



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa  
Profs: P. Rey, D. Sauré, A. Schilkrut  
Aux : C. Berner, J. Guajardo, M. Guajardo, P. Hernández.

## Solución CTP 4

### 5 de Mayo, 2004

#### ■ Etapas:

Cada una de las semanas del horizonte de evaluación,  $t=1,\dots,T$

#### ■ Variable de Decisión:

$P_t$  = Precio a fijar en semana  $t$ .

#### ■ Variables de Estado:

$S_t$  = Stock al inicio de semana  $t$ .

$A_t$  = Demanda insatisfecha acumulada al inicio de la semana  $t$ .

$SP_t$  = Precio fijado en la semana anterior ( $t-1$ ).

#### ■ Variable Aleatoria:

$D_t$  = Demanda en semana  $t$ .

$$M_t = \begin{cases} 1 & \text{si multa en } t, \text{ dado } P_{t-1} = P^a \\ 0 & \sim \end{cases}$$

#### ■ Recurrencias:

$$S_{t+1} = S_t - (1 - M_t) \cdot D_t$$

$$A_{t+1} = A_t + M_t \cdot D_t$$

$$SP_{t+1} = P_t$$

■ **Función de Beneficio:**

En primer lugar definamos la siguiente notación.

$$P(D(j, k)) = \sum_{k=0}^j \binom{j}{k} q^k (1-q)^{j-k} \cdot D_j(SP_t)$$

- Etapa T+1:

$$V_{T+1}^*(S_{T+1}, A_{T+1}, SP_{T+1}) = V \cdot S_{T+1} - K \cdot A_{T+1}$$

- Etapa  $t$  genérica:

$$V_t(S_t, A_t, SP_t, P_t) = \begin{cases} \sum_{j=0}^{\infty} P(D(j, k)) \cdot [P_t \cdot (j - k) + 0,9P_t \cdot k + V_{t+1}^*(S_t - j, A_t, P_t)] & , \text{ si } SP_t \in [P^m, P^b] \\ (1 - P_{multa}) \cdot \sum_{j=0}^{\infty} P(D(j, k)) \cdot [P_t \cdot (j - k) + 0,9P_t \cdot k + V_{t+1}^*(S_t - j, A_t, P_t)] \\ + P_{multa} \cdot \{ -M + \sum_{j=0}^{\infty} D_j(SP_t)[-j \cdot C + V_{t+1}^*(S_t, A_t + j, P_t)] \} & , \text{ si } SP_t = P^a \end{cases}$$

Donde:

$$V_t^*(S_t, A_t, SP_t) = \max_{P_t \in [P^a, P^m, P^b]} \{V_t(S_t, A_t, SP_t, P_t)\}$$

Así, el beneficio esperado óptimo se obtiene con:

$$V^* = V_1^*(S_1, A_1, SP_1)$$

■ **Condiciones de Borde:**

$$S_1 = S$$

$$A_1 = 0$$

$$SP_1 = P^b$$

**Comentarios y/o Consultas:**

**José Guajardo.**

jguajard@ing.uchile.cl