



Clase Auxiliar 06/06/2003¹

Dudas y consultas a: Ignacio Llanos

illanos@ing.uchile.cl

Álvaro Stein

astein@dii.uchile.cl

Solución Problema N°8

- a) Si α es mayor que cero los bienes son sustitutos, ya que un aumento en el precio del otro bien produce un incremento en la cantidad producida del otro. Algunos ejemplos son: Mantequilla y margarina, azúcar y sacarina, etc. Por el contrario si α es menor que cero los bienes serán complementarios. Un ejemplo de este tipo de productos son el pan y la mantequilla.

Esto puede observarse mirando el signo de la elasticidad cruzada

$$\frac{\partial q_i}{\partial p_j} = \alpha$$

- b) La función objetivo de la firma es:

$$\text{Máx } \pi = p_1 x_1 = p_1 [100 - p_1 + \alpha p_2]$$

OJO: La función objetivo de cada firma debe quedar expresada en función del *precio* de la otra y NO de la cantidad, ya que las variables de decisión son los precios. El equilibrio de Nash dice que cada firma no tiene incentivos a cambiar el precio *dado* el precio que fija la otra por lo que, al maximizar, cada firma toma el precio de la otra como dado (constante). Si las variables de decisión fueran las cantidades producidas habría que dejar expresada la función objetivo como función de cantidades y no de precios.

Con la condición de primer orden se obtiene la función de reacción de la firma uno $P_1(P_2)$, es decir, para cada P_2 se obtiene el P_1 óptimo para la firma uno. Análogamente para la firma dos se obtiene $P_2(P_1)$. El equilibrio se logra con una combinación de precios consistente con las funciones de reacción.

Reemplazar P_2 en la función objetivo por la función de demanda en el mercado 2 no es correcto.

- c) al maximizar tenemos que:

$$\frac{d\pi_1}{dp_1} = 100 - 2p_1^* + \alpha p_2^* = 0$$

Para la otra firma es análogo

$$\frac{d\pi_2}{dp_2} = 100 - 2p_2^* + \alpha p_1^* = 0$$

¹ Los 3 problemas son de la guía 1, disponible en U-cursos (Material docente → Guías).

Resolviendo el sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, se obtiene

$$p_1^* = p_2^* = \frac{100}{2-\alpha}$$

d) En caso de fusión la función objetivo de la empresa es

$$\text{Máx } \pi = p_1 x_1 + p_2 x_2 = p_1(100 + \alpha p_2 - p_1) + p_2(100 + \alpha p_1 - p_2)$$

Luego debemos derivar con respecto a cada variable

$$\frac{d\pi}{dp_1} = 100 + 2\alpha p_2^m - 2p_1^m = 0$$

$$\frac{d\pi}{dp_2} = 100 + 2\alpha p_1^m - 2p_2^m = 0$$

$$\Rightarrow p_1^m = p_2^m = \frac{50}{(1-\alpha)}$$

Obs: Como se pide $\alpha < 1$, el precio obtenido es > 0 .

Lo que a nosotros nos interesa es lo que va a pasar con los precios, buscaremos la condición para que estos suban

$$p_1^m > p_1^* \Leftrightarrow \frac{50}{(1-\alpha)} > \frac{100}{2-\alpha} \Leftrightarrow \frac{1}{2} > \frac{1-\alpha}{2-\alpha} \Leftrightarrow 2-\alpha > 2-2\alpha \Leftrightarrow \alpha > 0$$

Obs: la desigualdad no cambia de signo al pasar multiplicando los denominadores ya que siempre son positivos.

Lo que hallamos es bastante intuitivo, los precios suben si $\alpha > 0$. Si los bienes son sustitutos al fusionarse disminuirá la competencia en cambio si son complementarios la fusión hará que la nueva empresa reciba el beneficio que genera al bajar el precio de un producto en las ventas del otro.

e) El criterio debería ser:

- si $\alpha > 0$ hay que impedir la fusión
- si $\alpha \leq 0$ hay que autorizar la fusión

Solución Problema N°10

a)

		Sr. MacRon	
		Inspecciona (I)	No Inspecciona (NI)
Cocinero	Esfuerzo (E)	200-40-120 = 40	200-120 = 80
		120-60 = 60	120-60 = 60
	No esfuerzo	200-40-200 = -40	200-200-120 = -120
		0	120

Obs: en el enunciado no está claro si demandarán al Sr. MacRon cuando éste inspeccione y encuentre que el cocinero no se esfuerza. En esta pauta está resuelto suponiendo que igual lo demandan pero también se puede resolver suponiendo que el Sr. MacRon previene la venta de la hamburguesa mala. En este caso habría que especificar si obtiene las ventas totales de 200 o no. En la sección del profesor Fischer se resolvió suponiendo que sí recibe las ventas totales por lo que su utilidad (si inspecciona y el cocinero no se esfuerza) es $200-40=160$. Este cambio influye sobre el resultado del juego, en particular sobre las estrategias mixtas de equilibrio, pero no afecta el método de resolución.

No hay equilibrio de Nash por que en todas las combinaciones de estrategias del juego siempre hay algún jugador que tiene incentivos para cambiarse de estrategia.

- b)** p = prob. que el Sr. MacRon decida inspeccionar (I)
 q = prob. que el Cocinero decida esforzarse (E)

El señor MacRon elige p de tal manera que al cocinero le sea indiferente jugar cualquiera de sus estrategias puras (esta es la forma de calcular estrategias mixtas de equilibrio). Entonces, p debe cumplir $E(U_c(E)) = E(U_c(NI))$

$$\Rightarrow 60p + 60(1-p) = 0p + 120(1-p) \quad \begin{array}{l} \text{por lo tanto } p = \frac{1}{2} \\ \text{y } 1-p = \frac{1}{2} \end{array}$$

Análogamente, el Cocinero elige q tq se cumpla $E(U_M(I)) = E(U_M(NI))$

$$\Rightarrow 40q - 40(1-q) = 80q - 120(1-q) \quad \begin{array}{l} \text{por lo tanto } q = \frac{2}{3} \\ \text{y } 1-q = \frac{1}{3} \end{array}$$

Utilidades Esperadas:

$$E[U_M] = 40pq + 80(1-p)q - 40p(1-q) - 120(1-p)(1-q) = 40/3$$

$$E[U_c] = 60pq + 60(1-p)q + 0p(1-q) + 120(1-p)(1-q) = 60$$

c) Veamos la utilidad esperada del cocinero con cada estrategia.

Si se esfuerza:

$$U_c(E) = 120 - 60 \text{ (con certeza)}$$

Si no se esfuerza

$$E[U_c(NE)] = 120(1-k) + 0k \text{ (si la cámara lo pilla obtiene 0)}$$

pero como $\frac{1}{2} < k < 1$ entonces $120(1-k) < 60$. Por lo tanto el cocinero se esfuerza siempre.

d)

Veamos que pasa con la utilidad del Sr MacRon si decide instalar la cámara. Primero notamos que él sabe que el cocinero se esforzará si instala la cámara.

$$U_M/\text{con cámara} = 200 - 120 - 60 = 20$$

Como la utilidad del Sr. MacRon al poner la cámara es mayor que la utilidad esperada si no la pone ($20 > 40/3$), entonces concluimos que le conviene instalarla.

Solución Problema N°12

- a) Podemos ver que enjuiciar es una estrategia dominante, luego el dictador sabe que en caso de no aferrarse al poder será enjuiciado sin duda alguna.
La condición para que un dictador se aferre al poder es que el valor esperado de aferrarse sea mayor su otra opción (negociar y luego ser enjuiciado).

$$0(1-e) + 5e \geq 1$$

$$e \geq \frac{1}{5}$$

- b) En este caso el valor esperado de aferrarse debe ser mayor que la alternativa: salida negociada:

$$3(1-e) + 5e \geq 5$$

$$3 - 3e + 5e \geq 5$$

$$e \geq \frac{1}{2}$$

La revista *Economist* tiene razón, la probabilidad de éxito necesaria para que el dictador se aferre es mayor, pero.....

- c) El problema de la sugerencia planteada por la revista *Economist* es que se reduce el costo (o castigo) a los nuevos dictadores, los que podrían hacer un golpe y luego negociar una

salida (independiente de la probabilidad de éxito) con lo que siempre tendrían un beneficio mayor al que obtienen si no hacen golpe ($4 > 2$). Es decir la probabilidad de golpe es 1. La propuesta de *Economist* no es razonable.

- d) En este caso un potencial dictador no haría un golpe para luego negociar (como en la parte c)), pero igual podría hacerlo si el valor esperado del beneficio de hacer un golpe y aferrarse al poder es mayor que el no hacerlo :

$$5e \geq 2$$

$$e \geq \frac{2}{5}$$

Al país le conviene claramente, ya que reduce las probabilidades de un golpe.