1. Problema 20, pág 35 apunte

1. Resuelva completamente el siguiente sistema, considerando todos los casos posibles para $\alpha, \beta y \gamma$.

$$A = \left(\begin{array}{ccccc|c} \beta & -\beta & -\beta & -\beta & -\beta & 0 \\ \alpha & \alpha & \alpha & \alpha & 0 & \alpha \\ \alpha & \alpha & \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \gamma & \alpha \end{array}\right)$$

2. Problema 2, C4 1998

1. Considere las matrices $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ y $D = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

   a) (4 ptos). Pruebe que P es invertible y calculeç P^{-1}.

   b) (2 ptos). Probar que $A = PDP^{-1}$ y calcule A^{10}.
   Vea cuál es el efecto que causa multiplicar A por los vectores (columnas) que conforman a P.

3. Problema 2, C4 2002

1. Sean P y Q puntos distintos en $\mathbf{R}^3$. Pruebe que el conjunto $A = \{x : ||x - P|| = ||x - Q||\}$ es un plano.

2. Dadas las rectas en $\mathbf{R}^3$

$$L1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}, L2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

   a) Demuestre que L1 y L2 se intersectan y encuentre la intersección.

   b) Encuentre la recta L que pasa por $(1, 1, 1)^t$ y que es perpendicular al plano que contiene a L1 y L2.

   c) Determine las ecuaciones de los planos que son paralelos al plano que contiene a L1 y L2 y que se encuentran a distancia 1 del punto en que se intersectan L1 y L2.

4. P12 guía, parte geometría.

1. Sean X_1, X_2, X_3 subconjuntos de $\mathbf{R}^3$ tales que

$$X_1 = \{(x, y, z) \text{que son combinación lineal de} (1, 1, -2), (2, -2, -7), (0, 4, 3)\}$$

$$X_2 = \{(x, y, z)/3x + y - 5z = 7\}$$

$$X_3 = \{(x, y, z) = (5, 6, 7) + \alpha(1, -1, 0), \alpha \in \mathbf{R}$$

   Diga qué representan geométricamente estos conjuntos. Determine analíticamente la intersección entre $X_i y X_j$.
   ¿$\exists$ base $\{f_1, f_2, f_3\}$ de $\mathbf{R}^3$ con $f_i \in X_i$?