



Clase Auxiliar 26 de Abril, 2004

## Problema 1

La familia Sampsons va a salir de vacaciones desde su ciudad natal Sprangfield. La familia desea visitar  $n$  ciudades y dispone de un total de  $M$  días para hacerlo, con  $M \geq n$ . La familia desea saber cuantos días permanecer en cada ciudad de modo de maximizar la satisfacción total de sus vacaciones sabiendo que para cada ciudad  $i$  existe una función de satisfacción  $g_i$  que es función del número de días de permanencia. Suponga que no se pierde un tiempo considerable en el traslado de una ciudad a otra.

1. Plantee un modelo de programación dinámica para resolver la planificación de las vacaciones de los Sampsons.
2. Suponga que  $n = 3$  y  $M = 5$  y que las funciones de beneficio  $g_k(x_k)$  vienen dadas por:

	$g_1(x_1)$	$g_2(x_2)$	$g_3(x_3)$
$x_k = 0$	0	0	0
$x_k = 1$	1	1	1
$x_k = 2$	2	4	3
$x_k = 3$	3	6	3
$x_k = 4$	4	8	2
$x_k = 5$	5	8	1

## Problema 2

En una popular comuna el alcalde está bastante preocupado por la seguridad ciudadana, por lo que ha decidido implementar un curioso sistema de botones de pánico, a través de los cuales la amedrentada población podrá pedir ayuda en caso de emergencia.

Después de grandes esfuerzos por conseguir presupuesto, el alcalde cuenta con un capital que le permite instalar un máximo de  $K$  botones, los cuales debe distribuir en los  $M$  barrios de su comuna. (con  $K > M$ ).

Según el experimentado equipo de asesores del edil, que ya piensan en la reelección, si en el barrio  $m$  se instalan  $k$  botones, el alcalde ganará  $P_m(k)$  votos adicionales.

Suponga que es contratado para determinar la asignación que maximiza la cantidad de votos que conseguirá el alcalde en la próxima elección, producto de su campaña de seguridad ciudadana.

1. ¿Por qué este problema es susceptible a ser abordado por un enfoque de programación dinámica?
2. Modele el problema usando programación dinámica determinística, explicitando claramente las etapas, variables de decisión, variables de estado y funciones de beneficio.

Suponga ahora que si en un barrio  $m$ , se instalan más de  $U_m$  botones, la oposición al alcalde lo acusará públicamente de populista y derrochador. Esto implica una pérdida de  $r_m$  votos por cada botón por sobre  $U_m$ , instalado en esta zona.

Por otra parte, si en el barrio  $m$  se asignan menos de  $L_m$  aparatos de emergencia, la junta de vecinos del sector también iniciará una campaña de desprestigio que implica la pérdida de  $t_m$  sufragios por cada botón por debajo de  $L_m$ .

1. Modele el nuevo escenario, usando programación dinámica determinística.
2. Suponga que  $M = 3$  y  $K = 5$ . Además se sabe que  $L_1 = L_2 = L_3 = 2$  y  $U_1 = U_2 = U_3 = 3$  y se cuenta con estimaciones de los votos que obtendrá el alcalde en cada barrio, en función del número de botones que instale, la que se resume en la siguiente tabla. Con esta información y usando el modelo planteado en la parte (c), encuentre la asignación óptima de botones.

N° Botones de pánico	Barrio 1	Barrio 2	Barrio 3
0	0	0	0
1	45	20	50
2	70	45	70
3	90	75	80
4	105	110	100
5	120	150	130
r	10	15	20
t	10	15	20

### Problema 3

Considere una tienda que cada mes debe decidir cuanto ordenar de un determinado producto. El costo de cada unidad de producto es  $\$c$  y existe un costo fijo de poner una orden igual a  $\$K$ . Se sabe que en general, el tiempo en que se demora en llegar una orden es de 1 mes (lo que se ordena 1 mes estará disponible para el mes siguiente), pero existe una probabilidad  $p$  que la orden se atrase y demore 2 meses en llegar. Una orden nunca demora más de 2 meses en llegar.

Actualmente la tienda tiene  $N$  clientes, cada uno de los cuales demandará una unidad de producto en un mes con una probabilidad  $q$ . El precio de venta es  $\$P$  ( $P > c$ ). Además, si llega un cliente y no hay unidades en stock se incurre en un costo  $\$b$  por cada uno de ellos.

Por otra parte, la bodega en que se almacena el producto es de capacidad limitada y sólo permite guardar  $L$  unidades, con  $L \geq N$  (todas las unidades por sobre esta capacidad que intente almacenar serán dañadas perdiendo completamente su valor).

El dueño de la tienda actualmente cuenta con  $S$  unidades en la bodega y está interesado en contar con un sistema que le permita, mes a mes, decidir cuánto producto ordenar con el fin de maximizar sus utilidades para los próximos  $T$  períodos, fecha en que cerrará su negocio y las unidades de producto que sobren no tendrán valor comercial.

1. Formule el modelo de programación dinámica que permitiría apoyar las decisiones del dueño de la tienda. Escriba explícitamente las expresiones de los valores esperados que puedan aparecer en este modelo.
2. Explique esquemáticamente como incluiría en su modelo la siguiente situación: El dueño de la tienda sabe que si un cliente en 2 meses seguidos no encuentra el producto en stock se retirará indignado y nunca más volverá a la tienda lo que implica un costo  $I$ , con  $I \gg b$ .
3. Si actualmente no hay pedidos atrasados encuentre la política óptima para el dueño de la tienda para los siguientes valores numéricos:

$$\begin{aligned}
 c &= 5 & K &= 10 & p &= 0,2 & L &= 2 \\
 N &= 2 & q &= 0,5 & P &= 15 & b &= 0 \\
 T &= 3 & S &= 1
 \end{aligned}$$