

Estabilidad en el Dominio de la Frecuencia

Prof. Doris Sáez H.

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

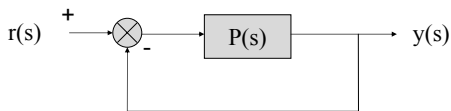
Transformaciones de los contornos en el plano s

- Teorema de Cauchy:

Si un contorno γ_s en el plano s rodea Z ceros y P polos de $F(s)$ y no pasa a través de ningún polo o cero de $F(s)$ cuando el recorrido es en la dirección del movimiento del reloj a lo largo del contorno, entonces el contorno correspondiente γ_F en el plano $F(s)$ rodea el origen en dicho plano $N = Z - P$ veces en la misma dirección.

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Criterio de Nyquist



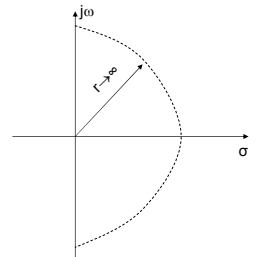
$$P(s) = G(s)G_c(s)$$

- Función de transferencia: $H(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)}$
- Ecuación característica: $F(s) = 1 + P(s)$

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Criterio de Nyquist

- De este modo, un cero en $F(s) = 1 + P(s)$ es un polo de $H(s)$.
- Supongamos que el contorno γ_s en s encierra toda la parte derecha del plano s (lado inestable).



D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Criterio de Nyquist

- Graficamos $F(s)$ y determinamos el número de rodeos del origen, y por lo tanto ceros inestables de $F(s)$ o polos de $H(s)$ inestables.
- Definimos $F'(s) = P(s) = F(s) - 1$
- En este caso, el número de rodeos del origen del plano $F(s)$ es igual al número de rodeos en el punto -1 en el plano $F'(s) = P(s)$.

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Criterio de estabilidad de Nyquist

- Plantas estables:

Un sistema con retroalimentación es estable si y sólo si el contorno γ_p en el plano $P(s)$ no rodea el punto $(-1, 0)$ cuando el número de polos de $P(s)$ en la parte derecha del plano es cero.

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Criterio de estabilidad de Nyquist

- **Plantas inestables:**

Un sistema con retroalimentación es estable si y sólo si el contorno γ_p en el plano $P(s)$ rodea al punto $(-1,0)$ en el sentido antihorario tantas veces como polos en la parte positiva tenga $P(s)$.

- Como la ecuación característica no debe tener raíces en la parte real positiva ($Z=0$) y como $N=Z-P$, entonces N es igual al - número de polos.

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Estabilidad Relativa

- El criterio de estabilidad de Nyquist se define en términos del punto $(-1,0)$ en el gráfico polar, o sea el punto 0 dB y 180° en el diagrama de Bode.
- La estabilidad relativa se define en función de la proximidad de lugar geométrico de $GH(j\omega)$.

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Estabilidad Relativa

- **Margen de ganancia:** Recíproco de la ganancia $|G(j\omega)|$ para la frecuencia en el ángulo de fase alcanza -180° ($v=0$). Se refiere a cuánto se debe aumentar la ganancia para que $G(j\omega)$ pase por $u=-1$.

$$M.G. = \frac{1}{|G(j\omega_1)|} = -20\log|G(j\omega_1)|\text{dB}$$

D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Estabilidad Relativa

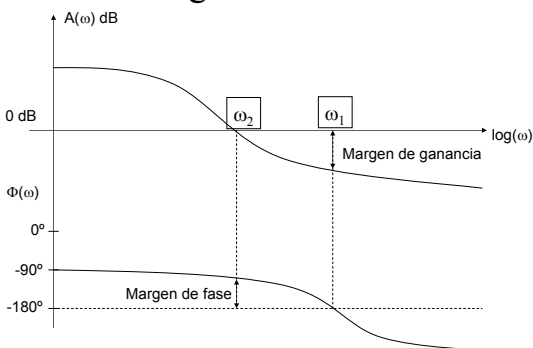
- **Margen de fase:** Se define como el ángulo de fase a través del cual debe girar el LG $G(j\omega)$ para que el punto de magnitud unitaria $|G(j\omega)|=1$ pase a través del punto $(-1,0)$ en el plano $G(j\omega)$. Fase adicional que se necesita antes de que el sistema se vuelva inestable.

$$|G(j\omega_2)| = 1 \quad R(\omega_2), X(\omega_2)$$

$$\Delta\phi_2 = 180^\circ + \arctan\left(\frac{X(\omega_2)}{R(\omega_2)}\right)$$

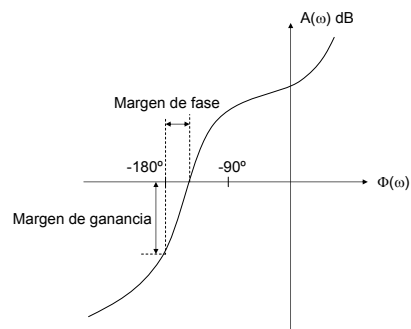
D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Diagrama de Bode



D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

Diagrama de Nichols

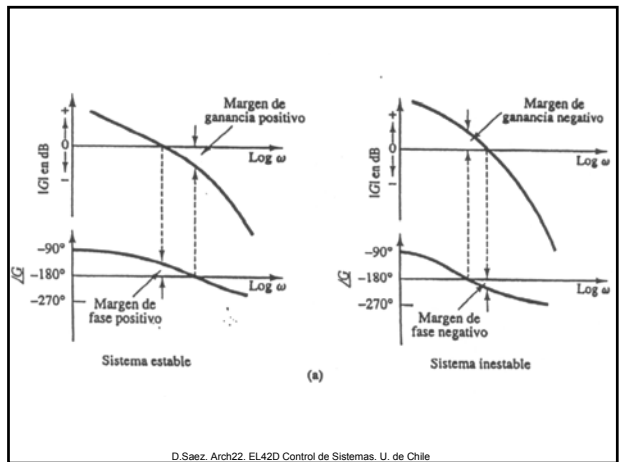


D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile

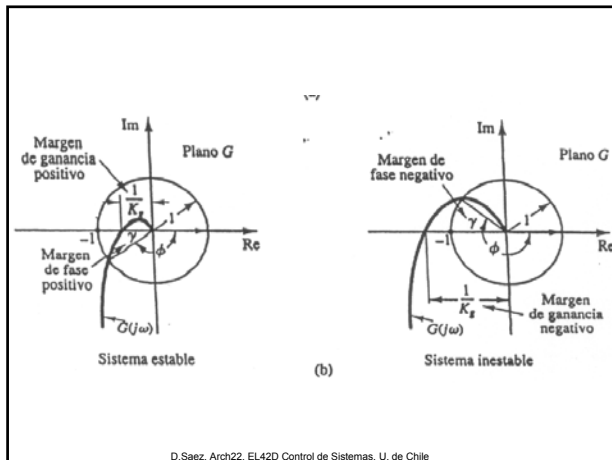
Estabilidad Relativa

- Para un sistema estable el Margen de ganancia (M.G.) indica cuanto puede incrementarse la ganancia antes de que el sistema se vuelva inestable.
- Para un sistema inestable, el M.G. indica cuánto debe disminuir la ganancia para que el sistema sea estable.

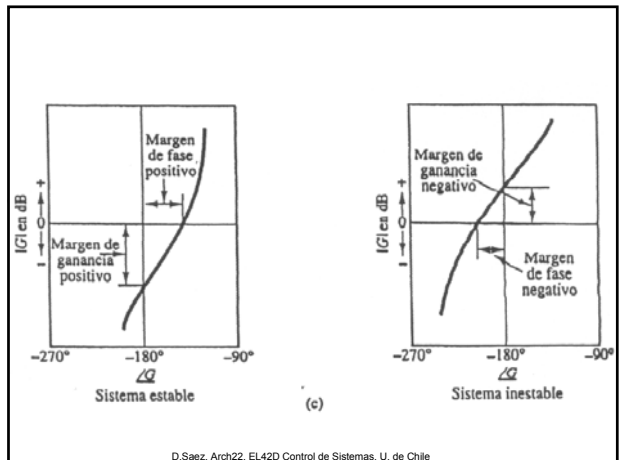
D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile



D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile



D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile



D.Saez, Arch22, EL42D Control de Sistemas, U. de Chile