

Pauta Pregunta 2, Control 3

Sabemos que para cada mercado la demanda esta dada por: $q = 1 - p$ y que $C(q) = 0$, además hay que considerar que el costo de transporte es r , el que será menor que 1, ya que en caso contrario el mercado 2 no existiría (el coste de transporte sería prohibitivo).

a) Para poder determinar el precio de equilibrio en cada mercado por separado es necesario resolver los siguientes problemas:

Mercado 1: (en el mismo lugar) (3 ptos.)

$$\text{Máx } \pi = (1 - p_1)p_1$$

Dado esto la condición de primer orden (CPO) es:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = 1 - 2p_1 = 0 \Rightarrow q_1 = p_1 = \frac{1}{2}$$

Por lo cual el precio de equilibrio en el Mercado 1 es $p_1 = \frac{1}{2}$.

Mercado 2: (existe costo de transporte)(3 ptos.)

$$\text{Máx } \pi = (1 - p_2)p_2 - r(1 - p_2)$$

Dado esto la condición de primer orden (CPO) es:

$$\frac{\partial \pi_2}{\partial p_2} = 1 - 2p_2 + r = 0 \Rightarrow q_2 = \frac{1}{2} - \frac{r}{2} \quad \text{y} \quad p_2 = \frac{1}{2} + \frac{r}{2}$$

Por lo cual el precio de equilibrio en el Mercado 2 es $p_2 = \frac{1}{2} + \frac{r}{2}$.

Como podemos observar claramente el Mercado 2 se ve favorecido pues no asume el costo total de transporte, ya que el precio que observa solo contiene la mitad de los costos totales de transporte, es decir, el monopolio estaría absorbiendo $\frac{r}{2}$, lo equivale a la mitad de los costos de transporte. (4 ptos.)

b) Considerando que ahora el monopolio cobra un precio único, se debe considerar que el mercado dos absorbe el costo de transporte por lo que su demanda será:
 $q_2 = 1 - (p + r)$

Por lo tanto el problema del monopolio es

$$\begin{aligned} \text{Máx } \pi &= (1 - p)p + (1 - p - r)p = p(2 - r) - 2p^2 \\ \text{s.a } 1 - p - r &\geq 0 \end{aligned}$$

Si vemos la función objetivo, podemos distinguir que se esta maximizando la demanda agregada pues si factorizamos por p obtenemos: $p(2 - 2r - r)$, donde $(2 - 2r - r)$ corresponde la demanda total.

La existencia de la restricción solo para el mercado es porque existe un precio tal que el mercado 2 no comprará, en el caso del mercado uno la restricción está implícita.

Como es un problema de maximización sujeto a restricciones necesitaremos el Lagrangeano del problema:

$$L = (1 - p)p + (1 - p - r)p + \lambda(1 - p - r)$$

Las condición de primer orden es:

$$\frac{\partial L}{\partial p} = 2 - r - 4p - \lambda p = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{2 - r - 4p}{p}$$

Entonces la restricción será activa si $\lambda > 0$, lo que se cumplirá si y solo si

$$p < \frac{2 - r}{4}$$

Pero además sabemos que si la restricción es activa se cumple en igualdad por lo que podemos encontrar la relación

$$p = 1 - r < \frac{2 - r}{4} \Leftrightarrow r > \frac{2}{3}$$

Acabamos de encontrar una condición importante, ya que si $r \in \left[\frac{2}{3}, 1\right]$ el mercado dos no será atendido, es decir, se fijará un precio al que ellos no comprarán. Y en tal caso el problema será equivalente al que resolvimos en la parte a) para el mercado 1, es decir la solución será $q_1 = p_1 = \frac{1}{2}$.

Si r no está en este intervalo la restricción no será activa, por lo que podemos maximizar normalmente¹:

$$\text{Máx } \pi = (1-p)p + (1-p-r)p = p(2-r) - 2p^2$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} = 2-r-4p = 0 \Rightarrow p = \frac{2-r}{4}$$

Con respecto a la asignación de puntaje en esta parte es la siguiente:

1. Considerar la demanda efectiva de cada mercado o bien la demanda agregada, 2 pts.
2. Plantear el problema de maximización del monopolista, teniendo claro cual es la variable de decisión para el monopolista 4pts.
3. Resolver el problema sin considerar la restricción, es considerar que la función es activa 4 pts.

c) Primero calcularemos las utilidades y el bienestar en cada caso.

Sabemos que: $\pi^a = p_1 q_1 + p_2 q_2$ y $W^{\text{Total}} = \pi + \text{exccons}$, donde exccons =área del triángulo respectivo en cada demanda.

Precios distintos

$$\pi^a = p_1 q_1 + p_2 q_2 - r q_2 = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1+r}{2}\right) \left(1 - \left(\frac{1+r}{2}\right)\right) - r \left(1 - \left(\frac{1+r}{2}\right)\right) = \frac{1}{4} + \left(\frac{1+r}{2}\right) \left(\frac{1-r}{2}\right) - r \left(\frac{1-r}{2}\right)$$

$$\pi^a = \frac{1}{4} + \frac{1-r^2}{4} - \left(\frac{r-r^2}{2}\right) = \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2$$

El bienestar será

$$W_a^{\text{Total}} = W_a^{\text{cons1}} + W_a^{\text{cons2}} + \pi_a^{\text{Total}}$$

$$W_a^{\text{Total}} = (1-p_1) \frac{q_1}{2} + (1-p_2) \frac{q_2}{2} + \pi_a^{\text{Total}}$$

$$W_a^{\text{Total}} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \frac{(1-r)^2}{8} + \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 = \frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2$$

Consumidores asumen costos

- Caso en que $r \in \left[\frac{2}{3}, 1\right]$

¹ Podríamos haber impuesto que el multiplicador de Lagrange es cero y despejar el precio de la CPO inmediatamente.

Las utilidades y el bienestar serán equivalentes a las encontradas en la parte a) solo maximizando al mercado 1 (Recordemos que en este caso el mercado 2 no compra). Luego

$$\pi_1 = \frac{1}{4} \text{ y } W^{\text{Total}} = W_a^{\text{cons1}} + \pi = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

- Caso en que $r \in \left[0, \frac{2}{3}\right]$

Las utilidades serán:

$$\pi_b^{\text{Total}} = \left(\frac{2-r}{4}\right) \left(\frac{2+r}{4}\right) + \left(\frac{2-r}{4}\right) \left(\frac{2-3r}{4}\right) = \frac{(2-r)^2}{8}$$

Y el bienestar:

$$W_b^{\text{cons1}} = \left(1 - \left(\frac{2-r}{4}\right)\right) \left(\frac{2+r}{4}\right) \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2+r}{4}\right)^2$$

$$W_b^{\text{cons2}} = \left(1 - \left(\frac{2-r}{4}\right) - r\right) \left(\frac{2-3r}{4}\right) \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{2-3r}{4}\right)^2$$

$$W_b^{\text{Total}} = \frac{1}{2} \left(\frac{2+r}{4}\right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{2-3r}{4}\right)^2 + \frac{(2-r)^2}{8} = \frac{1}{32} [4 + 2r + r^2 + 4 - 12r + 9r^2 + 4(4 - 4r + r^2)] =$$

$$W_b^{\text{Total}} = \frac{1}{16} (12 - 13r + 7r^2)$$

Condiciones

Ahora podemos plantear las condiciones, pero tendremos que diferenciar por casos

- Caso en que $r \in \left[\frac{2}{3}, 1\right]$

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores²:

$$\pi^a > \pi^b$$

$$\frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{1}{4}$$

El bienestar será mayor si y sólo si

$$W_a^{\text{Total}} > W_b^{\text{Total}}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2 > \frac{3}{8}$$

² Cuando hablamos de discriminación nos referimos a la parte a), ya que en ese caso el monopolio margina distinto en cada mercado.

- Caso en que $r \in \left[0, \frac{2}{3}\right]$

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores:

$$\pi^a > \pi^b$$

$$\frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{(2-r)^2}{8}$$

El bienestar será mayor si y sólo si

$$W_a^{Total} > W_b^{Total}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2 > \frac{1}{16}(12-13r+7r^2)$$

Con respecto a la asignación de puntaje en esta parte es la siguiente:

1. Cálculo de utilidades del monopolio: 1.5 pts para cada caso.(solo restricción activa)
2. Cálculo de excedentes del monopolio: 1.5 pts para cada caso.
3. Cálculo del bienestar 1 pto para cada caso.
4. Condiciones: 1 pto cada una.

d) Ahora debemos desarrollar las condiciones encontradas anteriormente para saber cuando se cumplen

- Caso en que $r \in \left[\frac{2}{3}, 1\right]$ (2.5 pts)

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores:

$$\pi > \pi^b \Leftrightarrow \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{1}{4} \Leftrightarrow \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > 0$$

Es decir, el monopolio siempre preferirá discriminar.

El bienestar será mayor si y sólo si

$$W_a^{Total} > W_b^{Total} \Leftrightarrow \frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2 > \frac{3}{8} \Leftrightarrow \frac{3}{8}(1-r)^2 > 0$$

El bienestar siempre será mayor con discriminación.

- Caso en que $r \in \left[0, \frac{2}{3}\right]$ (2.5 pts.)

El monopolio preferirá discriminar si y sólo si las utilidades son mayores:

$$\pi^a > \pi^b \Leftrightarrow \frac{1}{4} + \left(\frac{1-r}{2}\right)^2 > \frac{(2-r)^2}{8} \Leftrightarrow 1 + (1-r)^2 > \frac{(2-r)^2}{2} \Leftrightarrow 2(1+1-2r+r^2) > 4-4r+r^2$$

$$\Leftrightarrow (4-4r+2r^2) > 4-4r+r^2 \Leftrightarrow 2 > 1$$

En este caso el monopolio también prefiere discriminar.

El bienestar será mayor si y sólo si

$$W_a^{Total} > W_b^{Total} \Leftrightarrow \frac{3}{8} + \frac{3}{8}(1-r)^2 > \frac{1}{16}(12-13r+7r^2) \Leftrightarrow 3+3(1-r)^2 > \frac{1}{2}(12-13r+7r^2)$$

$$\Leftrightarrow 6+6(1-r)^2 > (12-13r+7r^2) \Leftrightarrow 12-12r+6r^2 > 12-13r+7r^2 \Leftrightarrow -12r+6r^2 > -13r+7r^2$$

$$\Leftrightarrow r > r^2 \Leftrightarrow r < 1$$

En este caso el bienestar también será mayor bajo discriminación.

En ambos casos esto ocurrió porque la discriminación permite aumentar la cantidad vendida y sabemos que el bienestar aumenta si las ventas también lo hacen.