

CTP 1

Miércoles 31 de Marzo, 2004

Problema

El afamado alumno de la escuela de ingeniería, Giuseppe Mandinga, está en su último año de carrera, ante lo cual se ha propuesto dejar marcado su paso por esta honorable casa de estudio saliendo campeón del torneo CEI. Para esto cuenta con una lista de N jugadores que pueden llegar a formar su equipo, cada uno tiene un nivel E_i de experiencia en torneos CEI, una rapidez RAP_i , una resistencia física RF_i , un nivel de fuerza F_i y un nivel de habilidad con la pelota H_i .

Sin embargo, las características nombradas anteriormente no bastan para ganar un partido, además el equipo debe esforzarse lo suficiente como para ganar. Para motivar el esfuerzo del equipo Giuseppe ha decidido premiar cada triunfo obtenido en base a tres opciones: Invitar una ronda de chelas (cervezas), invitar un asado o realizar un carrete destroce (megafiesta). La promesa de premiar con cada una de estas opciones hace que el equipo se esfuerce un nivel S_1 , S_2 y S_3 respectivamente y tiene un costo de C_1 por litro de cerveza, C_2 por trozo de asado y C_3 por cada entrada. Además se sabe que el equipo se esforzará el partido j si consume un nivel CER_j de litros de cerveza, o un nivel ASA_j de trozos de asado, o un nivel FIE_j de entradas al carrete destroce. Cabe señalar que Giuseppe solo prometerá uno de estos premios por partido.

Por otra parte, para salir campeón se sabe que se deben jugar 7 partidos, de estos partidos puede perder 1 de los 3 primeros, mientras que los 4 restantes debe ganarlos obligatoriamente. Para ganar un partido se debe cumplir:

- Si el partido corresponde a uno de los 3 primeros, basta con que el **mérito** del equipo sea mayor que el del rival.
- Si el partido corresponde a uno de los 4 últimos, el **mérito** del equipo debe ser mayor que el del rival y el **nivel de penales** debe ser mayor que el del rival (por si el partido terminara en empate).

El **mérito** del equipo corresponde a la suma de las características de los jugadores que lo componen más el esfuerzo que el equipo pone en el partido. Se sabe que el equipo rival del partido k hará un **mérito** MER_k para ganarlo. Además el nivel de penales corresponde a la suma del nivel de experiencia, fuerza y habilidad de cada jugador del equipo. Se sabe que el rival del partido k tiene un nivel de penales de PEN_k .

Giuseppe debe armar un equipo de J jugadores, entre los cuales obviamente debe estar él, de tal forma de salir campeón al menor costo posible y le ha pedido a usted que modele el problema como un problema de programación lineal entera.

Pauta

Solución

Seguimos los pasos típicos:

1. Variables de Decisión:

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{Sí se escoje al jugador } i \text{ para integrar el equipo de Giuseppe} \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$Y_{jk} = \begin{cases} 1 & \text{Sí se escoje el incentivo } j \text{ para motivar al equipo en el partido } k \text{ (con } j = 1,2,3) \\ 0 & \sim \end{cases}$$

$$Z_k = \begin{cases} 1 & \text{Sí se decide perder el partido } k \\ 0 & \sim \end{cases}$$

2. Restricciones:

a) De los 3 primeros partidos, ganar los partidos que decidí ganar

$$\sum_{i=1}^N X_i(E_i + RAP_i + RF_i + F_i + H_i) + \sum_{j=1}^3 Y_{jk}S_j \geq (1 - Z_k)MER_k \quad \forall k = 1, 2, 3$$

b) Ganar en merito los últimos 4 partidos

$$\sum_{i=1}^N X_i(E_i + RAP_i + RF_i + F_i + H_i) + \sum_{j=1}^3 Y_{jk}S_j \geq MER_k \quad \forall k = 4, 5, 6, 7$$

c) Ganar en nivel de penales en los últimos 4 partidos

$$\sum_{i=1}^N X_i(E_i + F_i + H_i) \geq PEN_k \quad \forall k = 4, 5, 6, 7$$

d) Perder a lo mucho uno de los 3 primeros partidos

$$\sum_{k=1}^3 Z_k \leq 1$$

e) Cumplir con el número de jugadores a inscribir

$$\sum_{i=1}^N X_i = J$$

f) Incentivar de una sola forma cada partido

$$\sum_{j=1}^3 Y_{jk} \leq 1 \quad \forall k = 1, \dots, 7$$

g) Giuseppe debe estar en el equipo

$$X_1 = 1 \text{ considerando que } i = 1 \text{ corresponde a Giuseppe}$$

h) Naturaleza de las variables

$$X_i, Y_{jk}, Z_k \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k$$

3. **Función Objetivo:**

$$\text{mín Costos Totales} = \sum_{k=1}^7 Y_{1k} CER_k C_1 + \sum_{k=1}^7 Y_{2k} ASA_k C_2 + \sum_{k=1}^7 Y_{3k} FIE_k C_3$$

Dudas y/o Consultas:
Giovanni Medina Reyes
gmedina@ing.uchile.cl