

AUXILIAR 6

RESOLUCIÓN DE SISTEMAS LINEALES USANDO
DESCOMPOSICIÓN LU Y LDU

Problema 1. Sea $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 2 \\ 4 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

(i) Resuelva el S.L $AX = b$, con $X \in \mathcal{M}_{4 \times 1}(\mathbb{R})$ y $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

(ii) Encuentre si es que existe la descomposición LU y LDU de A.

(iii) Usando esto último resuelva nuevamente el sistema lineal en (i).

Problema 2. Problemas cortos.

(i) Sea A una matriz simétrica, i.e, $A^T = A$. Pruebe que si A admite una descomposición LDU entonces $U = L^T$.

(ii) Sean \bar{X}, \hat{X} dos soluciones del sistema lineal $AX = B$ (1), si $\lambda \in [0, 1]$ pruebe que $X_\lambda = \lambda\bar{X} + (1 - \lambda)\hat{X}$ también es solución de (1).

(iii) Sean $A, B \in \mathcal{M}(\mathbb{R})_{n \times n}$ tales que sus filas suman 1. Pruebe que la matriz AB también cumple dicha propiedad.

Problema 3 (Propuesto). Encuentre la fórmula de descomposición LU de una matriz tridiagonal simétrica, i.e, de la siguiente forma:

$$(A)_{ij} = \begin{cases} \lambda_i & \text{Si } i=j; \\ \gamma_{\min i,j} & \text{Si } i=j+1 \text{ ó } j=i+1 ; \\ 0 & \text{Si ninguno de los anteriores casos.} \end{cases}$$