



Clase Auxiliar 24 de Marzo, 2004

## Problema 1

Una empresa que produce piezas puede ser clasificada como clase  $A$  (empresa *en control*, es decir, produce un 2% de piezas defectuosas) o clase  $B$  (empresa *fuera de control*, con un 20% de piezas defectuosas). Históricamente se sabe que la probabilidad de que una empresa esté en clase  $A$  es de un 90%.

Por otro lado continuar con el proceso productivo de la empresa cuando está fuera de control representa un costo de 400 [UM], mientras que detener el proceso cuando está en control representa un costo de 120 [UM].

Existe la posibilidad de tomar una muestra aleatoria de 1 pieza, a un costo de 5 [UM], que permite determinar la calidad de dicha pieza, es decir, si es defectuosa o está correctamente fabricada.

1. Construya un árbol de decisión que permita decidir si se debe continuar con la producción, o si ésta se debe detener, además de determinar si es conveniente realizar el muestreo aleatorio para apoyar la decisión.
2. Suponga que realizar el muestreo aleatorio para un tamaño de 2 piezas tiene un costo de 8 [UM] ¿Es conveniente utilizar este nuevo muestreo para apoyar la decisión de continuar o detener la producción?.
3. ¿Cuál es el valor esperado de la información perfecta?.

## Problema 2

Suponga que ha decidido iniciarse en el negocio forestal plantando eucaliptus. La madera puede ser utilizada para hacer listones, o bien, para ser vendida para producir celulosa. Ud. puede elegir qué variedad de árboles plantar:  $e_1$  que es mejor como madera, o  $e_2$  que es mejor como pulpa para celulosa. El precio de la celulosa al momento de la tala de los árboles (en 20 años más) puede ser alto *lo que ocurre con probabilidad 0.4* o bajo, *lo que ocurre con probabilidad 0.6*.

Los ingresos por hectárea sembrada de  $c/u$  de las combinaciones de acciones se muestran en la siguiente tabla:

	Madera	$P_{Cel}$ Alto	$P_{Cel}$ Bajo
$e_1$	1000	600	100
$e_2$	700	1500	200

1. ¿Cuánto es lo máximo que puedo llegar a ganar en este negocio?. Si tomo la mejor decisión (sobre la variedad a plantar) dada la información disponible, ¿Cuál es el valor esperado de mis ganancias?.
2. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por saber con seguridad el precio de la celulosa?.
3. Una adivina se ofrece para predecir el precio que tendrá la celulosa en el futuro, de manera que la probabilidad que el precio sea alto dado que me vaticinó precios altos es 0.9 y la probabilidad que el precio sea bajo dado que pronosticó precios bajos es de 0.8, ¿Cuánto es lo máximo que le pagaría a la adivina por la información?.

### Problema 3

Plumatón es un pueblo cuya principal actividad económica es la producción agrícola. Los pollos nacen a partir de los huevos los cuales deben mantenerse durante 4 semanas en una incubadora, la que utiliza una ampollita infrarroja para mantener la temperatura adecuada. En el mercado se ofrecen ampollitas corrientes, las cuales tienen una vida útil de 2 semanas, a un precio de  $A$  [€]. Los avicultores deben comprar 2 ampollitas para una incubadora y realizar un reemplazo planificado en la mitad del período de gestación de las aves.

La empresa AINTSA ha desarrollado una nueva tecnología para las ampollitas, lo que permite tener ALD (ampollitas de larga duración). Una ALD está preparada para operar durante 4 semanas, lamentablemente una pequeña fracción de las ALD presenta imperfecciones que reducen su vida a sólo 2 semanas, como una ampollita corriente. La probabilidad que una ALD sea perfecta (dure las 4 semanas) es  $q$ , y no es posible detectar de antemano si una ALD es perfecta o no. Si un avicultor compra una ALD y ésta falla, deberá hacer un reemplazo no planificado, lo cual tiene un costo de  $U$  [€] adicionales al costo de la ampollita corriente que debe comprar para realizar el reemplazo.

AIN TSA debe poner en los embalajes de las ALD una leyenda indicando a sus clientes la probabilidad de que el producto dure 2 o 4 semanas.

1. Suponiendo que los productores son neutrales al riesgo (y por ende buscan minimizar el costo esperado para el período de incubación de los huevos), determine el máximo precio  $P$  que un avicultor estaría dispuesto a pagar por una ALD cuya probabilidad de ser perfecta es  $q$ .

AIN TSA puede someter a las ALD producidas a un test, el que tiene un costo de  $C$  [€] por cada ampollita testada. Una ALD sometida al test puede salir *aceptada* (en cuyo caso será vendida como ALD, o *rechazada* (caso en el cual será vendida como ampollita corriente). Una ALD perfecta será aceptada con seguridad, mientras que una ALD imperfecta será rechazada con probabilidad  $\gamma$  ( $1/2 < \gamma < 1$ )

1. ¿Qué leyenda pondría AINTSA en el embalaje de una ALD que ha sido aceptada en el test?.
2. Determine, en función de  $q$  si a AINTSA le conviene o no someter al test a las ampollitas producidas. Considere que  $2C < U < A$ .
3. La realidad es que la probabilidad  $q$  no es fija, sino que depende del grado de control que se ponga en el proceso productivo. Por supuesto, mientras mayor sea el control, mayores serán los costos. Para conseguir que una ALD producida tenga una probabilidad  $q$  de ser perfecta se debe incurrir en un costo de producción de  $g(q)$  [€/unidad]. Formule el problema que debe resolver AINTSA para decidir su política de producción (calidad  $q$  de las ALD que produce y realización o no del test).