

1.20. Los Grandes Mecanicistas del siglo XVIII:

1.20.1 Introducción:

En 1687 Newton sentó las bases de la mecánica y el cálculo infinitesimal. El “problema de dos cuerpos”, esto es el movimiento de dos cuerpos sujetos a su atracción gravitatoria fue resuelto con toda exactitud por Newton. Sin embargo el sistema solar está compuesto por una serie de cuerpos (18 cuerpos al empezar el siglo XVIII, el Sol, seis planetas, diez satélites – la Luna, 4 de Júpiter, 5 de Saturno - más el anillo de Saturno). El estudio de las perturbaciones fue introducido por los grandes seguidores de Newton: Euler, Clairaut, D’Alembert, Lagrange y Laplace.

El problema de tres cuerpos, que puede ser enunciado como: “Dados en un instante las posiciones y movimientos de tres cuerpos mutuamente gravitantes, determinar sus posiciones y movimientos en cualquier otro instante”, no podía ser resuelto con las matemáticas de comienzo del siglo XVIII, salvo en algunas situaciones particulares. La solución del problema de tres cuerpos y muchos otros adelantos fueron logrados durante ese siglo. Antes de hablar de los “grandes mecanicistas” vamos a hablar brevemente de la determinación de longitudes en el mar y la construcción de los telescopios refractores acromáticos.

1.20.2 Determinación de longitudes en el mar:

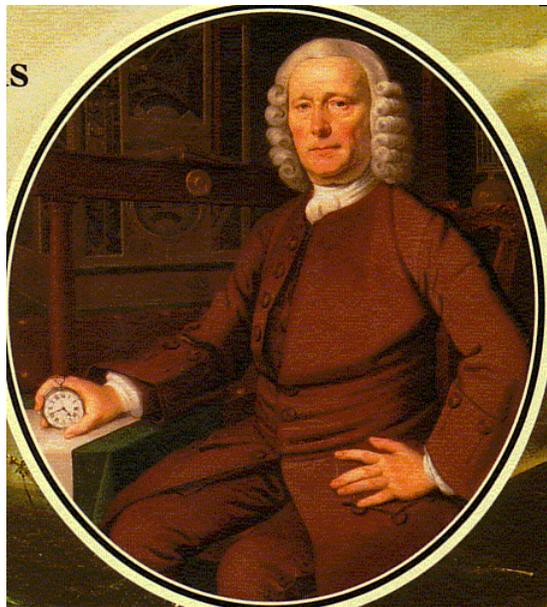
La determinación de las longitudes en el mar era un grave problema para la navegación al comenzar el siglo XVIII. Numerosos desastres navales habían ocurrido por el desconocimiento adecuado de la longitud en el mar. La flota inglesa había sufrido por ejemplo un grave desastre en el cual perdieron la vida cerca de 2000 marinos que regresaban a Inglaterra en 1707. El 22 de octubre de ese año cuatro barcos de la flota que regresaba a casa zozobraron en las Scilly Island con la tragedia antes señalada. El *Association* al mando del Almirante Sir Cloudisley Shovell, el *Eagle*, el *Rommey* y un cuarto barco se hundieron en las aguas de la islas Scilly a unos 30 kilómetros de la punta más occidental de Inglaterra, antes que el resto de la flota pudiera percatarse de la tragedia y pudiesen tomar las debidas correcciones. Más de 2000 hombres perdieron la vida, incluyendo a Sir Cloudisley Shovell.

En 1714 el Parlamento inglés crea el “*Board of Longitudes*” y ofrece un premio de 20.000 libras esterlinas a quien idee un método para determinar longitudes en el mar con una precisión mejor que \pm medio grado; 15.000 libras para una determinación con un error de $\pm 2/3$ de grado y un premio de 10.000 libras para quien propusiera un método preciso dentro de ± 1 grado. Cabe señalar que $\pm 1/2$ grado equivale a $\pm 30'$

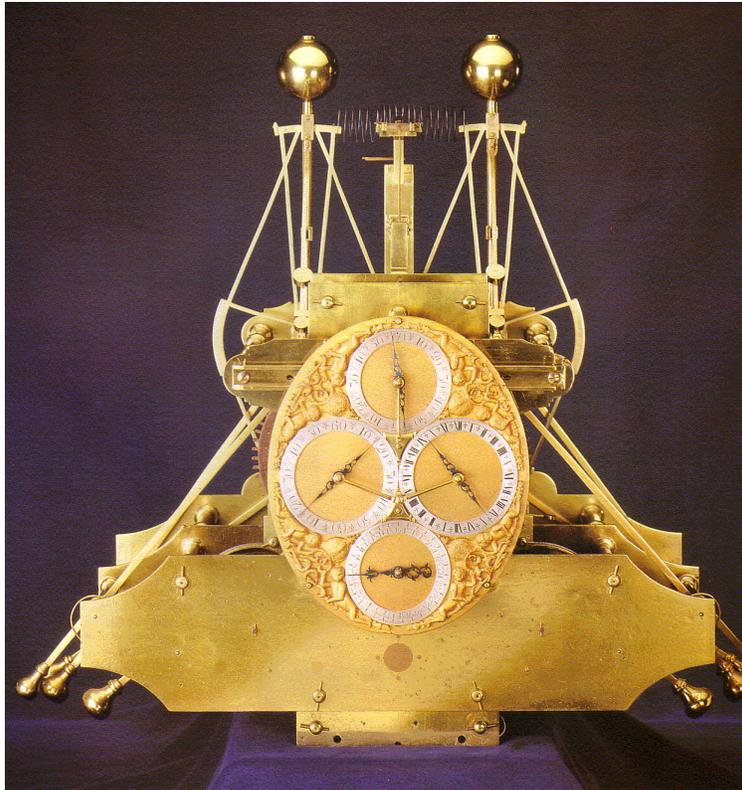
equivalentes por definición de milla náutica a ± 30 millas náuticas [1 milla náutica = 1.8 kilómetros].

George Graham fue un destacado constructor de instrumentos astronómicos y un afamado fabricante de relojes. Hizo entre otras cosas los instrumentos para el *Royal Greenwich Observatory*. Sus habilidades como constructor de relojes lo hacían un potencial candidato para intentar obtener el premio del Board of Longitudes.

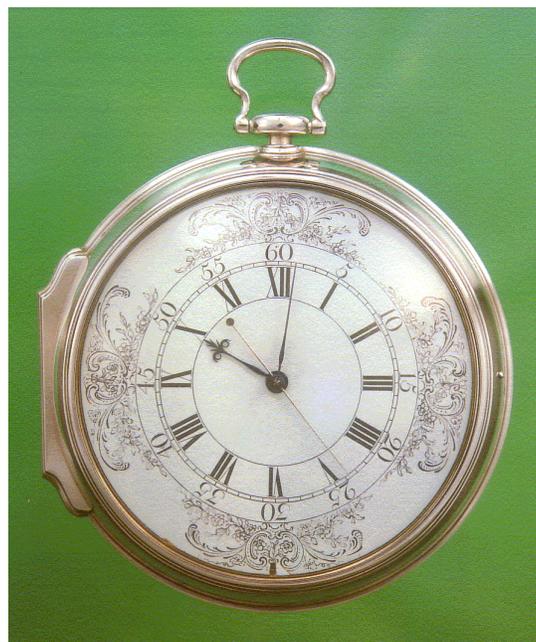
John Harrison (1693-1776) era un fabricante de relojes muy imaginativo, que inició a temprana edad su sueño de fabricar un reloj de alta precisión. Para determinar la longitud en el mar se necesita saber con toda exactitud la hora en algún lugar fiducial de referencia, como la hora de Greenwich. En esa época, sin embargo, los relojes de mayor precisión poseían un controlador pendular, que no funciona a bordo de un barco.



John Harrison visitó a Halley y a George Graham en 1730. Harrison se había iniciado construyendo relojes de madera para la iglesia de su pueblo. Los relojes basados en un resorte espiral tenían el grave problema de ser muy dependientes de la temperatura. La constante elástica del resorte espiral varía notablemente con cambios térmicos. Harrison construyó espirales basados en un bi-metal que tienen una muy leve dependencia con la temperatura. Además debió resolver el problema de darle cuerda al reloj. En un reloj corriente, al darle cuerda la máquina deja de funcionar. Harrison ideó un mecanismo que permite darle cuerda al reloj sin interferir su natural *tic tac*. En 1735 John construyó su primer reloj, denominado H1. El reloj era perfecto pero poseía una dimensión que lo hacía muy poco práctico, casi una yarda en cada dirección. El reloj de Harrison fue el primer cronógrafo de marina.



Reloj H1 de Harrison. La “cara” del reloj posee 4 “esferas”; la superior marca los segundos, la de la izquierda, los minutos, la de la derecha las horas y la de abajo los días.



Reloj H4 de Harrison. Gracias a él Harrison obtuvo el premio del *Board of Longitudes*.

Luego del H1, Harrison construyó el H2, el H3 y el H4. Recibió primero 500 libras esterlinas por su reloj H2. Luego por el H4, un reloj hermoso de pequeñas dimensiones (unos 7 centímetros de diámetro y uno de espesor), que Harrison había construido montando toda la rueda en brillantes (diamantes, por ser el material más duro y con ello menos susceptible a desgastes). El H4 era un reloj de muy pequeñas dimensiones relativo al H1 que tenía dimensiones de casi un metro cúbico. El H4 era como un reloj de bolsillo.

El H4 de Harrison fue y volvió en un viaje al Caribe y no derivó en más de un minuto. Con ello Harrison se hacía acreedor al premio mayor ofrecido por el Board of Longitudes. Primero recibió 500 libras por el H2 y luego recibió 10.000 libras por el H4 pero el resto del premio no se lo entregaban hasta que otros artesanos relojeros lograran replicar el H4 con igual perfección. Para ello Harrison tuvo que entregar los planos íntegros de su reloj. Después de un intento no muy exitoso, finalmente, gracias a la intervención del Rey Jorge III, el *Board of Longitudes* le dio a Harrison 8.750 libras, por el remanente del premio. Con esta historia de John Harrison nacieron los cronómetros de marina que permitieron que la navegación en el siglo XIX no tuviera las incertezas del siglo XVIII y los anteriores.

1.20.3 Refractor acromático:

Los problemas cromáticos de los telescopios refractores limitaban severamente su uso. Una manera de minimizar los efectos cromáticos y de aberración esférica en las lentes simples era hacerlas de grandes distancias focales. Con ello los telescopios refractores llegaron a tener distancias focales de hasta 70 metros. Esos telescopios eran muy difíciles de manejar.

El problema de la aberración cromática fue considerado un problema insoluble por todos los expertos, incluido el propio Newton que ideó un telescopio reflector para evitarlo. Sin embargo, en 1757 el inglés John Dollond puso una lente negativa de vidrio Flint, entre dos lentes positivas de vidrio Crown y con ello logró una corrección cromática considerable. Antes, en 1733 el también inglés Chester More Hall en Essex había descubierto que combinando flint y crown se podía manejar la aberración cromática. Hall sin embargo no lo patentó, cosa que sí hizo Dollond.

El cristal flint tiene una dispersión mayor que el crown (su índice de refracción es una función más fuerte de la longitud de onda). Por ello un lente negativo flint de menor potencia que un positivo crown puede compensar la aberración cromática de este último. Actualmente se utilizan cristales de muy baja dispersión y se usan tres o más lentes para mejorar la compensación cromática.

La invención del refractor acromático entrañó una revolución en el arte de construir telescopios que ahora podían tener mayor calidad con distancias focales diez veces menores. La astrometría se benefició tremendamente con ello.

Los refractores reinaron sin contrapeso hasta fines del siglo XIX cuando la construcción de grandes reflectores, iniciada con Herschell, empieza a dominar la escena en los observatorios. Ya en el siglo XX los telescopios profesionales son todos reflectores.

1.20.4 Leonhard Euler (1707-1783):

Leonhard Euler nació en Basilea, Suiza, en 1707. Hijo de un ministro protestante que estudió matemáticas con Jacobo Bernoulli (1654-1705), el primero de una familia de matemáticos suizos que incluye a Johann Bernoulli (1667-1748) hermano de Jacobo y Daniel Bernoulli (1700-1782), hijo de Johann. Leonhard Euler fue alumnos de Johann Bernoulli.



Leonhard Euler (1707-83) was one of the most outstanding mathematicians of the eighteenth century. At age twenty, he was invited to the St. Petersburg Academy and six years later succeeded Daniel Bernoulli as professor of mathematics there. Euler's pioneering work on differential equations enabled Tobias Mayer to make lunar distances a viable method of finding longitude at sea. In recognition of his contribution, the Board of Longitude awarded Euler £500 in 1765.

Euler se formó en teología pero por influencia de los Bernoulli se dedicó a las matemáticas. Gracias a la influencia de Daniel Bernoulli, que había sido nombrado profesor en San Petersburgo, Euler recibió una invitación para formar parte de la Academia de Ciencias de San Petersburgo, en 1727.

En 1741 aceptó una invitación de Federico el Grande para ir a Berlín y ayudar a la reorganización de la Academia de Ciencias. Trabajó 25 años en Berlín y luego aceptó una invitación de la Emperatriz Catalina II para volver a Rusia en 1766.

Perdió la visión de un ojo en 1735 y la del otro ojo al regresar a Rusia, en 1766; permaneció ciego por el resto de su vida. Después de 17 años de vivir en las sombras, Euler falleció en 1783, a la edad de 76 años.

Euler fue el matemático más versátil y prolífero de todos los tiempos. Escribió 800 artículos científicos y varios libros sobre diversos temas de matemáticas.

En 1740 Euler publicó un ensayo sobre las mareas. Abordó el problema de tres cuerpos de manera restringida, adecuado para la teoría lunar.

Aborda el tema de las perturbaciones desarrollando una teoría lunar que al ser aplicada a las observaciones permitieron a Tobías Meyer (1723-1762) elaborar unas tablas lunares que merecieron 3.000 libras esterlinas del premio del "Board of Longitudes" de Inglaterra. Euler recibió 300 libras por sus contribuciones teóricas.

$$e^{ip} + 1 = 0$$

Esta famosa ecuación se debe a Euler. Su aporte a la astronomía, sin ser tan numerosos como los que hizo a las matemáticas lo muestran como unos de los grandes mecánicos celestes del siglo XVIII.

1.20.5 Alexis Claude Clairaut (1713-1765):

Nació en París, Francia, en 1713. Fue muy precoz. A los diez años estudió cálculo y secciones cónicas. A los 13 años presentó su primer trabajo científico a la Academia de Ciencias y los 18 años escribió un libro que contiene importantes contribuciones a la geometría; allí ganó su admisión a la Academia.

En 1743 publicó su trabajo clásico sobre la forma de la Tierra. Allí discutió en una forma mucho más completa que Newton o Maclaurin, la forma que asume un cuerpo rotando como la Tierra bajo la influencia de su propia gravedad.

Clairaut estudió el problema de tres cuerpos con aplicaciones a la teoría lunar.

Para 1758 se esperaba el paso del cometa Halley. Clairaut calculó las perturbaciones que su trayectoria había recibido desde su última aparición. Calculó que el cometa que el cometa sería retardado unos 100 días por Saturno y unos 518 por Júpiter y con ello anunció a la Academia que el cometa debería alcanzar el perihelio el 13 de abril de 1759 con un error de un mes.

El cometa Halley fue descubierto el día de Navidad de 1758 y pasó por el perihelio un mes antes de lo previsto por Clairaut.

Clairaut murió a temprana edad, en 1765, cuando sólo tenía 52 años.

1.20.6 Jean-le-Rond D'Alembert (1717-1783):

Jean-Le-Rond D'Alembert nació en 1717. Fue abandonado en los escalones que conducen a la iglesia de San Jean-le-Rond. Posteriormente fue reconocido por su padre, pero vivió con padre adoptivos. Estudió leyes y medicina pero su atención fue hacia las matemáticas. En 1738 escribe su primer trabajo científico en el tema y dos años más tarde es admitido en la Academia.

En 1743 publica su "*Traité de Dynamique*" que contiene, entre otras contribuciones, la primera formulación del principio dinámico que lleva su nombre.

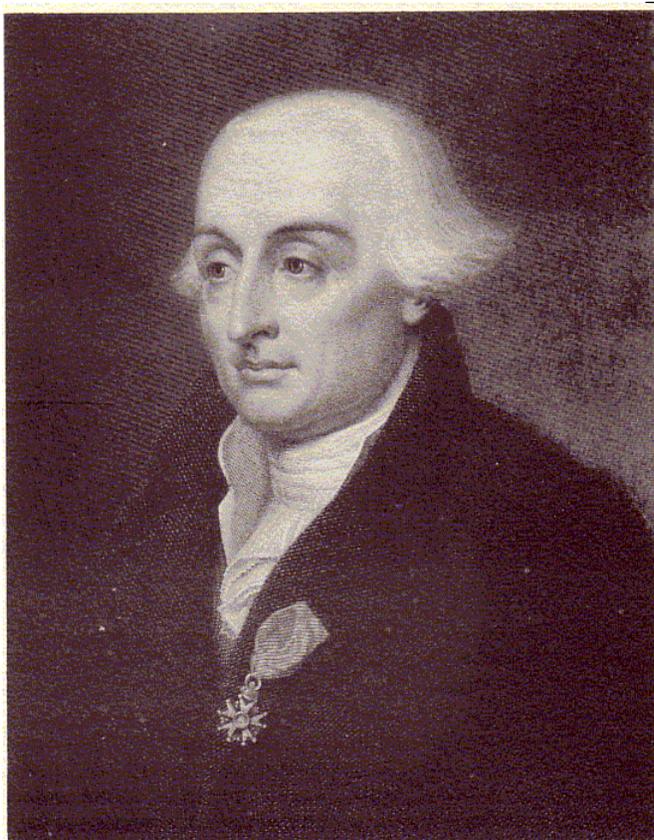
D'Alembert y Clairaut fueron grandes rivales que trabajaban en temas muy similares y recurrentemente se criticaron en forma mutua.

D'Alembert siempre fue pobre (modesto) y declinó buenas ofertas de Catalina II y Federico el Grande, pues prefería mantener su independencia. Fue generoso con su madre adoptiva y con estudiantes y amigos.

Junto a Diderot escribió la Enciclopedia Francesa que empezó a aparecer en 1751.

1.20.7 Joseph Louis Lagrange (1736-1813):

Joseph Louis Lagrange nació en Turín, en 1736. Era descendiente de una familia francesa que había vivido por tres generaciones en Italia. Lagrange mostró precozmente una extraordinaria habilidad en matemáticas y fue nombrado a temprana edad profesor de la Escuela de Artillería de su ciudad natal; era casi un niño y sus alumnos eran mayores que él. En unos pocos años participó en la formación de una sociedad científica en Turín, que publicó su primer volumen en 1759. En él aparecían varios artículos matemáticos de Lagrange. Uno de los artículos, sobre el cálculo de variaciones impresionó tanto a Euler, quien había trabajado en el tema, que consiguió el nombramiento de Lagrange en la Academia de Berlín.



LAGRANGE.

[To face p. 305.]

En 1764 Lagrange ganó el premio de la Academia francesa por un ensayo sobre la *libración* de la Luna. La *libración* lunar se refiere al hecho que por estar sincronizada la traslación y la rotación lunar, sólo vemos el 50% de la superficie lunar. Sin embargo a lo largo del mes vemos “algo más” que el 50% de la superficie. Varias son las causas de esa superficie extra que vemos en los bordes de la Luna. En su ensayo de 1764 Lagrange dio la primera explicación satisfactoria de las libraciones lunares pero además introduce un método general para tratar problemas dinámicos que constituye la base de la dinámica moderna. Utiliza para ello velocidades virtuales y el Principio de D'Alembert.

En 1766 el Rey Federico II de Prusia, a sugerencia de D'Alembert, nombró a Lagrange para reemplazar a Euler (que había retornado a San Petersburgo) como director de la sección de matemáticas de la Academia de Berlín. Federico II dio como razón que el mejor rey de

Europa quería tener al mejor matemático de Europa en su corte. Lagrange aceptó la invitación y pasó los siguientes 21 años de su vida en Berlín.

Durante ese período publicó una serie de trabajos acerca de Astronomía, dinámica y una variedad de temas matemáticos. Varios de sus artículos sobre astronomía fueron enviados a París y obtuvieron premios ofrecidos por la Academia. Más de 60 artículos fueron publicados por la Academia de Berlín. Durante ese período escribió su gran tratado "*Mécanique Analytique*", uno de los más bellos libros matemáticos, en el cual desarrolló completamente las ideas acerca de dinámica general contenidas en su artículo sobre las libraciones lunares. Su libro fue publicado en París en 1788.

En 1787 Lagrange se fue de Berlín al morir Federico II y aceptó una invitación de Luis XVI para irse a París y pasar a formar parte de la Academia de Ciencias de Francia. En 1790 fue nombrado presidente de la comisión de pesos y medidas que terminó por establecer el sistema métrico decimal. Lagrange siempre evitó involucrarse en política y de ese modo evitó problemas en la época de la Revolución Francesa. Algunos de sus amigos tuvieron peor suerte, como el gran químico Lavoisier y el historiador de la astronomía Bailly, que fueron guillotinado en la época del Terror. Lagrange fue tenido en alta estima por todos los gobiernos de Francia hasta su muerte en 1813. En sus últimos años fue nombrado profesor de la *École Normale* (1795) y de la *École Polytechnique* (1797).

Publicó en sus últimos quince años varios artículos de astronomía y escribió tres libros de matemáticas: "*Théorie des Fonctions Analytiques*" (1797), "*Résolution Des Équations Numériques*" (1798), *Leçons sur le Calcul des Fonctions*" (1805).

1.20.8 Pierre Simon Laplace (1749-1827):

Pierre Simon Laplace nació en Beaumont, Normandía, en 1749; era trece años más joven que su gran rival Lagrange. Cuando tenía 18 años se dirigió a París con una carta de presentación para D'Alembert. Laplace le escribió un pequeño artículo acerca de los principios de la mecánica que impresionó a D'Alembert, que le consiguió un empleo de profesor en la Escuela Militar de París. Desde ese momento Laplace vivió siempre en París, desempeñando diversos trabajos.

Los trabajos astronómicos de Laplace se incorporaron a su tratado en cinco volúmenes de su *Mécanique Céleste*, que apareció entre 1799 y 1825. El objetivo principal de su tratado era resumir todo lo que se había hecho desarrollando la astronomía gravitacional desde los tiempos de Newton. El único otro libro astronómico publicado por Laplace fue su *Exposition du Système du Monde* (1796) uno de los tratados populares de astronomía mejor escrito y más encantadores. En él el gran matemático nunca usa una fórmula algebraica o una figura geométrica. Laplace también publicó en 1812 un elaborado tratado acerca de probabilidades, que sirvió de base para los ulteriores desarrollos del tema.

La personalidad de Laplace parece haber sido menos atractiva que la de Lagrange. Él estaba demasiado consciente de su gran reputación de matemático y no siempre era generoso con otros competidores. Con Lagrange sin embargo fue siempre amistoso y también ayudaba a jóvenes matemáticos de talento. Fue miembro de la Comisión de Pesos y Medidas y posteriormente del *Bureau des Longitudes*. Fue nombrado profesor de la *École Normale* cuando fue fundada. Cuando Napoleón fue nombrado Primer Cónsul Laplace solicitó y le fue concedido el nombramiento de *Home Secretary* pero, afortunadamente para la ciencia, fue considerado incompetente y destituido a las seis semanas. El hecho que Napoleón nombró para sustituirlo a su hermano Lucien arroja duda acerca de la incompetencia de Laplace. Como una compensación Laplace fue designado miembro del Senado. Su tercer volumen de la *Mécanique Céleste*, publicado en 1802 contiene una dedicatoria a “*El heroico Pacificador de Europa*”, de manos de quien posteriormente recibió diversos honores, como ser declarado Conde, cuando se creó el Imperio. Al ocurrir la restauración de los Borbones en el trono francés Laplace les ofreció sus servicios y fue nombrado Marqués. En el año 1816 recibió el raro honor de ser nombrado como uno de los *Cuarenta Inmortales* de la Academia francesa.



Uno de los interesantes problemas que Laplace abordó se refiere a la estabilidad de largo plazo del sistema solar. En el caso específico de Júpiter y Saturno se conocía desde la época de Kepler, en 1625, que algo no funcionaba bien para Júpiter. Halley en sus tablas de 1695 introdujo una aceleración para Júpiter y una retardación para Saturno de un monto tal que, si se mantuviese constante por 1.000 años desplazaría a los planetas $0^{\circ} 57'$ y $2^{\circ} 19'$, respectivamente. Si la órbita de Júpiter continuara disminuyendo y la de Saturno aumentando, ello traería graves consecuencias para el sistema solar. El problema era saber ¿qué causaba esas aceleraciones? ¿Podía ser el resultado de la atracción mutua de Júpiter y Saturno, como sospechaba Halley? La Academia de Ciencias de París puso un premio sobre el tema en 1748 y en 1752.

Euler abordó el tema en 1748, ganando el premio, pero sin resolver el problema de fondo. Euler elaboró sobre la teoría de perturbaciones. Lagrange tomó el problema en 1763 publicando un nuevo método de tratar el problema de tres cuerpos y lo aplicó a la atracción mutua de Júpiter y Saturno; encontró un término secular para ambos pero era muy pequeño para ser identificado como la causa de lo observado. Ahí entró Laplace en el tema con una cuidadosa investigación teniendo en cuenta todos los términos menores que eran despreciados normalmente. Encontró que los términos se

cancelaban y no podían producir una aceleración secular. En 1776 Lagrange demostró en términos generales que las atracciones mutuas de los planetas no pueden producir un cambio secular en las distancias medias al Sol y los períodos de revolución; ellos sólo están sujetos a variaciones periódicas.

Pero ¿qué pasaba con Júpiter y Saturno? Laplace llegó a culpar a los cometas como la causa de las variaciones. Lambert, en 1773, puso el problema en nueva perspectiva al anunciar que las variaciones eran diferentes a lo antes dicho. Utilizando antiguas observaciones de Júpiter hechas por Hevelio, encontró que Júpiter retardaba en lugar de acelerar y Saturno aceleraba. Por lo tanto el problema era un problema periódico no secular. Un cómputo detallado de Lagrange, hasta el segundo orden, no develó el misterio. Por fin, en una memoria presentada a la Academia en 1784 por Laplace se resolvió el dilema. Laplace encontró que la casi conmensurabilidad de los períodos de Júpiter y Saturno introduce perturbaciones de largo plazo. Cinco revoluciones de Júpiter coinciden casi exactamente con dos de Saturno, por lo cual, cada 59 años, los dos planetas se encuentran en casi el mismo lugar de la eclíptica. Un par de términos menores, de tercer orden, despreciados porque contienen las excentricidades a la tercera potencia, vuelven periódicamente cada 59 años de la misma manera y acumulan su efecto produciendo cambios perceptibles en las longitudes de los planetas. En un tiempo de 450 años el punto de encuentro de los dos planetas cambia 180 grados en longitud y con ello el efecto se invierte. Así en verdad, con un período de 900 años las longitudes de Júpiter y Saturno aumentan (y luego disminuyen) hasta en 21' y 49', respectivamente. Con ello todas las observaciones de Júpiter y Saturno, antiguas y contemporáneas quedaron bien representadas. Más tarde escribiría Laplace: *“Las irregularidades de los dos planetas, que antes parecían inexplicables bajo la ley de gravitación universal, ahora se han transformado en una gran prueba de ella. Ese ha sido el destino permanente del brillante descubrimiento de Newton, cada dificultad que ha surgido se ha transformado en un nuevo triunfo, circunstancia que es una característica segura de la naturaleza verdadera del sistema”*.

Sus últimas palabras: *“Ce que nous connaissons est peu de chose, ce que nous ignorons est immense”* viniendo como venía de una persona que había avanzado tanto el conocimiento pone su personalidad en mejor perspectiva que lo que muchas veces lució durante su vida.

Terminemos con una anécdota: cuando Napoleón leyó el gran tratado de Mecánica Celeste de Laplace (o al menos lo hojeó) le preguntó a Laplace porqué en tan voluminoso compendio no se nombraba a Dios en ninguna de sus páginas. Dicen que Laplace, en forma arrogante le contestó: *“Emperador, no he tenido necesidad de esa hipótesis”*.

Bibliografía:

- A. Berry, *“A Short History of Astronomy”*, Dover, Nueva York, 1961.
- A. Pannekoek, *“A History of Astronomy”*, Dover, N. York, 1989.