

SOLUCIÓN PROBLEMA 1 CONTROL 3
SEMESTRE OTOÑO 2003

CORRIGE: PATRICIO MAJLUF A. *pmajuf@ing.uchile.cl*

A) PLANTEAR EL PROBLEMA DEL REGULADOR:

DOS POSIBLES INTERPRETACIONES DEL ENUNCIADO:

- ALTERNATIVA 1 (λ ES UNA FRACCIÓN DE LOS COSTOS FIJOS)

$$\begin{aligned} \max & S_B(q_T) + S_B(q_S) - P_T q_T - P_S q_S \\ \text{s.t.} & P_T q_T - k_T q_T - \lambda k_0 \geq 0 \\ & \lambda \geq 0 \\ & 1 - \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

En este caso, el regulador decide λ y P_T (o q_T)

Como el regulador sólo distribuye un costo fijo entre los dos negocios, la firma no va a cambiar su oferta por producto de seguridad en el mercado competitivo. Recordar que las decisiones se toman en el margen, luego un costo fijo no cambia la curva de oferta.

- ALTERNATIVA 2 (λ ES UNA FRACCIÓN DE LOS COSTOS TOTALES)

En este caso los costos totales cambian, luego la decisión de la firma (oferta por productos de seguridad) dependerá de la fracción λ . Será un juego en dos etapas:

1. La firma decide q_S en función de λ .

$$\max P_S q_S - (1 - \lambda)(k_T q_T + k_S q_S + k_0)$$

2. Luego el regulador fija q_T y λ .

$$\begin{aligned} \max & S_B(q_T) + S_B(q_S) - P_T q_T - P_S q_S \\ \text{s.t.} & P_T q_T - \lambda(k_T q_T + k_S q_S + k_0) \geq 0 \\ & \lambda \geq 0 \\ & 1 - \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

NOTA DE CORRECCIÓN: LA FUNCIÓN OBJETIVO (6 PUNTOS), LAS RESTRICCIONES (6 PUNTOS) IDENTIFICAR LAS VARIABLES DE DECISIÓN (3 PUNTOS). NO SE DESCONTARÁ PUNTAJE POR LAS RESTRICCIONES SOBRE λ .

B) SOLUCIÓN DEL PROBLEMA:

- ALTERNATIVA 1 (λ ES UNA FRACCIÓN DE LOS COSTOS FIJOS)

Utilizando el método de KKT el lagrangeano del problema es:

$$L = S_B(q_T) + S_B(q_S) - P_T q_T - P_S q_S + \mu_1 (P_T q_T - k_T q_T - \lambda k_0) + \mu_2 \lambda + \mu_3 (1 - \lambda)$$

condiciones suficientes de optimalidad

$$\frac{dL}{dq_T} = 0 = -q_T \frac{dP_T}{dq_T} + \mu_1 (P_T + q_T \frac{dP_T}{dq_T} - k_T) \quad (1)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 0 = -\mu_1 k_0 + \mu_2 - \mu_3 \quad (2)$$

condiciones de holgura complementaria

$$\mu_1 (P_T q_T - k_T q_T - \lambda k_0) = 0 \quad (3)$$

$$\mu_2 \lambda = 0 \quad (4)$$

$$\mu_3 (1 - \lambda) = 0 \quad (5)$$

$$\mu_i \geq 0 \quad \forall i$$

$$(2) \Rightarrow \mu_1 k_0 + \mu_3 = \mu_2$$

Razonemos por contradicción:

Supongamos que $\mu_2=0$,

$$\Rightarrow k_0 \mu_1 + \mu_3 = 0$$

Y cuya única solución es que $\mu_3=\mu_1=0$ (ya que los multiplicadores son no negativos)¹.

Lo que implicaría que la solución será interior y no dependerá de λ , y la CPO será:

$$-q_T \frac{dP_T}{dq_T} = 0 \quad (6)$$

Esta ecuación (6) tiene como solución única $q_T=0$ ya que suponemos que el monopolio no enfrenta una demanda perfectamente elástica. Si ese fuera el caso no sería necesario regular las tarifas pues no existiría poder monopólico)

Luego descartamos que $\mu_2=0$, por lo que $\mu_2>0$ positivo estricto

\Rightarrow la restricción asociada a ese multiplicador es activa, por lo tanto $\lambda=0$.

Luego reemplazando ($\lambda=0$) en (5) se tiene que $\mu_3=0$

Esta condición en (2) $\Rightarrow \mu_1 k_0 = \mu_2$ es decir, μ_1 es positivo estricto ya que k_0 también lo es y μ_2 es positivo estricto.

Como μ_1 es positivo, la restricción asociada a ese multiplicador es activa lo que implica:

¹ La única solución en \mathbb{R} a la ecuación $x^2+y^2=0$ es $x=0$, $y=0$

$$P_T q_T - k_T q_T - \lambda k_0 = 0$$

$$\Rightarrow P_T = k_T$$

Interpretación económica: El regulador asignará todos los costos fijos al sector competitivo, y hará que el sector regulado se financie tarifando a costo marginal (como no existirán costos fijos en el sector regulado, la tarifa a costo medio (autofinanciamiento) es el costo marginal).

NOTA DE CORRECCIÓN: NO SE DESCONTARÁ PUNTAJE POR NO AGREGAR LAS CONDICIONES SOBRE λ EXPLÍCITAMENTE.

- ALTERNATIVA 2 (λ ES UNA FRACCIÓN DE LOS COSTOS TOTALES)

1. La firma decide q_s en función de λ .

$$\max P_s q_s - (1 - \lambda)(k_T q_T + k_s q_s + k_0)$$

$$CPO: P_s + \frac{dP_s}{dq_s} q_s - (1 - \lambda)k_s = 0$$

$$P_s + \frac{dP_s}{dq_s} q_s = (1 - \lambda)k_s$$

$$\Rightarrow P_s = P_s(q_s, \lambda, k_s)$$

$$\Rightarrow q_s = q_s(P_s, \lambda, k_s)$$

2. Luego el regulador fija q_T y λ .

Dado que $P_s = P_s(q_s, \lambda, k_s)$ y $q_s = q_s(P_s, \lambda, k_s)$.

$$\max S_B(q_T) + S_B(q_s) - P_T q_T - P_s q_s$$

s.t.

$$P_T q_T - \lambda(k_T q_T + k_s q_s(P_s) + k_0) \geq 0$$

$$\lambda \geq 0$$

$$1 - \lambda \geq 0$$

$$P_s = P_s(q_s, \lambda, k_s)$$

$$q_s = q_s(P_s, \lambda, k_s)$$

NOTA DE CORRECCIÓN: HASTA ESTA PARTE ES SUFICIENTE PARA TENER TODO EL PUNTAJE.

Si suponemos que la elasticidad e es constante:

$$P_s = \frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}}$$

El lagrangeano del problema es :

$$L = S_B(q_T) + S_B(q_S(\frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}})) - P_T q_T - \frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}} q_S(\frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}}) + \\ + \mu_1(P_T q_T - \lambda(k_T q_T + k_S q_S(\frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}}) + k_0)) + \mu_2 \lambda + \mu_3(1-\lambda)$$

condiciones suficientes de optimalidad

$$\frac{dL}{dq_T} = 0 = -q_T \frac{dP_T}{dq_T} + \mu_1(P_T + q_T \frac{dP_T}{dq_T} - k_T) \quad (1)$$

$$\frac{dL}{d\lambda} = 0 = (\frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}}) * \frac{-k_s}{1+\frac{1}{e}} - \frac{-k_s}{1+\frac{1}{e}} q_S(\frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}}) + \frac{(1-\lambda)k_s}{q_S(\frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}})} \frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}} \frac{-k_s}{1+\frac{1}{e}} + \\ + \mu_1(k_T q_T + k_S \frac{(1-\lambda)k_s}{q_S(\frac{(1-\lambda)k_s}{1+\frac{1}{e}})} + k_0) + \mu_2 - \mu_3 \quad (2)$$

condiciones de holgura complementaria

$$\mu_1(P_T q_T - \lambda(k_T q_T + k_S q_S + k_0)) = 0 \quad (3)$$

$$\mu_2 \lambda = 0 \quad (4)$$

$$\mu_3(1-\lambda) = 0 \quad (5)$$

$$\mu_i \geq 0 \quad \forall i$$

Como $k_T q_T + k_S q_S + k_0$ es no nulo y estrictamente positivo (son los costos), el argumento que prueba que μ_2 es positivo es equivalente para este problema. Como $\mu_2 > 0 \Rightarrow$ la restricción asociada a ese multiplicador es activa, por lo tanto $\lambda=0$.

Lo que significa que el regulador asigna los costos al sector competitivo.