Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física

Pauta Control 2 FI34A-03

Profesor: **Sebastián López**
Auxiliares: Cristobal Arratia
Laura Pérez

1 de junio de 2004

P1 *a*) Usando sus datos, Hubble determinó una tasa de expansión del Universo 10 veces mayor que el valor aceptado actualmente.

(i) Explique por qué tal discrepancia. [`2 frases`]

Hubble subestimó distancias a cefeidas por una mala calibración de la relación período-luminosidad. [0.5]

(ii) ¿A qué contradicción llevaba la medición de Hubble? [`1 frase`]

A que la edad del Universo resultaba menor que la de la Tierra [0.5]

b) El Sol se formó hace $5 \cdot 10^9$ años. Para un Universo plano, a qué *redshift* corresponde la época de formación del Sol si la edad actual del Universo es $1 \cdot 10^{10}$ años? [`2 lineas`]

El look-back time se calcula como $t_L = t_0(1 - 1/(1+z)^{3/2})$. *Reemplazando:* $5 \cdot 10^9 = 1 \cdot 10^{10}(1 - 1/(1+z)^{3/2}) \rightarrow z = 0{,}587$ *[1.0] (NOTA: Usar* t_z *en vez de* t_L *no es correcto, aunque el resultado sea el mismo.)*

c) (i) ¿Si el Universo es isotrópico, ¿a qué se debe la anistropía dipolar? [`1 frase`]

Al movimiento peculiar de nuestra galaxia dentro de la expansión de Hubble [0.5]

(ii) ¿Cuál era la temperatura de la radiación de fondo cósmico a *redshift* $z = 9$? [`2 lineas`]

$T = T_0(1+z) \rightarrow T(z=10) = 2{,}7 \times 10 = 27K$ *(NOTA: Requiere saber el valor de* T_0*)[0.5]*

d) ¿La relación entre qué parámetros de una cefeida hace a este tipo de estrellas tan importantes en cosmología? [`1 frase`] ¿Por qué ? [`1 frase`]

Entre la magnitud absoluta y el período [0.5]. La magnitud absoluta permite medir la distancia [0.5].

e) ¿Qué es la densidad crítica del Universo? [`1 frase`]

Es el valor de la densidad para un Universo plano [0.5], caso límite entre un Universo abierto y uno cerrado [0.5].

f) En una cámara de burbujas, ¿cómo se identifican las partículas resultantes de una reacción relativista? [`2 frases`]

Las partículas ionizan el medio y revelan su trayectoria por la formación de burbujas [0.5]. Las trayectorias se desvían en espirales perpendiculares a un campo magnético [0.5].

P2 *a*) P.D.Q.: $T_0 = RT(R)$, con T_0: Temperatura actual de la radiación de Fondo Cósmico.

Primero, debido a la expansión y enfriamiento del universo, la energía por unidad de volumen entre longitudes de onda λ y $\lambda + d\lambda$ decreció, y comparada con la densidad de energía en el pasado la densidad de energía actual es menor por un factor R^4. [0.5]

$$u_0 d\lambda_0 = R^4 u(R) d\lambda(R)$$

Este factor se debe a que el volumen del universo se ha ido incrementando, así aparece un factor R^3. Pero además, la longitud de onda escala como $\lambda(R) = R\lambda_0$ [1.0] (con λ_0 la longitud de onda actual), entonces los fotones de hoy en día poseen longitudes de onda más largas, y por lo tanto menor energía ($E_{foton} = hc/\lambda$).[Explicación 0.5]

Así, tendremos:

$$u_0 d\lambda_0 = R^4 \frac{8\pi hc/\lambda^5}{e^{hc/\lambda kT} - 1} d\lambda$$

$$\frac{8\pi hc/\lambda_0^5}{e^{hc/\lambda_0 kT_0} - 1} d\lambda_0 = R^4 \frac{8\pi hc/\lambda_0^5 R^5}{e^{hc/\lambda_0 RkT} - 1} R d\lambda_0$$

Despejando e igualando las exponenciales [1.0]:

$$\Rightarrow \frac{hc}{\lambda_0 kT_0} = \frac{hc}{\lambda_0 RkT(R)} \Rightarrow T_0 = RT(R)$$

b) P.D.Q.: $\rho_{rad} = \frac{\rho_{rad,0}}{R^4}$ y encontrar expresion analítica para $\rho_{rad,0}$.

Tenemos la Ley de Stephan-Boltzmann: $u = aT^4 \Rightarrow u = a\frac{T_0^4}{R^4}$ [1.0]. Como u representa la densidad de energía de radiación por volumen, entonces la densidad de radiación por unidad de masa es: $\rho_{rad} = u/c^2$ [1.0], puesto que la masa se relaciona con la energía por: $E = mc^2$

$$\Rightarrow \rho_{rad} = \frac{u}{c^2} = \frac{aT_0^4}{c^2}\frac{1}{R^4} = \frac{\rho_{rad,0}}{R^4}$$

Con: $\rho_{rad,0} = \frac{aT_0^4}{c^2} \sim 4{,}464 \times 10^{-31} \frac{kg}{m^3}$ [1.0]

P3 *a*) La ecuacion de Friedmann para universo plano (k=0) dominado por la radiacion es:

$$\dot{R}^2 - \frac{8}{3}\pi G \rho_{rad} R^2 = -kc^2 = 0$$

De la P2 tenemos que : $\rho_{rad} = \frac{\rho_{rad,0}}{R^4}$

$$\Rightarrow \dot{R}^2 = \frac{8\pi}{3} G \frac{\rho_{rad,0}}{R^2} \Rightarrow R\frac{dR}{dt} = \left(\frac{8}{3}\pi G \rho_{rad,0}\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow RdR = \left(\frac{8}{3}\pi G \rho_{rad,0}\right)^{1/2} dt$$

Integramos entre 0 y t:

$$\int_0^{R(t)} RdR = \int_0^t \left(\frac{8}{3}\pi G\rho_{rad,0}\right)^{1/2} dt \Rightarrow \frac{R(t)^2}{2} = \left(\frac{8}{3}\pi G\rho_{rad,0}\right)^{1/2} t$$

$$R(t) = \sqrt{2t\sqrt{\frac{8}{3}\pi G\rho_{rad,0}}}$$

Pero, de la P2, $\rho_{rad,0} = \frac{aT_0^4}{c^2}$

$$R(t) = \left(\frac{32\pi GaT_0^4}{3c^2}\right)^{1/4} t^{1/2}$$

b) Epoca actual $\Rightarrow R = 1$

$$1 = \left(\frac{32\pi GaT_0^4}{3c^2}\right)^{1/4} t^{1/2} \Rightarrow t = \frac{\sqrt{3}c}{(32\pi GaT_0^4)^{1/2}}$$

Evaluando: $t = 1 \times 10^{12} a\tilde{n}os$