



Universidad de Chile  
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas  
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa  
Profs: P. Rey, D. Sauré, A. Schilkrut  
Aux : C.Berner, J.Guajardo, M.Guajardo, P.Hernández.

## CTP 4

### 5 de Mayo, 2004

Una tienda ha importado  $S$  unidades de un exclusivo producto, las cuales espera vender durante la temporada de Invierno, que dura  $T$  semanas. Al comienzo de cada semana  $t$  ( $t = 1 \dots T$ ) del horizonte, la tienda mira el stock disponible, debiendo decidir el precio  $P_t$  al cual venderá los productos en esa semana. La tienda no tiene la posibilidad de reabastecerse durante la temporada, pero considere que  $S$  es tal que la tienda sabe con seguridad que puede cubrir la demanda de sus  $N$  clientes durante el horizonte de  $T$  semanas.

De acuerdo a la política comercial de la tienda, existen 3 precios posibles cada semana:  $P^a$  (precio alto),  $P^m$  (precio medio) y  $P^b$  (precio bajo).

La tienda enfrenta una demanda aleatoria que depende del precio fijado en la etapa anterior, esto es: si en la semana  $t - 1$  el precio fue  $P_{t-1}$ , entonces en la semana  $t$  la probabilidad que la demanda sea  $j$  unidades es  $D_j(P_{t-1})$ , con ( $j = 0 \dots N$ ). Un cliente a lo más compra una unidad cada semana. La tienda mantiene convenios con otra compañías, mediante los cuales los clientes de la tienda pueden adquirir descuentos cada semana (un cupón de descuento es válido sólo por 1 semana). Se sabe que la probabilidad que un cliente cualquiera que llega a comprar a la tienda posea un cupón de descuento es  $q$ , independiente de la semana  $t$ . Tales clientes tienen un descuento del 10 por ciento, por lo que pagan  $0,9P_t$ . Al final de la temporada, la tienda venderá los productos sobrantes a un país sin mar (ni gas) a un precio unitario de  $\$V$ , con  $V < P^b$ .

La situación de la tienda no es trivial, debido a que la Comisión Antimonopolios vigila atentamente los precios fijados por la tienda. Así, si en una semana  $t - 1$  cualquiera la tienda fijó el precio en  $P^a$ , con probabilidad  $P_{multa}$  la Comisión Antimonopolios cursará una multa en la semana  $t$  consistente en el cierre de la tienda durante la semana  $t$  más una suma de  $\$M$ . En este caso, la tienda enfrenta un costo por demanda insatisfecha de los clientes que querían comprar en la semana  $t$  igual a  $\$C$  por cada cliente que no pudo comprar el producto en esa semana. Además, al final de la temporada, la tienda enfrentará un costo residual de  $\$K$  por cada vez que un cliente no haya podido comprar el producto (cualquiera haya sido la semana), asociado a una pérdida de credibilidad del mercado. Considere que en las semanas en que la tienda es cerrada por la Comisión Antimonopolios, la tienda igual fija un precio, ya que éste influirá en los beneficios de las siguientes etapas.

Considere que en el período 0 la tienda fijó un precio  $P^b$ , y que si en la última semana  $T$  la tienda fija un precio de  $P^a$ , la Comisión Antimonopolio no podrá ejercer ninguna acción contra la tienda en la etapa  $T + 1$ .

Formule un modelo de programación dinámica estocástica que permita a la tienda definir la política de precios que maximice sus utilidades durante la temporada de Invierno.