

Pauta Pregunta 1, Control 3 Otoño 2004¹

a) Para poder encontrar la demanda agregada, primero debemos ver quien es el ultimo individuo que compra. Por lo tanto se tiene que:

$$q(x) = 1 - p - x = 0 \Rightarrow x = 1 - p$$

Es decir, se debe cumplir que $0 \leq x \leq 1 - p$

Ahora podemos encontrar la demanda agregada, integrando la demanda individual entre los limites de x.

$$q(P) = \int_0^{1-p} (1 - p - x) dx = \int_0^{1-p} 1 dx - \int_0^{1-p} p dx - \int_0^{1-p} x dx = \quad (1)$$

$$\Leftrightarrow (x)_0^{1-p} - (px)_0^{1-p} - \left(\frac{x^2}{2}\right)_0^{1-p} = \left[(1-p) - p(1-p) - \frac{(1-p)^2}{2}\right] \quad (2)$$

Teniendo por lo tanto que la demanda agregada es:

$$q(P) = \frac{(1-p)^2}{2} \quad (3)$$

b) El monopolista resuelve el siguiente problema:

$$M^x \pi = \left[\frac{(1-p)^2}{2}\right] p - c \left[\frac{(1-p)^2}{2}\right] \quad (4)$$

,pero sabemos que $c=0$, reduciéndose a:

$$M^x \pi = \left[\frac{(1-p)^2}{2}\right] p \quad (5)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = \frac{(1-p)^2}{2} - p(1-p) = 1 - p - 2p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{3} \quad (6)$$

Luego, la cantidad total producida será:

$$q(P) = \frac{(1-1/3)^2}{2} = \frac{2}{9} \quad (7)$$

Entonces, sus utilidades serán:

$$\pi = \left[\frac{(1-1/3)^2}{2}\right] \frac{1}{3} = \frac{2}{27} \quad (8)$$

¹Dudas sobre la pauta enviar un mail a Gisela Ortiz (giortiz@ing.uchile.cl).

c) Se sabe que las utilidades del monopolista están dadas por: $\pi = p(1 - p) - x$. Ahora para poder calcular las utilidades totales, primero debemos ver hasta que distancia el monopolio está dispuesto a vender.

$$\pi = p(1 - p) - x = 0 \Rightarrow x = p(1 - p) \quad (9)$$

Es decir, se debe cumplir que $0 \leq x \leq (1 - p)p$

Y al igual que la parte a), ahora podemos encontrar las utilidades totales, integrando la utilidad individual entre los límites de x .

$$\pi = \int_0^{(1-p)p} [(1-p)p - x] dx = \int_0^{(1-p)p} p dx - \int_0^{(1-p)p} p^2 dx - \int_0^{(1-p)p} x dx \quad (10)$$

$$\pi = (xp)_0^{(1-p)p} - (p^2x)_0^{(1-p)p} - \left(\frac{x^2}{2}\right)_0^{(1-p)p} \quad (11)$$

$$= \left[(1-p)p^2 - p^3(1-p) - \frac{p^2(1-p)^2}{2} \right] \quad (12)$$

Por lo tanto las utilidades totales son:

$$\pi = \frac{p^2(1-p)^2}{2} \quad (13)$$

d) Al igual que en la parte b) el monopolista resuelve:

$$M^?x\pi = \left[\frac{(1-p)^2}{2} \right] p^2 \quad (14)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = (1-p)^2 p - p^2(1-p) = 1-p-p = 0 \Rightarrow p = \frac{1}{2} \quad (15)$$

Luego, se tiene que: $x = \frac{1}{4}$ y

$$q(P) = (1-p)x = \frac{1}{8} \quad (16)$$

Entonces, sus utilidades serán:

$$\pi = \left[\frac{(1-1/2)^2}{2} \right] \frac{1}{4} = \frac{1}{32} \quad (17)$$

Para poder ver si la decisión del regulador era la correcta, calculemos los excedentes para cada caso:

- Clientes pagan costo de transporte:
- Excedentes Productores: $\pi = \frac{2}{27}$

- Excedentes Consumidores: El excedente es el área entre la demanda y el precio de equilibrio:

$$Ec = \int_0^{\frac{2}{9}} \left[1 - (2q)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{3} \right] dq \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3} \right)_0^{\frac{2}{9}} - (\sqrt{2}(q))_0^{\frac{2}{9}} = 0.05 \quad (18)$$

- Bienestar Social=

$$\frac{2}{27} + 0.05 = 0.124 \quad (19)$$

- Monopolio paga costo de transporte:
- Excedentes Productores: $\pi = \frac{1}{32}$
- Excedentes Consumidores: Calculando el excedente se obtiene:

$$Ec = \int_0^{\frac{1}{4}} \left[\int_0^{\frac{1}{2}} \left[1 - p - \frac{1}{2} \right] dq \right] dx = \frac{1}{32} \quad (20)$$

- Bienestar Social

$$\frac{1}{32} + \frac{1}{32} = 0.0625 \quad (21)$$

Como se puede observar se tiene que el bienestar social es mayor cuando los consumidores pagan el costo de transporte, por lo cual el regulador esta errado en su alternativa.