Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Física

Pauta Control 1 FI34A-03

Profesor: **Sebastián López**
Auxiliares: Cristobal Arratia
Laura Pérez

27 de abril de 2004

P1 *a*) Enuncie los dos postulados en los que se basa la Relatividad Especial:

(i) La velocidad de la luz es la misma para todos los sistemas de referencia inerciales (SRI);

(ii) Las leyes de la física son las mismas para todos los SRI.

b) ¿Para qué rango de velocidades son válidas las transformaciones de Lorentz?

Las transformaciones de Lorentz son una generalización de las de Galileo. Por lo tanto son válidas para todas las velocidades, t.q.: $v < c$.

c) Si la velocidad de la luz fuera menor de lo que realmente es, serían los efectos relativistas más o menos evidentes?

Si $c = \infty$, la propagación de la luz sería instantánea, y viviríamos en un mundo sin efectos relativistas. Entonces, mientras menor es c, los efectos relativistas se hacen más evidentes.

d) ¿Para qué velocidad (en términos de c) se comete un error de $1\,\%$ al considerar $p = mv$?

El momemtum relativista $p = \gamma mv$, se diferencia de $p = mv$ en $1\,\%$ cuando $\gamma = 1{,}01$. De aquí se obtiene que $v/c \approx 0{,}14$.

e) ¿Qué significa que la masa de un protón sea $m_p = 0{,}938$ GeV/c^2? Explique considerando las unidades.

Significa que si se puede convertir la totalidad de la masa de un protón en energía (por ejemplo por medio de aniquilación) se obtendrán $0{,}938$ GeV de energía.

f) Explique qué significa que una cantidad física sea (i) “invariante”; (ii) “se conserve”.

Una cantidad invariante es la misma medida en cualquier SRI (alternativamente también: no cambia bajo transformación de coordenadas); una cantidad conservada - en un sistema cerrado - es la misma antes y después de un evento dado.

P2 *a*) El efecto Doppler Relativista se enuncia: (identificando $\lambda = 1280\mathring{A}$ y $\lambda_0 = 1215\mathring{A}$) (0.5 pts.)

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{c}{\lambda_0}\sqrt{\frac{1 - v/c}{1 + v/c}} \Rightarrow v = c\left(\frac{\lambda^2 - \lambda_0^2}{\lambda^2 + \lambda_0^2}\right) \qquad (0{,}5pts.)$$

Reemplazando valores:

$$v = 3 \times 10^5 \left(\frac{1280^2 - 1215^2}{1280^2 + 1215^2}\right)[km/s] \approx 15620[km/s] \qquad (0{,}5pts.)$$

b) Usando la Ley de Hubble tendremos que la distancia es:

$$v = H_0 D \Rightarrow D = \frac{v}{H_0} = \frac{15620}{20}[Mal] = 781[Mal] \qquad (0{,}5pts.)$$

c) Hay dos formas de abordar este problema, la primera es usar la indicación que se nos da en el enunciado de la pregunta: La nave es completamente eficiente, o sea convierte todo el combustible en Energía Cinética. Así, podemos escribir la siguiente igualdad:

$$E_{Cinetica} = E_{ReposoComb.} \Rightarrow (\gamma - 1)m_{Nave}c^2 = m_{Comb}c^2 \qquad (0{,}5pts.)$$

Pero, el combustible a bordo de la nave equivale a un $99\,\%$ de la masa total, entonces: $m_{Comb} = \frac{99}{100}m$, y $m_{Nave} = \frac{1}{100}m$ (0.5 pts.). Luego, la igualdad anterior resulta ser:

$$(\gamma - 1)\frac{1}{100}mc^2 = \frac{99}{100}mc^2 \Rightarrow (\gamma - 1) = 99 \Rightarrow \gamma = 100 \qquad (0{,}5pts.)$$

De esta ecuación despejamos la velocidad de la Nave, puesto que:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 100 \Rightarrow \frac{1}{10^4} = 1 - \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow v^2 = (1 - \frac{1}{10^4})c^2$$

$$\Rightarrow v \approx 0{,}9995c \qquad (0{,}5pts.)$$

La segunda forma, igualmente válida, es escribir la conservación de Energía Total: suponemos que la Nave parte del reposo, o sea no posee al principio Energía Cinética y su masa es $m = m_{Nave} + m_{Comb}$, y al final termina con una cierta velocidad v, pero solo con masa de la nave $m_{Nave} = \frac{1}{100}m$. Con esto podemos escribir:

$$E_i = mc^2, \qquad E_f = \gamma m_{Nave}c^2 = \gamma\frac{1}{100}mc^2$$

Entonces: $\gamma = 100$, y se procede de la misma forma para encontrar la velocidad de la nave.

d) Para un observador en la plataforma espacial, la galaxia esta a unos $781[Mal]$, y la nave se mueve a una velocidad de $v \approx 0{,}9995c$, asi que el tiempo que demora la nave en recorrer esta distancia a esa velocidad es simplemente: (0.5 pts.)

$$\Delta t_{tierra} = \frac{D}{v} = \frac{781[Mal]}{0{,}9995c} = \frac{781[a\tilde{n}os]c \times 10^6}{0{,}9995c} = 7,814 \times 10^8[a\tilde{n}os] \qquad (0{,}5pts.)$$

e) Para un observador que viaja en la Nave, podemos usar Dilatacion del Tiempo de Lorentz directamente (0.5 pts.), y obtendremos:

$$\Delta t_{Nave} = \frac{\Delta t_{tierra}}{\gamma} = 7,814 \times 10^6[a\tilde{n}os] \qquad (0{,}5pts.)$$

NOTA: Si se llegaba a un buen resultado (ie. formula correcta) pero se daba un valor erróneo, tanto en las unidades como en el número, solo se asignaban 0.3 pts de un total de 0.5 pts.

Pregunta 3 *a*) El par de partículas constituyen un sistema sin interacciones externas, por lo que se conserva el momentum total. Inicialmente el momentum es cero, por lo que justo antes del choque tambien será cero, es decir:

$$\vec{P}_{Total} = \vec{P}_p + \vec{P}_\pi = 0 \Rightarrow \vec{P}_p = -\vec{P}_\pi$$

b) Los momenta de todas las partículas deben ser cero. Esto es porque para maximizar n debemos maximizar la energía en reposo posterior al choque, y esto se logra minimizando la energía cinética (la energía total se conserva) sujeta a la conservación de momentum, como este es cero, es factible que la energía cinética sea cero.

Así, la energía se ocupa en crear partículas y no en darles movimiento.

c) Para cualquier partícula se tiene que:

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4 \Rightarrow E = c\sqrt{p^2 + m^2c^2}$$

Usamos conservación de Energía:

$$c\sqrt{P_\pi^2 + m_\pi^2 c^2} + c\sqrt{P_\pi^2 + m_p^2 c^2} = m_p c^2 + n m_\pi c^2$$

$$\Rightarrow n = \frac{c\sqrt{P_\pi^2 + m_\pi^2 c^2} + c\sqrt{P_\pi^2 + m_p^2 c^2} - m_p c}{m_\pi c}$$

d) Evaluando: $n \approx 15$