}{2}$$

donde $Q^{resto} = (n-1)q_i$, con i distinto de 1.

Para las otras firmas tenemos:

$$\pi_i = (p - r)q_i = (a - Q_{-1}^{resto} - q_1 - q_i - r)q_i$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial q_i} = a - q_1 - 2q_i - Q_{-1}^{resto} - r = 0$$

donde $Q_{-1}^{resto} = (n-2)q_i$ (debido a que son simétricas). Imponiendo esto tenemos que:

$$a - q_1 - 2q_i - Q_{-1}^{resto} - r = a - q_1 - 2q_i - (n-2)q_i - r = 0$$

$$q_i = \frac{a - q_1 - r}{n}$$

b) Ahora que ya encontramos las curvas de reacción podemos despejar

$$Q^{resto} = (n-1)q_i = \left(\frac{n-1}{n}\right)(a - q_1 - r)$$

Reemplazando en q_1

$$2q_1 = a - \left(\frac{n-1}{n}\right)(a - q_1 - r) \Rightarrow q_1 = \frac{a + (n-1)r}{(n+1)}$$

Luego

¹ Los 3 problemas son de la guía 4, disponible en U-cursos.

$$\frac{\partial q_1}{\partial r} = \frac{(n-1)}{(n+1)} > 0$$

Esto significa que al aumentar la mala calidad, la cantidad producida aumenta.

Ahora veremos que pasa con la cantidad total (que incluye a la empresa 1), la que encontraremos de la condición de primer orden de la firma 1, ya que $Q^{resto} + q_1 = Q_T$

$$\begin{aligned} a - 2q_1 - Q^{resto} &= 0 \Rightarrow Q_T = a - q_1 \\ Q_T &= a - \left(\frac{a + (n-1)r}{(n+1)} \right) = \frac{an - (n-1)r}{(n+1)} \\ \frac{\partial Q_T}{\partial r} &= -\frac{(n-1)}{(n+1)} < 0 \end{aligned}$$

Lo que significa que al empeorar la calidad del servicio la cantidad total disminuye. Nótese que para tener el signo negativo, el incremento de q_1 debe ser menor que la disminución de Q^{resto} .

c) Ahora analizaremos el efecto sobre las utilidades de la firma 1 de un incremento de los costos por mal servicio (o en forma equivalente una disminución de calidad)

$$\begin{aligned} \pi_1 &= (a - Q_T)q_1 \\ \frac{\partial \pi_1}{\partial r} &= (a - Q_T)\frac{\partial q_1}{\partial r} - q_1 \frac{\partial Q_T}{\partial r} > 0 \end{aligned}$$

Pues $\frac{\partial q_1}{\partial r} > 0$ y $\frac{\partial Q_T}{\partial r} < 0$ ²

Por lo tanto tenemos que el dueño del puerto empeorará de tal manera el servicio que se quedará con un monopolio. De esto se desprende que las empresas navieras no deberían participar en las licitaciones de Puerto!!!!, pues valoran más la empresa portuaria porque generará un monopolio en el transporte de cargas.

Solución Problema N°14

a) El problema de las firmas es maximizar utilidades considerando que el precio depende de la cantidad que producen c/u por sí sola (x_i) y el total (X), por esto primero encontraremos una función de utilidades:

² Notar que está multiplicada por $-q_1$, por tanto ese término será positivo, y la condición completa será una suma de términos positivos.

$$\pi = p(x_i, X)x_i - cx_i = (p - c)x_i = \left(\frac{S}{X} - c\right)x_i$$

$$\pi = \left(\frac{S}{\sum_{j=1}^n x_{ji}} - c\right)x_i = \left(\frac{S}{x_i + \sum_{j \neq i}^n x_j} - c\right)x_i$$

Luego podemos maximizar:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_i} = \left(\frac{S}{x_i + \sum_{j \neq i}^n x_j} - c\right) + \left(-\frac{Sx_i}{(x_i + \sum_{j \neq i}^n x_j)^2}\right) = 0$$

Pero sabemos que el equilibrio es simétrico, por lo tanto se cumple que:

$$\sum_{j \neq i}^n x_j = (n-1)x_i$$

Sustituyendo la condición de simetría tenemos:

$$\frac{\partial \pi}{\partial x_i} = \left(\frac{S}{nx_i} - c\right) - \frac{Sx_i}{(nx_i)^2} = 0$$

Recurriendo a un poco de Álgebra:

$$Sn - cn^2x_i - S = 0$$

$$x_i = \frac{S(n-1)}{cn^2}$$

entonces la cantidad total producida en equilibrio será:

$$X^s = nx_i = \frac{S(n-1)}{cn}$$

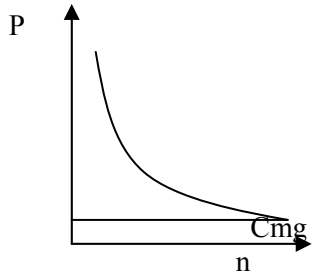
b) El precio lo encontramos sustituyendo la cantidad producida en equilibrio en la demanda (estamos suponiendo que la restricción de precio no es activa):

$$P = \frac{S}{X} = \frac{Scn}{S(n-1)} = \frac{cn}{n-1}$$

Para ver que pasa cuando aumenta el número de firmas evaluaremos la derivada:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{c(n-1) - cn}{(n-1)^2} = \frac{cn - c - cn}{(n-1)^2} = \frac{-c}{(n-1)^2} \leq 0$$

Lo que nos está indicando la derivada es que al aumentar el número de firmas el precio cae. Es bastante lógico ya que disminuye el poder de mercado de las firmas y por lo tanto, el margen $p-c$ cae también. Además podemos notar que cuando n es muy grande el mercado se aproxima a competencia perfecta, es decir el precio tiende al costo marginal (margen es cercano a cero).



OJO: La curva $P(n)$ es asintótica en el eje x en $p=c$, que sería el precio de competencia perfecta.

c) La condición de sustentabilidad es:

$$(p - c) \frac{X^d(p)}{n} = \sigma$$

lo que es equivalente a imponer una restricción de participación, es decir las utilidades de las firmas que participen en este mercado tienen que ser no negativas. En efecto:

$$\pi = px_i - cx_i - \sigma \geq 0$$

Obviamente es una restricción activa, en caso contrario en este mercado habría rentas excesivas por lo que entrarían nuevas empresas, esto ocurriría hasta que la condición se cumpla en igualdad:

$$\pi = px_i - cx_i - \sigma = (p - c)x_i - \sigma = 0$$

$$\Leftrightarrow (p - c) \frac{X^d(p)}{n} - \sigma = 0$$

$$\Leftrightarrow (p - c) \frac{X^d(p)}{n} = \sigma$$

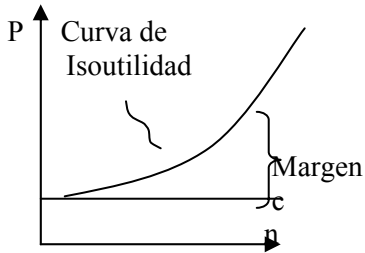
La condición se puede interpretar como que el margen (diferencia entre el precio y el costo marginal: $p-c$) debe ser tal que, dada la participación de mercado que la empresa alcanza en la industria (X/n), le permita generar ingresos netos que sean equivalentes al costo hundido (para que haya utilidades estrictamente nulas) o “financiarse”.

Veamos que pasa cuando aumenta el número de firmas pero la demanda se mantiene constante:

$$(p - c) \frac{X(p)}{n} = (p - c) \frac{S}{np} = \sigma \Leftrightarrow p = \frac{cS}{S - n\sigma}.$$

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \frac{\sigma S c}{(S - n\sigma)^2} > 0$$

Es decir, para mantener la sustentabilidad del mercado cuando aumenta el número de firmas (y esto no tiene efecto en la cantidad demandada) hay que subir el margen (para así cubrir los costos hundidos) ya que disminuyó la cantidad vendida por c/u de las empresas (o participación de mercado). Un gráfico explicativo:



OJO: La curva $P(n)$ es derivada de la condición de utilidad nula, es decir, para que el mercado sea sustentable. En este caso el efecto es que al aumentar n cada empresa tiene una menor porción del mercado (cte) por lo que para “financiarse” (hacer utilidades cero) debe subir el margen.

d) Imponiendo el equilibrio tenemos:

$$X^S = X^D$$

$$\frac{S(n-1)}{cn} = \frac{S}{P} \Rightarrow P = \frac{cn}{n-1}$$

reemplazando en la condición de sustentabilidad:

$$(P - c) \frac{S}{Pn} = \sigma$$

$$\left(\frac{cn}{n-1} - c \right) \frac{S(n-1)}{cn^2} = \sigma$$

$$\left(\frac{cn - cn + c}{n-1} \right) \frac{S(n-1)}{cn^2} = \sigma$$

Con un poco de álgebra:

$$\frac{S}{n} = \sigma \Leftrightarrow n^* = \sqrt{\frac{S}{\sigma}}$$

Podemos ver que al aumentar las barreras de entrada o disminuir el tamaño de mercado el número de firmas disminuye. Esto se debe a que hay mayores costos hundidos y disminuye la “torta” a repartir (respectivamente) por lo que, si disminuye el número de firmas, suben el precio hasta compensar estos efectos.

Sabemos además que las utilidades son nulas:

$$\begin{aligned}
 (p-c)\frac{X^D}{n} - \sigma &= 0 \\
 (p-c)\frac{S(n-1)}{n^2 c} &= \sigma \\
 p &= \frac{\sigma n^2 c}{S(n-1)} + c = \frac{c}{n-1} + c \\
 P^* &= c \left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/2} - 1} + 1 \right)
 \end{aligned}$$

Podemos ver que el precio es mayor que el costo marginal debido a la existencia de costos hundidos, si no los hubiera ($\sigma = 0$) estaríamos en competencia perfecta, ya que el $P=c$. Además vemos que al crecer el mercado los precios disminuirán debido a que cae el margen necesario para financiar los costos hundidos.

e) Si miramos el precio que derivamos en d) nos daremos cuenta que este depende de los costo marginales (c), hundidos (σ) y también del tamaño de mercado (S). Este último “detalle” es el que no están considerando los parlamentarios, ya que obviamente no son equivalentes las situaciones (Santiago es varias veces más grande que Talca).

En términos rigurosos (no es necesario para la respuesta, solo es con fines aclaratorios) podemos definir la función margen como $p-c$ a partir del precio encontrado en d):

$$\begin{aligned}
 P - c = M &= \left(\frac{c}{\left(\frac{S}{\sigma}\right)^{1/2} - 1} \right) \\
 \frac{\partial M}{\partial S} &= \frac{-cS\sigma^{1/2}}{(S^{1/2} - 1)^2} < 0
 \end{aligned}$$

Luego el margen cobrado disminuye al aumentar el tamaño del mercado, es decir el costo hundido (o fijo) se puede prorratar entre una cantidad mayor.

Otra forma de verlo (más intuitiva) es que para que esté en equilibrio el precio debe ser el costo medio de largo plazo y dado que en Santiago la cantidad vendida por cada bomba es mayor entonces el precio será menor, debido a que existen economías de escala (porque $CMg=Cte$ y existen Costos fijos o hundidos).

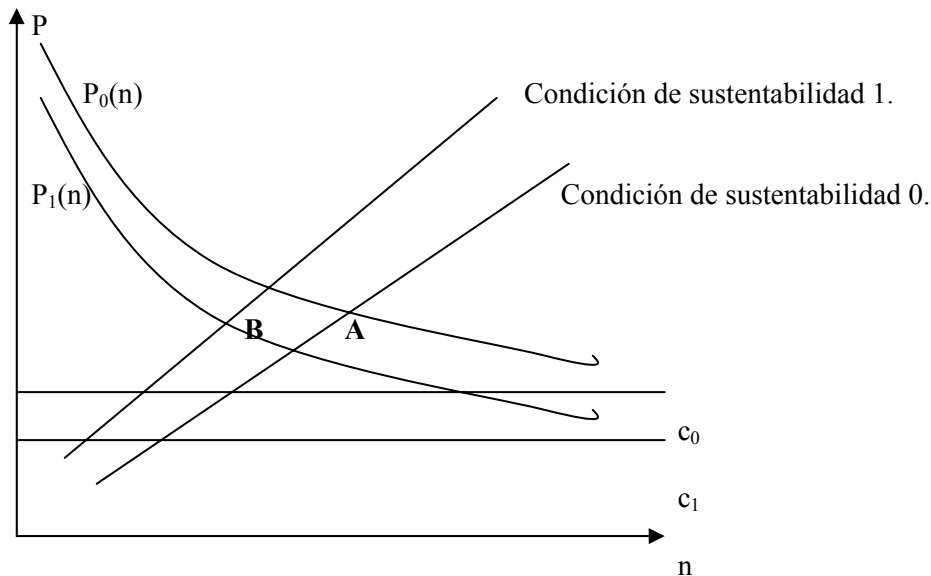
f) i)

Sabemos que:

$$P_i(n) = \frac{c_i n}{n-1} \text{ y que la condición de sustentabilidad es } p = \frac{cS}{S-n\sigma}$$

Ya vimos que estas condiciones eran decrecientes y crecientes en n respectivamente. Al bajar los costos marginales, P_i cae. Sin embargo, el menor costo marginal hace caer la condición de

sustentabilidad pero el mayor costo de entrada la hace crecer. Dependiendo de la magnitud de los cambios en los costos, puede ocurrir que la condición de sustentabilidad se desplace a la derecha o a la izquierda. Suponiendo que la disminución de c es pequeña en relación al aumento en el costo de entrada, la condición se desplaza a la izquierda (es necesario un mayor margen, o mayor precio, para cubrir el costo de entrada). Graficaremos ambas situaciones (inicial y final).



En cambio, si el aumento del costo de entrada es más importante que la disminución del costo marginal, la condición de sustentabilidad se desplaza a la derecha (graficar el nuevo equilibrio).

ii) Si la nueva situación beneficia a los consumidores \Rightarrow los precios son más bajos:

$$\frac{P_0}{P_1} > 1 \Leftrightarrow \frac{c_0 \left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma_0} \right)^{1/2} - 1} + 1 \right)}{c_1 \left(\frac{1}{\left(\frac{S}{\sigma_0} \right)^{1/2} - 1} + 1 \right)} > 1 \Leftrightarrow \frac{c_0}{c_1} > 1 \Leftrightarrow c_0 > c_1$$

Condición que es cierta por enunciado

Problema N°24

Cambiar el enunciado de la guía por el siguiente (pregunta de un control del año pasado):

Considere un modelo con libre entrada y N firmas idénticas *ex ante*. En la primera etapa las firmas deben decidir si entran o no y luego, en la segunda etapa, deciden el gasto a realizar en publicidad. La utilidad de una firma típica viene dada por

$$\pi_i = (p - c)q_i - A_i - \sigma$$

donde p es el precio, c son los costos marginales, q_i son las ventas, A_i son los gastos en publicidad (o cualquier otro gasto que desplace la curva de demanda) y σ es un costo de entrada determinado por la tecnología.

Suponga que p y c son exógenos y que la fracción de mercado que se lleva la firma i está directamente relacionada con el gasto en publicidad:

$$q_i = S \frac{A_i^e}{\sum_{j=1}^N A_j^e}$$

donde S es el gasto total en el bien, i.e. el tamaño del mercado, y e es una constante positiva. De aquí se observa que, para una firma que decide entrar, la única variable de decisión es el gasto en publicidad A_i .

Tome como dado que este modelo tiene un equilibrio de Nash simétrico cuando $0 < e < 2$. En lo que sigue se le pide caracterizar e interpretar el equilibrio simétrico.

a) Explique lo que simboliza la constante e . Ayuda: piense como afectaría un cambio en e a la decisión de publicidad y por lo tanto a las ventas de las firmas.

Respuesta:

La constante e representa la intensidad de la competencia en publicidad. Un mayor valor de la constante hace que sea más importante el gasto en publicidad como determinante de la fracción de mercado.

b) Suponga que entran N firmas. Encuentre el gasto en publicidad que realizará cada una.

Respuesta:

Cada firma maximiza su utilidad:

$$\pi_i = (p - c)S \frac{A_i^e}{\sum A_j^e} - A_i - \sigma$$

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = (p - c)S \frac{[eA_i^{e-1} \sum A_j^e - A_i^e eA_i^{e-1}]}{(\sum A_j^e)^2} - 1 = 0$$

Utilizando el supuesto de simetría en el equilibrio se tiene:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} = (p - c)S \frac{[eA^{e-1}NA^e - A^e eA^{e-1}]}{N^2 A^{2e}} - 1 = 0 \Rightarrow A^* = \frac{(p - c)Se(N - 1)}{N^2}$$

c) Con lo encontrado en b) y utilizando la condición de libre entrada, demuestre que en equilibrio la cantidad de firmas que entran, N^* , satisface

$$\frac{1-e}{N^*} + \frac{e}{(N^*)^2} - \frac{\sigma}{S} \frac{1}{p-c} = 0$$

Respuesta:

Reemplazando el valor de A en la condición de sustentabilidad (utilidad igual a cero) y utilizando la simetría (fracción de mercado = $1/N$):

$$\begin{aligned} (p-c)S \frac{A^e}{\sum A^e} - A - \sigma &= 0 \\ \Leftrightarrow (p-c)S \frac{1}{N^*} - \frac{(p-c)Se(N^*-1)}{(N^*)^2} - \sigma &= 0 \\ \Leftrightarrow (p-c)S \left[\frac{1}{N^*} - \frac{e(N^*-1)}{(N^*)^2} \right] - \sigma &= 0 \\ \Leftrightarrow (p-c)S \left[\frac{1-e}{N^*} + \frac{1}{(N^*)^2} \right] - \sigma &= 0 \end{aligned}$$

Dividiendo a ambos lados por $(p-c)S$ se obtiene la expresión:

d) Encuentre la cantidad de firmas que entran en un mercado muy grande (cuando S tiende a infinito) para los distintos valores de e (ayuda: existen tres casos posibles). ¿Es posible tener en todos los casos mercados no concentrados?

Respuesta:

Cuando el mercado es muy grande, el término de la derecha de la expresión se hace cero. Si los otros dos términos son positivos, N^* debe irse a infinito para cumplir esa expresión.

Esto ocurre cuando $e < 1$. Los otros dos casos son $e = 1$ y $e > 1$.

Cuando $e = 1$ se puede despejar N en función de los parámetros:

$$N^* = \sqrt{\frac{(p-c)S}{\sigma}}$$

También en este caso, el número de firmas aumenta indefinidamente cuando el mercado se hace cada vez mayor.

Por último, cuando $e > 1$, los primeros dos términos de la expresión tienen signos opuestos. Entonces, cuando S tiende a infinito se tiene la relación

$$\frac{e}{(N^*)^2} = \frac{e-1}{N^*}$$

de donde se despeja $N^* = e/(e-1)$. Es decir, el número de firmas jamás sobrepasará esta cota, incluso con mercados gigantescos. En este caso, no es posible tener mercados no concentrados.