



Solución Clase Auxiliar 27 de Abril, 2004

Problema 1

- El modelo de programación dinámica estocástica es el siguiente:

- Etapas:

Cada uno de los paraderos, $k \in \{1, \dots, K\}$

- Estados:

N_k = Número de pasajeros en el bus antes de parar (o no) en el paradero k .

- Decisión:

$$X_k = \begin{cases} 1 & \text{si se detiene en el paradero } k \\ 0 & \sim \end{cases}$$

- Variable aleatoria:

j_k = Número de personas que desean subirse en el paradero k .

$$Y_k = \begin{cases} 1 & \text{si lo detiene un carabinero en el paradero } k \\ 0 & \sim \end{cases}$$

- Recurrencia:

$$N_{k+1} = X_k \cdot \min\{C, N_k + j_k\} + (1 - X_k) \cdot N_k$$

- Función de Beneficios:

Para el último período solo recibimos un bono si llegamos con el lleno. Además no consideraremos el costo de parar acá (es un costo fijo).

$$V_{K+1}^*(N_{K+1}) = \begin{cases} F & \text{si } N_{K+1} = C \\ 0 & \sim \end{cases}$$

Para el resto de los períodos la función de beneficios toma la siguiente forma:

$$V_k^*(N_k) = \max\{V_k(N_k, 0), V_k(N_k, 1)\}$$

Donde:

$$V_k(N_k, 1) = -D + \sum_{j=0}^{\infty} \left[P_k \cdot \min\{C - N_k, j\} + V_{k+1}^*(\min\{C, N_k + j\}) \right] \cdot S_j$$

y

$$V_k(N_k, 0) = -C_{inf}(1 - S_0) \cdot P_{Multa} + V_{k+1}^*(N_k)$$

- Condiciones de borde:

$$N_1 = 0$$

2. Consideremos la tabla para el último período:

Período 10:

N_{10}	0	1	X_{10}^*	V_{10}^*
30	3110	3000	0	3110
29	-1890	2950	1	2950
28	-1890	1200	1	1200
27	-1890	-800	0	-800

Período 9:

N_9	0	1	X_9^*	V_9^*
30	1220	1100	0	1220
29	1060	2544	1	2544
28	-690	1555	1	1555
27	-2490	575	1	575

Período 8:

N_8	0	1	X_8^*	V_8^*
30	-670	-780	0	-670
29	654	-197,6	0	654
28	335	628,1	1	628,1
27	-1215	651,5	1	651,5

Período 7:

N_7	0	1	X_7^*	V_7^*
27	-1238,5	-656,61	1	-656,61

Revisen los números porque no estoy 100 % seguro de ellos.

La estrategia óptima de detenciones es la siguiente: Detenerse en el paradero 7.

Si se llega con menos de 28 personas al paradero 8, detenerse. Si no seguir de largo.

En el paradero 9 detenerme solo si no tengo 30 personas en el bus.

En el paradero 10 detenerse si hay 28 o 29 personas en el bus.

Problema 2

- Etapas:

Cada uno de los períodos del horizonte de evaluación, $t=1,\dots,T$

■ **Variables de Estado:**

S_t = Stock en tienda en período t .

B_t = Stock en bodega central en periodo t .

L_t = Cantidad de piscinas enviadas a la tienda, en el período anterior.

■ **Variable de Decisión:**

e_t = Cantidad de piscinas a enviar de bodega central a tienda en periodo t .

■ **Variable Aleatoria:**

D_t = Demanda de piscinas en la tienda en periodo t .

Dado que en cada uno de los períodos del horizonte la tienda tiene R clientes potenciales, cada uno de los cuales demanda 1 unidad del producto con probabilidad q_t , en el período t , se tiene que:

$$P[D_t = k] = \binom{R_t}{k} q_t^k (1 - q_t)^{R_t - k}$$

■ **Recurrencias:**

$$S_{t+1} = \max\{S_t + e_t - D_t, 0\}$$

$$B_{t+1} = B_t - e_t$$

$$L_{t+1} = e_t$$

■ **Función de Beneficio:**

$$E_{D_t}[V_t(B_t, S_t, L_t, e_t)] = -c_t(e_t) - A_t \cdot |e_t - L_t| + \sum_{k=0}^{\infty} P[D_t = k] \cdot [U_{t,k} + V_{t+1}^*(B_t - e_t, \max\{S_t + e_t - k, 0\}, e_t)]$$

Donde:

$$U_{t,k} = P \cdot \min\{S_t + e_t, k\}$$

$$V_t^*(B_t, S_t, L_t) = \max_{e_t \leq B_t, S_t + e_t \leq K} \{E_{D_t}[V_t(B_t, S_t, L_t, e_t)]\}$$

- **Condiciones de Borde:**

$$V_{T+1}(B_{T+1}, S_{T+1}, L_{T+1}) = S \cdot S_{T+1}$$

$$B_1 = C$$

$$L_1 = e_0$$

$$S_1 = H$$

Problema 3

1. Siguiendo los pasos característicos tendremos:

- **Etapas:** Cada uno de los hoteles.

- **Variable de estado:**

$$n_i = \begin{cases} 1 & \text{Si ya encontré habitación en algún hotel} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

- **Variable de decisión:**

$$q_i = \begin{cases} 1 & \text{Si entro a preguntar al hotel i-ésimo} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

- **Variable aleatoria:**

$$w_i = \begin{cases} 1 & P_i & \text{Si hay habitación} \\ 0 & 1 - P_i & \text{Si no} \end{cases}$$

- **Condición de borde:**

$$\begin{aligned} V_k^*(1) &= 0 \\ V_{N+1}^*(0) &= K \end{aligned}$$

- **Recurrencia:**

$$V_k(0, q_k) = q_k(Q + P_k \cdot S_k + (1 - P_k) \cdot V_{k+1}^*(0)) + (1 - q_k) \cdot (V_{k+1}^*(0) + C_k)$$

Asumiendo $C_N = 0$. Entonces:

$$V_k^*(0) = \max_{q \in \{0,1\}} V^*(0, q)$$

2. Resolvemos:

- **Etapas 4:**

$$V_4^*(0) = 450$$

- **Etapas 3:**

$$\begin{aligned} V_3^*(0, 1) &= 100 + 0,4 \cdot 150 + 0,6 \cdot 450 = 430 \\ V_3^*(0, 0) &= 450 \end{aligned}$$

Implica que $q_3^* = 1$ y que $V_3^*(0) = 430$

■ **Etapla 2:**

$$V_2^*(0, 1) = 100 + 0,6 \cdot 250 + 0,4(100 + 430) = 462$$

$$V_2^*(0, 0) = 100 + 430 = 530$$

Implica que $q_2^* = 1$ y que $V_2^*(0) = 462$

■ **Etapla 1:**

$$V_1^*(0, 1) = 100 + 0,8 \cdot 500 + 0,2(100 + 462) = 612$$

$$V_1^*(0, 0) = 100 + 462 = 562$$

Implica que $q_1^* = 0$ y que $V_1^*(0) = 562$

Dudas y/o errores:

José Guajardo

jguajard@ing.uchile.cl