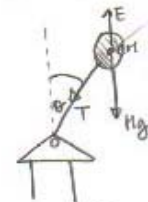


### Correcciones

P1  
P1-AUX2



$\Sigma \vec{\tau}_O = \frac{d\vec{L}}{dt} = I \alpha$   
 $\Sigma \vec{\tau}_O = \vec{\tau}_{Tension} + \vec{\tau}_{H_g} + \vec{\tau}_{E_{aire}}$

$M = \text{Masa del globo} + \text{masa del aire}$   
 $M = m_0 + \rho_0 V$   
 $E = \rho_0 V g$

$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$  si  $\vec{r} \parallel \vec{F} \Rightarrow \vec{\tau} = 0$   
 ①  $\vec{\tau}_{Tension} = 0$  ya que  $\vec{r} \parallel \vec{T}$   
 ②  $\vec{\tau}_{H_g} = (L+R) M g \sin \theta$   
 ③  $\vec{\tau}_{E_{aire}} = -E \sin \theta (L+R)$

$R$ : radio del globo  
 Si  $R$  es pequeño  $R \approx 0 \Rightarrow I = M (L+R)^2$

De ② y ③

$\Sigma \vec{\tau}_O = (L+R) M g \sin \theta - E \sin \theta (L+R) = I \alpha$  (\*)  
 pequeñas oscilaciones  $\Rightarrow \sin \theta \approx \theta$   
 además  $\alpha = \ddot{\theta} = \frac{d^2 \theta}{dt^2}$

Reemplazando en (\*)

$(L+R) \frac{(m_0 + \rho_0 V) g \theta - \rho_0 V g (L+R) \theta}{M} = \frac{M (L+R)^2}{I} \ddot{\theta}$   
 Buscamos una expresión de la forma  $-\omega^2 \theta = \ddot{\theta} \Leftrightarrow \ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$

Luego

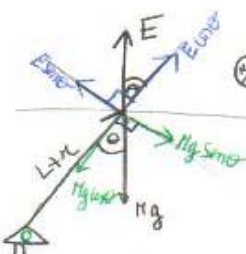
$-\frac{(L+R) [\rho_0 V g - m_0 g - \rho_0 V g]}{M (L+R)^2} \theta = \ddot{\theta}$   
 $\Rightarrow - \left[ \frac{\rho_0 V g - m_0 g - \rho_0 V g}{(m_0 + \rho_0 V) (L+R)} \right] \theta = \ddot{\theta}$   
 Si  $R \approx 0$   
 $\Rightarrow - \left[ \frac{1}{L} \left( \frac{\rho_0 V}{m_0 + \rho_0 V} - 1 \right) \right] \theta = \ddot{\theta}$

$\omega^2 = \frac{g}{L} \left( \frac{\rho_0 V}{m_0 + \rho_0 V} - 1 \right) \Rightarrow \rho_0 = \frac{1}{V} \left[ \frac{\rho_0 V g}{\omega^2 + g} - m_0 \right]$   
 $\omega = \frac{2\pi}{T}$

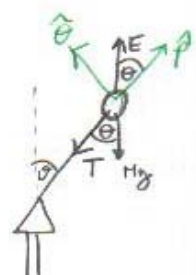
Por lo tanto  $\theta = A \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow \dot{\theta} = -A \omega \sin(\omega t + \phi)$   
 no confundir  $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$  con  $\omega$ ; por lo general a  $\dot{\theta}$  se lo identifica con  $\omega$ , pero  
 en este caso  $\dot{\theta}$  es la velocidad angular de  $\theta$ . Además en este caso  $A = \theta_{max} = \text{amplitud}$   
 con  $R = L+R \approx L$  y  $\dot{\theta} \neq \omega \neq \omega$

Para calcular la tensión  $T$  tomamos  $\Sigma \vec{F} = -M \vec{a}_c = -M \dot{\theta}^2 R$

$\Sigma \vec{F}_p: -T + E \cos \theta - M g \cos \theta = -M \dot{\theta}^2 R$   
 $\Rightarrow T = E \cos \theta - M g \cos \theta + M \dot{\theta}^2 R = E \cos \theta - M g \cos \theta + M (A \omega \sin(\omega t + \phi))^2 R = T(\theta)$   
 Para pequeñas oscilaciones  $\cos \theta \approx 1 \Rightarrow T \approx E - M g$



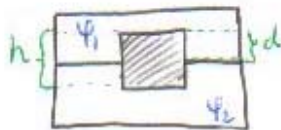
$L+R$   
 $H_g \sin \theta$   
 $E \sin \theta$   
 Solo estas componentes hacen torque



$\theta = \theta_0$   
 $\theta_{max} = A$   
 $\theta \in [-\theta_{max}, \theta_{max}]$

P]

P4-AUX 14



DCL



( $E_1$  para abajo)

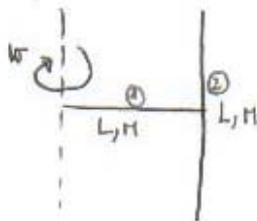
En clase dice lo habia puesto para el otro lado (hacia arriba) pero gracias a una pregunta hecha en clase este empuje  $E_1$  debe ir para abajo.

$$Mg = \frac{Ah\psi_0}{M}g \quad E_2 = A(h-d)\psi_2g \quad E_1 = Ad\psi_1g$$

$$\begin{aligned} \text{Luego } E_2 - E_1 - Mg &= 0 \\ \Rightarrow A(h-d)\psi_2g - Ad\psi_1g - Ah\psi_0g &= 0 \quad (\cdot \frac{1}{g}) \\ \Rightarrow \psi_0 &= \frac{(h-d)\psi_2 - d\psi_1}{h} \end{aligned}$$

P]

P4-AUX 14



vista de frente



vista desde arriba

En clase discutí el cálculo mal el momento de inercia de ②. Es el que está pue al ocupar Steiner para esta barra.

Steiner:

$$I_2 = \underbrace{I_{\text{cm}}}_{=0} + Md^2 \quad \text{con } d=L$$

$$I_2 = ML^2$$

$$\text{Luego } I_{\text{SIST}} = I_1 + I_2$$

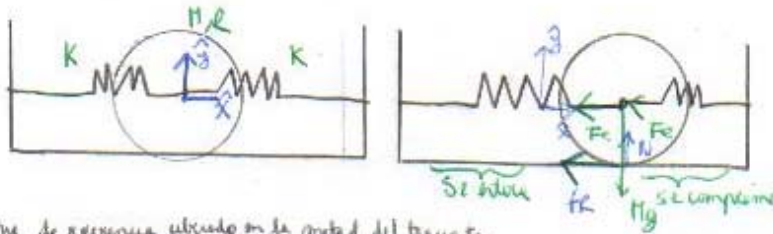
$$I_{\text{SIST}} = \frac{1}{3}ML^2 + ML^2$$



Para una barra que rota como esta figura tiene un momento de inercia igual a cero ya que todos los puntos de la barra están a una distancia  $M=0$  del eje;  $\Rightarrow I_{\text{cm}}=0$ .

P1

P5-Aux 4



Sistema de referencia ubicado en la mitad del trayecto.

$$\sum \vec{F}_x: -2Kx - f_R = M\ddot{x} \quad (1) \quad \ddot{x}: \text{aceleración del CM} \quad \dot{x} = v_{CM}$$

$$\sum \vec{\tau}_{CM}: f_R R = I \alpha \quad (2)$$

$$\text{Rueda sin deslizar RSD: } |\dot{a}_{cm}| = |\dot{\alpha}| \cdot R \quad (3)$$

• Ojo que  $f_R \neq \mu N$

• Se cumple que  $f_R \leq \mu N$  cuando RSD

$$\text{de (2)} \quad f_R = \frac{I \alpha}{R} \quad I_{CM} = \frac{MR^2}{2}$$

$$\Rightarrow f_R = \frac{MR \alpha}{2}$$

$$\text{de (3)} \quad |\alpha| = \frac{|\dot{a}_{cm}|}{R} = \frac{\ddot{x}}{R} \Rightarrow f_R = \frac{MR \ddot{x}}{2R} = \frac{M \ddot{x}}{2}$$

$$\text{Reemplazo en (1)} \quad -2Kx - \frac{M \ddot{x}}{2} = M \ddot{x}$$

$$\Rightarrow -2Kx = \left(\frac{M}{2} + M\right) \ddot{x}$$

$$\Rightarrow -\frac{2K}{\left(\frac{3M}{2}\right)} x = \ddot{x} \Leftrightarrow -\underbrace{\frac{4K}{3M}}_{\omega^2} x = \ddot{x} = a_{CM}$$

$$\omega^2 = \frac{4K}{3M} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{4K}{3M}} \quad T \text{ periodo} = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{3M}{4K}}$$

$$f_R = \frac{I \alpha}{R} \Rightarrow f_R(x) = \frac{I}{R} \underbrace{\left(\frac{-4K}{3M} x\right)}_{\text{ya que } \alpha = \ddot{x}/R} = \frac{I}{R^2} \left(\frac{-4K}{3M}\right) x$$

DUDAS A: CAHENAVI@ING.VHILE.CL  
MSN : CAHENAVI@HOTMAIL.COM  
CELL : 09-6789985

