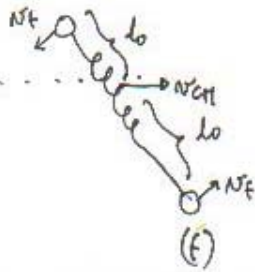
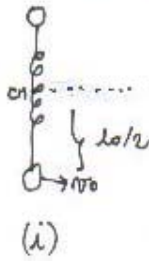


PAUTA P7 EXAMEN 2004.



1. aplicando conservación de momentum angular:  
rel respecto al centro de masa

$$L_{cm}(t=0^+) = m v_0 \frac{l_0}{2}$$

$$L_{cm}(t=t_f) = m v_f l_0 + m v_{cm} l_0 = 2 m l_0 v_f$$

$$L_{cm}(t=0^+) = L_{cm}(t=t_f) \Rightarrow m v_0 \frac{l_0}{2} = 2 m l_0 v_f \Rightarrow v_f = \frac{v_0}{4} \quad (2 \text{ pts})$$

2. aplicando conservación de energía

$$E_i = \frac{1}{2} m v_0^2$$

$$E_f = 2 \cdot \frac{1}{2} m v_f^2 + \frac{1}{2} K (2l_0 - l_0)^2 + \overbrace{\frac{1}{2} \cdot 2 m v_{cm}^2}^{\text{Etraducción del cm}}$$

$$E_i = E_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = m v_f^2 + \frac{1}{2} K l_0^2 + m v_{cm}^2 \quad (*) \quad (3 \text{ pts})$$

3. aplicando conservación de momentum lineal:

$$m v_0 = 2 m v_{cm} \Rightarrow v_{cm} = \frac{v_0}{2} \quad (2 \text{ pts})$$

Reemplazando en (\*)

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m \left( \frac{v_0}{4} \right)^2 + \frac{1}{2} K l_0^2 + m \left( \frac{v_0}{2} \right)^2$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = m \frac{v_0^2}{16} + \frac{1}{2} K l_0^2 + m \frac{v_0^2}{4}$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} K l_0^2 + \frac{5}{16} m v_0^2$$

$$\text{Desarrollando} \dots \Rightarrow v_0 = 2 \sqrt{\frac{2K}{5m}} l_0 \quad (1 \text{ pts})$$

OBSERVACIONES:

1. Al aplicar conservación de energía, la mayoría olvidó considerar la energía de traslación del centro de masa.

2. Para calcular la velocidad  $V_f$  no era válido ocupar lo siguiente:

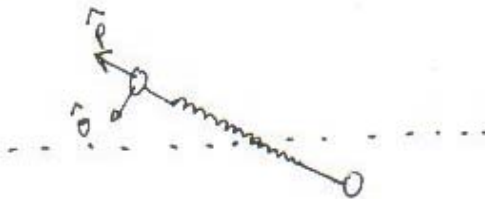
$$\Sigma F_{\hat{\rho}} = -K l_0 = -m \frac{V_f^2}{l_0} \Rightarrow K l_0^2 = m V_f^2 \Rightarrow V_f^2 = \frac{K l_0^2}{m}$$

(esto está equivocado!!)

• La razón es que la aceleración según  $\hat{\rho}$  es  $a_{\hat{\rho}} = -\frac{v^2}{R}$  solo cuando el radio es constante

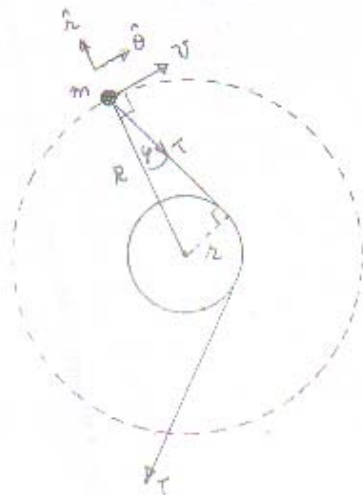
• En este problema claramente el radio no era constante ya que el resorte se comprime y estira en el movimiento

• la aceleración según  $\hat{\rho}$  es  $a_{\hat{\rho}} = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\theta}^2) \hat{\rho} = (\ddot{\rho} - \frac{v^2}{R}) \hat{\rho}$   
↓  
 aparece este término!!



Por lo tanto, era mejor resolver el problema sin utilizar fuerzas.

8)



a) En coordenadas polares:

$$\hat{r}: T \cos \varphi = m \frac{v^2}{R} \quad (1)$$

$$\hat{\theta}: T \sin \varphi = m \frac{dv}{dt} \quad (2)$$

(3 pts)

b) Eliminando T entre (1) y (2)

$$\tan \varphi = \frac{R}{v^2} \frac{dv}{dt}$$

Separando variables:

$$\frac{dv}{v^2} = \frac{\tan \varphi}{R} dt$$

Integrando:

$$-\frac{1}{v} = \frac{\tan \varphi}{R} t + C \quad (1 \text{ pto})$$

Determinación de C:

Para  $t=0$ ,  $v(0) = v_0$

$$\therefore \boxed{C = -\frac{1}{v_0}}$$

$$\therefore -\frac{1}{v} = \frac{\tan \varphi}{R} t - \frac{1}{v_0}$$

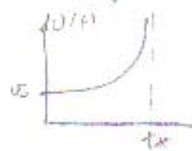
$$\text{or } \frac{1}{v} = \frac{R - v_0 \tan \varphi t}{R v_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{v(t) = \frac{R v_0}{R - v_0 \tan \varphi t}} \quad (2 \text{ pts})$$

El valor de  $t$  para el que el denominador se hace cero es singular:

$$R - v_0 \tan \varphi t^* = 0 \quad (2 \text{ pts})$$

$$\boxed{t^* = \frac{R}{v_0 \tan \varphi}}$$



Cuando  $t \rightarrow t^*$ , entonces

$v \rightarrow \infty$  y por lo

tanto, de (1),  $T \rightarrow \infty$

Como  $\tan \varphi = \frac{r}{\sqrt{R^2 - r^2}}$ , (de)

$$\boxed{t^* = \frac{R \sqrt{R^2 - r^2}}{r v_0}}$$