



Clase Auxiliar 12 de Abril, 2004

## Problema 1 (Control 1, Otoño 2003)

Una compañía está considerando el lanzamiento de un nuevo producto al mercado. Este, en caso de realizarse, se hará en dos etapas: “Santiago” y “Regiones”. Aún no se ha decidido en dónde se lanzará primero el producto, y dependiendo del resultado de la primera etapa se decidirá si se realiza la segunda o no.

Se cree que si el producto es lanzado primero en “Santiago”, la primera etapa tendrá éxito con probabilidad 0,6. En cambio si se lanza primero en “Regiones” la probabilidad de éxito de ésta será sólo 0,4.

De acuerdo a los antecedentes que se tienen, un producto que es lanzado primero en “Santiago”, y tiene éxito, es exitoso en “Regiones” el 80 % de las veces, mientras que cuando el producto fracasa en “Santiago” sólo el 20 % de las veces resulta ser exitoso en “Regiones”.

Por otro lado, un producto que es lanzado primero en “Regiones”, y tiene éxito, es exitoso en “Santiago” el 40 % de las veces, mientras que cuando el producto fracasa en “Regiones” sólo el 5 % de las veces resulta ser exitoso en “Santiago”.

Si el producto resulta exitoso en “Santiago” la compañía obtendrá un beneficio neto de 40 millones de pesos. Si por el contrario resulta un fracaso, tendrá pérdidas por \$ 15 millones. Además, si el producto resulta exitoso en “Regiones” se obtendrá un beneficio neto de \$ 25 millones, mientras que si resulta un fracaso, la la compañía experimentará pérdidas por \$ 20 millones. Todo lo anterior independiente de la etapa del lanzamiento.

1. (2,5 ptos.) Con los datos entregados construya y resuelva un árbol de decisión que ayude a la compañía a encontrar la política de lanzamiento óptima para el nuevo producto.

Suponga ahora que existe la posibilidad de hacer un lanzamiento reducido en un “mercado de prueba” para estimar el resultado de la primera etapa si ésta es realizada en Santiago. La experiencia que se tiene de lanzamientos anteriores indica que un producto destinado al éxito en “Santiago” es aprobado en el mercado de prueba el 90 % de las veces, mientras que un producto destinado a fracasar es aprobado en el mercado de prueba sólo el 20 % de las veces.

Además, considere que no se cuenta con experiencia suficiente de lanzamientos en mercados de prueba para “Regiones”.

2. (3,5 ptos.) Con esta información calcule el monto máximo que la compañía estaría dispuesta a gastar en el lanzamiento en un mercado de prueba. En particular, si este lanzamiento reducido tiene un costo de \$ 5 millones, ¿es conveniente?

## Problema 2 (Control 1, Otoño 2003)

Donreymix, un emprendedor druida, ha decidido instalar una tienda para distribuir una misteriosa poción mágica, llamada ferníl, en una poblada aldea gala. El problema es que ignora cuál es la cantidad óptima de poción que debe producir cada mañana para vender durante el día. No obstante, sabe que el costo de elaboración de un litro de poción es  $C_1$  monedas galas (mg) y que el precio de venta de ésta es  $P_1$  mg por litro ( $P_1$  mayor que  $C_1$ ). Además, Donreymix está consciente de que la poción no dura más de un día y de que ésta al final de una jornada puede ser vendida como fertilizante líquido, recibiendo  $P_2$  mg por litro ( $P_2$  menor que  $P_1$ ).

El druida, en una increíble muestra de sabiduría, ha estudiado el comportamiento de la demanda diaria por la poción en la aldea, llegando a concluir que la cantidad de litros demandada en un día se comporta como una variable aleatoria que se distribuye según una Uniforme $[0, D]$ , donde  $D$  corresponde al número de familias de la aldea. También ha estimado que si sus clientes llegan a la tienda y se encuentra con que no queda poción, experimentarían un malestar que él valora en  $C_2$  mg por litro.

De acuerdo a la información entregada anteriormente responda las siguientes preguntas:

1. (0,5 ptos.) Si el druida produce una cantidad  $x$  de poción para un día y la demanda es una cantidad  $t$  menor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que obtiene?
2. (0,5 ptos.) Si el druida produce una cantidad  $x$  de poción para un día y la demanda es una cantidad  $t$  mayor que la cantidad producida, ¿cuál sería el beneficio diario que obtiene?
3. (1,5 ptos.) De acuerdo a las expresiones propuestas anteriormente, ¿cuál será el beneficio diario esperado obtenido si el druida produce una cantidad  $x$  de poción?
4. (1,5 ptos.) En función de los parámetros del problema, calcule la cantidad óptima de litros de poción a producir diariamente ( $x^*$ ).

Ahora suponga que nuestro estimado druida decide distribuir más de un tipo de poción, en particular dos, A y B.

5. (2,0 ptos.) Si las demandas por estos tipos de poción pueden representarse como variables aleatorias con distribuciones Uniforme $[0, D_A]$  y Uniforme $[0, D_B]$ , respectivamente. Además, si la cantidad producida de poción B no es suficiente para satisfacer la demanda correspondiente, una fracción  $q$  de esta demanda insatisfecha puede ser atendida con poción A. Plantee una expresión que permita calcular el beneficio diario si las cantidades de poción a producir son  $x_A$  y  $x_B$ , y las demandas  $t_A$  y  $t_B$ . Explique cómo calcularía las cantidades,  $x_A^*$  y  $x_B^*$ , que maximizan el beneficio diario esperado. Considere los siguientes parámetros  $C_{1A}$ ,  $C_{2A}$ ,  $P_{1A}$ ,  $P_{2A}$ ,  $C_{1B}$ ,  $C_{2B}$ ,  $P_{1B}$  y  $P_{2B}$ .

### Problema 3 (Control 2, Otoño 2003)

Giusseppe Mandinga, un dedicado estudiante de nuestra escuela, está preocupado con el estrés que le está produciendo tanto estudio este semestre. Para mantener su salud, ha decidido dedicar las noches de los viernes para salir y “ventilar la mente”. Para ello ha elegido cuatro locales de entretenimiento nocturna de una conocida zona de Santiago. Los locales que ha elegido son “L1”, “L2”, “L3” y “L4”.

Según información que nos proporcionó un amigo cercano, Giusseppe decide a qué local dirigirse cada fin de semana de acuerdo a los siguientes criterios: - Si el show de la semana anterior le gustó, este viernes se dirige al mismo local. - Si el espectáculo al que acudió la semana anterior no le gustó, este semana concurrirá a otro local. En este caso el próximo local a visitar (de los tres posibles) es escogido equiprobablemente.

Además, nuestro informante nos comentó, a partir de su experiencia como compañero de salidas de Mandinga, que él sale satisfecho del local “Li” con una probabilidad  $p_i$ , que es igual todas las semanas e independiente de todas las salidas anteriores. En particular, nos garantiza con certeza absoluta que el espectáculo de “L4” le gustará a Giusseppe siempre (es decir  $p_4 = 1$ ).

1. Construya una cadena de Markov que represente las salidas de los viernes de Giusseppe Mandinga. Construya un grafo que la represente. Identifique las clases de estados de esta cadena y clasifíquelas en transientes y recurrentes. Para las clases recurrentes determine el período de cada una. Identifique las probabilidades de transición entre estados.
2. Justifique la existencia de probabilidades estacionarias y calcúlelas. ¿Podemos afirmar, que a partir de algún momento, Mandinga concurrirá todas las semanas a mismo local? En caso afirmativo, ¿a cuál de ellos lo hará? Justifique.