



## Auxiliar #3

### Pregunta 1: Inversión

Suponga una empresa que tiene la posibilidad de realizar un proyecto de inversión para lo cual debe asumir un costo  $P_k$  a principios del primer año. Mediante él, la empresa produciría una cantidad de bienes  $Q$ . El bien de capital se deprecia una fracción  $\delta$  cada período, de modo que en cada período la producción cae una fracción  $\delta$ . Para simplificar los cálculos suponga que el bien se empieza a producir y vender a fines del primer período, de modo tal que la producción del primer año es  $Q(1 - \delta)$ , y en los años posteriores es  $Q(1 - \delta)^2$ ,  $Q(1 - \delta)^3$  y así sucesivamente. El precio de venta de los bienes es  $P$  y no hay inflación. La tasa de interés real -que por no haber inflación es igual a la nominal- es  $r$ .

a) Derive la condición del empresario sobre  $P_k$  para invertir o no en el proyecto.<sup>1</sup>

R:

*El empresario solo invertirá en el proyecto si el costo que paga por entrar es menor o igual a los beneficios netos que obtiene. En tal caso, la condición viene dada por*

$$P_k \leq VP(\text{IngresosNetos})$$

*En cada período el empresario recibe un flujo de  $P$  por cada unidad vendida. La cantidad de unidades vendidas cae en una fracción  $\delta$  cada período producto de la depreciación del capital.*

*De esta forma, el valor presente de los ingresos viene dado por*

$$\begin{aligned} VP(\text{Ingresos}) &= \frac{PQ(1 - \delta)}{1 + r} + \frac{PQ(1 - \delta)^2}{(1 + r)^2} + \dots \\ &= PQ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1 - \delta}{1 + r} \right)^i \\ &= PQ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{1}{1 + r + \delta} \right)^i \\ &= \frac{PQ}{r + \delta} \end{aligned}$$

*Luego, la condición es*

$$P_k \leq \frac{PQ}{r + \delta}$$

b) Suponga ahora que el empresario debe pagar todos los períodos una licencia igual a  $T$  por período para tener derecho a realizar el proyecto. Derive nuevamente la condición que enfrenta el empresario sobre  $P_k$ , considerando que el proyecto no se puede interrumpir una vez que se ha comenzado.

R:

*En este caso el flujo de ingresos sería menor porque mes a mes el empresario deberá estar pagando la licencia. Para calcular el Valor Presente del Ingreso Neto basta con*

<sup>1</sup> Si llega a expresiones  $1+x/1+y$  aproxímelas  $1/1+x-y$

tomar el resultado de la parte anterior y restarle el Valor Presente del Pago de la Licencia:

$$VP(Ingrosos_b) = VP(Ingrosos_a) - VP(CostoLicencia)$$

donde el Valor Presente del Costo de la Licencia queda dado por

$$\begin{aligned} VP(CostoLicencia) &= \sum_{i=1}^{\infty} \frac{T}{(1+r)^i} \\ &= \frac{T}{r} \end{aligned}$$

Luego, el valor de los ingresos en este caso es

$$VP(Ingrosos_b) = \frac{PQ}{r+\delta} - \frac{T}{r}$$

y la condición para  $P_k$  es

$$P_k \leq \frac{PQ}{r+\delta} - \frac{T}{r}$$

## Pregunta 2: Inversión y tasa de interés

Suponga que el stock deseado de capital viene dado por:

$$K^* = \frac{vY}{R}.$$

Donde  $v$  es constante y  $R$  denota el costo de arrendar capital.

- a) Suponga que el producto de la economía está fijo en  $Y^*$ . Determine si un incremento permanente en la tasa de interés tendrá un efecto transitorio o permanente sobre la inversión. Considere tanto el caso en que no hay costos de ajuste (capital efectivo igual a capital deseado) como el caso en que

$$I_t = \lambda(K_{t+1}^* - K_t),$$

Donde  $0 < \lambda < 1$ .

Sabemos que cuando el capital es igual al capital deseado la inversión viene dada por:

$$I_t = K_{t+1}^* - K_t^*$$

Donde  $K_t^* = \frac{vY^*}{R}$ .

Por lo tanto si la tasa de interés aumenta de forma permanente, es decir para siempre, entonces el nivel de capital se cae y como el capital de la firma es igual al capital deseado, la empresa ajusta su capital de una vez. Siendo la inversión negativa, es decir la firma se deshace de una vez de del capital que no le sirve. En este caso el efecto de la tasa de interés sobre la inversión será transitorio, pues la inversión cambia una sola vez.

Sin embargo si la empresa enfrenta costos de ajuste, entonces la inversión de la firma es:

$$I_t = \lambda(K_{t+1}^* - K_t)$$

en donde  $\lambda$  representa la fracción del desajuste que la firma se ajusta cada período. Supongamos que al inicio el nivel de capital de la firma se encontraba en su nivel deseado, por lo tanto un aumento en la tasa de interés disminuye  $K_{t+1}^*$ , es decir el nivel deseado de capital de la firma.

Como la firma se ajusta sólo una fracción  $\lambda$  en cada período, el aumento en la tasa de interés produce un efecto permanente en la inversión, pues ahora tenemos que se realiza inversión en cada período, siendo esta siempre negativa. Pero cada período el nivel de inversión es menor, pues el desajuste de la firma es cada vez menor.

- b) La ecuación de inversión Keynesiana supone que  $I = I(r)$ , con  $I'(r) < 0$ .  
¿Es este supuesto consistente con el resultado de la parte (a)?

Con la función keynesiana, la inversión cae, pues ahora la tasa de interés es mayor. Pero después del aumento de la tasa de interés la inversión permanece en un mismo nivel hasta que vuelva a cambiar nuevamente la tasa de interés. Este resultado no es consistente con los de la parte anterior, excepto cuando los costos de ajuste son cero, es decir  $\lambda = 1$ .

- c) Suponga ahora que el producto crece cada período en una cantidad fija, de modo que  $\dot{Y} = g$ . Suponiendo que no hay costos de ajuste, ¿cambia su respuesta a la parte (b)?

No, la respuesta sigue siendo la misma, pues la teoría keynesiana no realiza ningún supuesto de como evoluciona la inversión cuando crece el nivel deseado de capital. Porque la teoría supone que el capital de la firma es igual al capital deseado y la único que puede producir una brecha entre ambos es la tasa de interés.