



Las fuerzas son, la normal, el peso y el roce estático:

$$\vec{F}_{\text{tot}} = -N\hat{\rho} + F\hat{\phi} + mg(\hat{\rho}\cos\phi - \hat{\phi}\sin\phi)$$

Puesto que se está estudiando el caso en que el cuerpo está pegado a la cinta, $\rho = R$, $\dot{\phi} = \omega_0$ (lo que implica $\phi = \omega_0 t$) y la ecuación de movimiento es

$$-mR\omega_0^2\hat{\rho} = \vec{F}_{\text{tot}}$$

que implica que

$$\begin{aligned} mR\omega_0^2 &= N - mg\cos\omega_0 t \\ 0 &= F - mg\sin\omega_0 t \end{aligned}$$

y que se puede escribir como (se usará ϕ en lugar de $\omega_0 t$)

$$\begin{aligned} F &= mg\sin\phi \\ N &= mR\omega_0^2 + mg\cos\phi \end{aligned}$$

En el instante inicial la fuerza de roce es nula y, si el cilindro no estuviese rotando, la normal valdría mg .

(a) Para que no se despegue es necesario que la normal sea siempre positiva, esto es

$$\omega_0^2 \geq \frac{g}{R} |\cos\phi|$$

Para asegurar que esta relación sea válida en todo instante es necesario que

$$\omega_0^2 \geq \frac{g}{R} \quad (*)$$

(b) Para que no deslice se debe cumplir que N sea positiva y además que $|F| \leq \mu|N|$, es decir,

$$|\sin\omega_0 t| \leq \mu \left| \frac{R\omega_0^2}{g} + \cos\phi \right|$$

Si se cumple (*), la fracción que está dentro del valor absoluto a la derecha es mayor que la unidad, por lo que al lado derecho no es necesario tomar valor absoluto. Si además se considera tan solo $0 \leq \phi \leq \pi$ el seno a la izquierda es positivo, por lo que la desigualdad anterior se puede escribir sin módulos y se reescribe

$$\sin\phi - \mu\cos\phi \leq \mu \frac{R\omega_0^2}{g} \quad (§)$$

Se sabe que el valor máximo de $A\sin x + B\cos x$ es $\sqrt{A^2 + B^2}$ por lo que el valor máximo del lado izquierdo de la desigualdad es $\sqrt{1 + \mu^2}$ y debe ser menor que el lado derecho, lo que lleva a exigir que

$$\omega_0^2 \geq \frac{g}{R} \frac{\sqrt{1 + \mu^2}}{\mu} \quad (**)$$

que es más fuerte que (*).

Si (*) se satisface como igualdad, es decir, $\omega_0^2 = \frac{g}{R}$, el lado derecho de ecuación (§) vale μ y (§) se cumple como igualdad cuando

$$\sin\phi = \frac{2\mu}{1 + \mu^2}, \quad \cos\phi = \frac{1 - \mu^2}{1 + \mu^2}$$

Estas ecuaciones determinan el ángulo en el cual el cuerpo deja de moverse solidariamente con la superficie.

Si $\mu = \sqrt{3}$ se obtiene $\cos\phi = -\frac{1}{2}$ es decir, $\phi = \frac{2\pi}{3}$ que corresponde a 120° . En este ángulo deja de haber roce estático. Se comprueba que en esta posición $N = \frac{mg}{2}$ que es positiva, por lo que el cuerpo continua pegado a la superficie y comienza a deslizar.