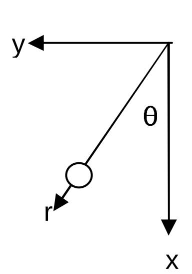
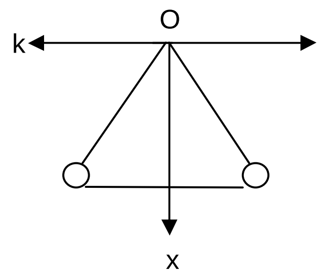
Solución Ej 10

Fijando el sistema de referencia como:





La posición y velocidad de cada partícula es:

$$\vec{r}_1 = \frac{b\sqrt{3}}{2}\hat{r} - \frac{b}{2}\hat{k}$$

$$\vec{r}_2 = \frac{b\sqrt{3}}{2}\hat{r} + \frac{b}{2}\hat{k}$$

$$\dot{\vec{r}}_1 = \dot{\vec{r}}_2 = \frac{b\sqrt{3}}{2}\dot{\theta}\hat{\theta}$$

Así:

$$\vec{L}_0 = \vec{r}_1 \times \vec{p}_1 + \vec{r}_2 \times \vec{p}_2 = \frac{3mb^2}{2}\dot{\theta}\,\hat{k} \quad \Rightarrow \dot{\vec{L}}_0 = \frac{3mb^2}{2}\ddot{\theta}\,\hat{k}$$

Tomando torque en el punto 0:

$$\vec{\tau}_0 = \vec{\tau}_0^{\,1} + \vec{\tau}_0^{\,2} = -mgb\sqrt{3}sen\theta\,\hat{k}$$

$$\dot{\vec{L}}_0 = \vec{\tau}_0$$

$$\boxed{\ddot{\theta} = -\frac{2g}{\sqrt{3}b}sen\theta}$$

b) La frecuencia de pequeñas oscilaciones se puede determinar a partir de aproximar senθ a θ, ya que claramente 0 es un punto de equilibrio estable, por lo que se puede aproximar el sen en torno a este punto. Con esto:

$$\boxed{\omega_0^2 = \frac{2g}{b\sqrt{3}}}$$