

Auxiliar 1 MA12A Cálculo 22-Marzo-2004

Prof: M. Matamala

Prof. Aux. C. Alday - L.Videla

1. Axiomática Real

En los sgts. problemas todas las variables son reales, a menos que se especifique lo contrario.

(C.Auxiliar) (i) Usando sólo Axiomas de los reales demuestre que si a es real:

$$a \cdot a = 0 \Rightarrow a = 0$$

(Propuesto) (ii) Probar que para $b, d \neq 0, a \neq b, c \neq d$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

(C.Auxiliar) (iii) Pruebe que:

$$(\forall a, b \neq 0), (a+b)(a^{-1}b^{-1}) = a^{-1} + b^{-1}$$

(Propuesto) (iv) Pruebe que:

$$(\forall a, b > 0), (a+b)(a^{-1} + b^{-1}) \geq 4$$

(C.Auxiliar) (v) Probar que

$$(\forall x, y) \quad x^2 + y^2 - xy \geq 0$$

Hint: Razone por contradicción.

(Propuesto) (vi) Probar que:

$$a^2 = b^2 \Leftrightarrow (a = b) \vee (a = -b)$$

Hint: Le puede ser útil probar que $xy = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee y = 0$

Ejercicio extra (vii) Usando sólo Axiomas reales, demostrar que :

$$(\forall a \neq 0) \quad -(a^{-1}) = (-a)^{-1}$$

Ejercicio Prox. Clase (viii) $x^3 + y^3 + z^3 \geq 3xyz \quad (\forall x, y, z \geq 0)$

Comentarios y dudas a calday@dim.uchile.cl