

Dos planetas,  $P_1$  y  $P_2$ , rotan en torno al Sol e interactúan gravitacionalmente entre ellos. En nuestro sistema solar esa interacción es tan pequeña que se obtiene resultados satisfactorios despreciándola. Es lo que hizo Newton (y nosotros en clases). En el problema actual tal interacción no será tan pequeña.

En cálculo numérico es conveniente utilizar unidades que no son las usuales para tener números que no sean ni muy grandes ni extremadamente pequeños. Se escoge unidades tales que  $G = 1$ ,  $M_{\text{sol}} = 1$  y la masas de los planetas son iguales,  $m$  (Marte y la Tierra tiene masas no muy diferentes). En este problema el papel del Sol es sólo producir el campo de fuerzas en el cual se mueven los planetas.

Haga el cálculo (se recomienda usar el algoritmo de Verlet) en coordenadas cartesianas, es decir, cada planeta, si estuviera solo con el Sol, satisfaría

$$\ddot{x} = -\frac{GM}{r^3}x, \quad \ddot{y} = -\frac{GM}{r^3}y$$

que no depende de  $m$ . Debe escoger las condiciones iniciales  $x_1(0) = 15$ ,  $y_1(0) = 0$ ,  $x_2(0) = 23$ ,  $y_2(0) = 0$  y velocidades iniciales en la dirección  $Y$  de modo que ambos, si no interactuaran entre ellos, tendrían órbitas circunferenciales.

La fuerza entre los planetas es proporcional a  $m^2$ , de modo que calibrando este valor se tendrá mayor o menor interacción entre ellos. Debe escoger un valor de  $m^2$  con cuatro cifras significativas tal que

$$0,0001 < m^2 < 0,001$$

Esto corresponde a planetas inmensos, de otro modo el problema daría resultados demasiado pequeños.

1. Integre cada órbita ignorando al otro planeta para comprobar que tiene las condi-

ciones iniciales correctas. Tabule el valor del radio cada vez que el planeta corta el eje  $X$  o el eje  $Y$ , durante 5 vueltas, es decir, la tabla debe tener  $20 = 4 \times 5$  valores de  $t$  y de  $r_a(t)$ . Una tabla para  $P_1$  y otra para  $P_2$ .

2. Integre las dos órbitas simultáneamente para poder incorporar la interacción entre ellas. Su integración debe alcanzar justo hasta que el planeta interior alcance una vuelta completa (el tiempo transcurrido no tiene por qué coincidir con el período cuando los planetas no interactúan). Entregue los valores de  $t$  y las cuatro coordenadas ( $x_1$ ,  $y_1$ ,  $x_2$  y  $y_2$ ) en ese instante final.
3. Dibuje  $\|\vec{r}_1 - \vec{r}_2\|/D_1$  en función del tiempo y en el mismo dibujo la diferencia de las velocidades angulares,  $(\omega_1(t) - \omega_2(t))/D_2$ , donde los denominadores  $D_1$  y  $D_2$  son, por definición, los valores máximos del numerador; de este modo ambas curvas están justo debajo del valor 1. No incluya el cero del eje vertical para poder ver bien la forma de las curvas. Interprete la relación entre ambas curvas.
4. Dibuje en un solo gráfico  $r_1(t)$  y  $r_2(t)$  sin incluir el cero del eje  $r$  para que se note cómo varían ambos radios en el tiempo. En los primeros instantes ¿se acercan o se alejan los dos planetas?

Conviene comprobar que el  $dt$  escogido arroja resultados prácticamente iguales que con  $dt_{\text{nuevo}} = 0,25 dt$

\* Debe **entregar el código** de la misma manera que en las tareas anteriores. Entrega hasta las 13:30 del 25.