



Clase Auxiliar 27 de Abril, 2004

Problema 1

Un microbús posee K paraderos en su recorrido, además de una estación terminal. El conductor del bus debe decidir antes de llegar a cada paradero si detenerse o no, y en caso que lo haga, suben todos los pasajeros que esperan, siempre que no se supere la capacidad C del vehículo. El chofer puede decidir no detenerse, pero corre el riesgo de que un carabinero le curse una infracción (de valor $\$C_{inf}$) con probabilidad P_{parte} en caso de dejar pasajeros en el paradero sin poder tomar el bus, es decir, que haya personas esperando.

La probabilidad de que j personas esperen tomar el bus es S_j , para todos los paraderos.

El precio del pasaje para un pasajero que sube en el k -ésimo paradero es P_k .

Suponga que los pasajeros solo se bajan en la estación terminal y que el Ministerio de Transporte le entrega un premio de $\$F$ al chofer si llega al terminal con su capacidad copada. El costo de cada detención que real es de $\$D$.

1. Formule un modelo de programación dinámica que le permita al chofer maximizar su beneficio neto por recorrido realizado.
2. Resuelva el modelo suponiendo que el autobus se aproxima al séptimo paradero de un total de 10, llevando 27 pasajeros cómodamente sentados. Considere:
 $P_k = 500$, $C = 30$, $F = 5000$, $D = 2000$, $P_{parte} = 0,7$, $C_{int} = 3000$, $S_0 = 0,1$, $S_1 = 0,4$ y $S_2 = 0,5$

Problema 2

Una tienda ha importado C unidades de piscinas, las cuales espera vender durante la temporada de Verano. Al comenzar la temporada, que dura T semanas, las C unidades están almacenadas en la **bodega central** que se encuentra en las afueras de la ciudad.

Al comienzo de cada semana salen camiones a dejar mercadería a la tienda y el **product manager** a cargo de las piscinas puede enviar en ellos productos. No es posible devolver productos desde la tienda a la **bodega central**. Al final de cada semana, la tienda informa al **product manager** el número de piscinas vendidas (y por tanto la cantidad que quedó en stock para la semana siguiente). Se sabe que inicialmente se cuenta con un inventario de H productos en la tienda y que el envío del mes 0 fue e_0 .

En el período t ($t = 1, \dots, T$) del horizonte, la tienda tiene R_t clientes potenciales, cada uno de los cuales de manera independiente demandará **1 unidad** del producto con probabilidad q_t .

El precio de venta de las piscinas es P . Al terminar la temporada, las unidades que hayan quedado en el **stock de la tienda** pueden ser vendidas a una liquidadora a un precio $S < P$.

El costo de transporte desde la **bodega central** a la tienda en la semana t tiene dos componentes: Primero, se incurre en un costo de $c_t(e_t)$ si se envían e_t unidades en la semana t . Segundo, si el envío en la semana $t-1$ es e_{t-1} y el envío en el mes t es e_t , entonces se incurrirá durante la semana t en un costo de suavizamiento o atenuación igual a $A_t \cdot |e_t - e_{t-1}|$.

Por simplicidad suponga que no hay restricciones de capacidad en los camiones y que el stock máximo que se puede mantener en la **tienda** es de K unidades del producto. Suponga también que no existen costos por mantener el producto en bodega y que los envíos a la tienda son instantáneos.

Formule el problema de programación dinámica estocástica que debe resolver el **product manager** a cargo de las piscinas para decidir cuantas unidades enviar a la tienda al comienzo de cada semana.

Problema 3

Usted ha decidido ir a mochilear a Bongwutsi, un pequeño país africano. Luego de arribar al aeropuerto de Bongwutsi, usted se encuentra al comienzo de la calle principal listo para buscar alojamiento.

Según la información de la guía, se sabe que a lo largo de la calle existen los únicos N hoteles de la ciudad. Cada hotel está separado por 3 cuadras del siguiente. La probabilidad que el hotel i -ésimo tenga habitación disponible es P_i , donde P_i es decreciente en i (si no hay habitación, usted no puede quedarse en ese hotel). El precio de hotel i es S_i , también decreciente en i . Si pasa frente a uno de los hoteles y no entra, usted no puede regresar a él. En buenas cuentas, usted sólo puede recorrer la calle una vez, de principio a fin, sin volver atrás.

Los costos considerados son los siguientes:

- Costo de caminar desde el hotel i -ésimo al $i + 1$ es C_i , creciente en i .
- Costo de entrar a preguntar a un hotel, si hay o no habitación disponible, es igual a Q para todos los hoteles (refleja la caminata hacia el interior del lugar y la pérdida de tiempo en aquello).
- Si luego de pasar a lo largo de toda la calle usted no se queda en ningún hotel, tiene un costo residual de dormir en la calle valorado en K .

A usted lo único que le interesa es minimizar el costo total, independiente de la calidad del hotel en el cual se hospeda.

1. Formule un modelo de programación dinámica que le permita resolver el mismo problema en el caso general. Fundamente intuitivamente, por qué es útil usar programación dinámica para resolver este problema.
2. Resuelva el modelo para los siguientes parámetros:

$$\begin{array}{llll} N = 3 & P_1 = 0,8 & P_2 = 0,6 & P_3 = 0,4 \\ S_1 = 500 & S_2 = 250 & S_3 = 150 & \\ Q = C_1 = C_2 = 100 & K = 450 & & \end{array}$$