Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: P. Rey, D. Sauré, A. Schilkrut
Aux : C. Berner, J. Guajardo, M. Guajardo, P. Hernández.

Tarea 2
Fecha entrega: Martes 4 de Abril, 2004

Problema 1

Durante el mes t (t=1,...,T) una botillería se enfrenta a una demanda de d_t unidades de su producto artesanal "Pistol-Cola". El costo de los insumos para producir tan singular brebaje durante el mes t tiene dos componentes: Primero, se incurre en un costo de $c_t(x)$ si se producen x unidades en el mes t. Segundo, si el nivel de producción de la empresa durante el mes $t-1$ es x_{t-1} y el nivel de producción durante el mes t es x_t, entonces se incurrirá durante el mes t en un costo de suavizamiento o atenuación igual a $A \cdot |x_t - x_{t-1}|$. Al final de cada mes se incurre en un costo de almacenamiento de h_t, por unidad. Adicionalmente se incurre en un costo de I_t por cada unidad de demanda insatisfecha durante el mes t, la cual se desplazará para el mes siguiente, es decir, si se tienen y clientes insatisfechos el mes t, la demanda en el mes $t+1$ sera $d_{t+1} + y$. El costo de terminar el período de planificación con algún cliente insatisfecho es *muy alto*. Se sabe que inicialmente se cuenta con un inventario de S_1 productos y que la producción del mes 0 fue x_0.

Plantee un modelo de programación dinámica que permita a la empresa maximizar las ganancias en los próximos T meses.

Problema 2

Una central hidroeléctrica recibe el flujo de agua proveniente de un embalse de río arriba. Los dueños del embalse deben, al comienzo de cada año, indicar la cantidad de agua(O_t) que entregarán a la central. El ingreso percibido es c[$/U.V.].

Por otro lado, la única alimentación del embalse es a través de aguas lluvias. Por experiencia, se sabe que el volumen anual de aguas lluvia es una v.a. que sigue la siguiente distribución:

Volumen[U.V.]	Pbb.
0	P_1
M	P_2
2M	P_3

Con $P_1 + P_2 + P_3 = 1$. Además, si el embalse no es capaz de cubrir el mínimo pactado de Q[U.V] cada año, debe comprar el agua faltante a un precio de w[$/U.V.]. Suponga que el embalse tiene una capacidad máxima de K[U.V.] y que inicialmente dispone de R[U.V.]. Plantee un modelo que permita encontrar la política óptima de entrega de agua a la central.

Problema 3

Un simpático chofer de la locomoción colectiva debe cumplir su recorrido por K paraderos utilizando un bus con capacidad para C pasajeros. El chofer del bus sabe que en el paradero k habrán esperando exactamente d_k personas que desean abordar el bus, sin embargo no sabe quiénes de estas personas cancelarán la tarifa completa ($\$T_A$) o quiénes cancelaran la tarifa escolar ($\$T_E$). La experiencia del chofer le indica que una persona que aborda el bus en el paradero k con probabilidad q_k pagará tarifa escolar. Notar que no necesariamente todas las personas que esperan el bus en el paradero k suben a éste.

El chofer, que odia a los escolares, en cada paradero debe decidir si detenerse a tomar pasajeros o seguir derecho hacia el próximo paradero. Si decide no detenerse existe una probabilidad r de que sea visto por algún carabinero el que lo detendrá de inmediato y lo multará con $\$M$ pesos. La detención implica que todos los pasajeros se bajan del bus para luego continuar.

Adicionalmente, un pasajero que se encuentra arriba del bus deseará bajarse en el paradero k con probabilidad b_k. Una persona que decide bajarse mantendrá su postura hasta lograrlo, es decir, se bajará en la primera parada que haga el bus. Además, suponga que los pasajeros tienen buenos modales y dejan bajar antes de subir.

Si el chofer decide no detenerse en algún paradero las personas que desean bajar lo hostigaran hasta que pare. Cuando esto ocurra el chofer deberá indemnizar a cada pasajero que se deseaba bajar en una cantidad I.

1. (1,0 pto.) Suponga que llegando a un paradero el bus lleva R pasajeros, de los cuales S deseaban bajarse en el paradero anterior (S menor que R). Calcule la distribución de probabilidad del número de personas que se bajarán del bus si el chofer decide detenerse en el paradero.[1]
2. (1,5 ptos.) Bajo las mismas condiciones anteriores, y suponiendo que i personas bajan del bus en el paradero, calcule la distribución de probabilidad del número de escolares que se suben al bus.
3. (0,5 ptos.) Utilizando las partes anteriores calcule el valor esperado de las ganancias, que por concepto de pasajes, el chofer del bus percibe en un paradero k cualquiera.
4. (0,5 ptos.) Suponga ahora que el chofer decide no detenerse en un paradero. Calcule el valor esperado del beneficio obtenido en ese paradero.
5. (2,5 ptos.) Construya un modelo de programación dinámica estocástica que ayude al chofer del bus a decidir la estrategía óptima de detenciones en el recorrido.[2]

Problema 4

Suponga que a comienzos de la próxima semana usted tendrá a su disposición cierta cantidad de dinero M para sus gastos personales hasta fin de año. Usted desea gastar todo el dinero antes del próximo año, por lo tanto, el valor que para usted tiene un peso de los M es cero después del 31 de diciembre del presente, (suponga que el fin de año corresponde a un domingo).

Usted debe decidir cuánto gastar semana a semana de modo de maximizar su beneficio esperado. La decisión de cuánto gastar en una semana dada se toma a comienzos de esa semana y no se cambia (como buen ingeniero planificador y mal vividor). Si la semana $k,\ k = 0, ..., T$ usted gasta G pesos, entonces el beneficio percibido puede ser representado por:

$$\sqrt{(a_k + b_k) \cdot G}$$

Donde $a_k > 0$ es una constante y b_k es una variable aleatoria positiva con función de densidad $f_{b_k}(x)$. La variable aleatoria intenta modelar el hecho que usted no sabe todas las actividades que realizará en la semana

[1] Recuerde considerar a las personas que desean por primera vez bajarse del bus.

[2] Utilice los resultados de las partes anteriores.

y sus respectivos beneficios. Por ejemplo, si una semana decide gastar \$5.000 y el día miércoles se entera que hay un recital de su conjunto favorito por \$5.000 entonces su beneficio aumentará.

1. Determine el valor esperado de su beneficio en la semana k si decide gastar G.
2. Formule un modelo de programación dinámica que le permita resolver el problema. Entregue variable de estado, de decisión, aleatoria, función de beneficio acumulado, etc.