

# PAUTA CONTROL 1 FI10A

C. Romero

13 de Mayo de 2003

Problema 1

Parte a)

Movimiento en la dirección vertical con aceleración constante  $g$

$$h_i = \frac{1}{2}gt_i^2 \quad (1)$$

Movimiento en la dirección horizontal con aceleración nula

$$x_i = v_0 t_i \quad (2)$$

De estas dos ecuaciones se obtiene que

$$h_i = \frac{1}{2}g\left(\frac{x_i}{v_0}\right)^2 \quad (3)$$

Pero, las posiciones en la dirección  $x$  están uniformemente espaciadas; luego:

$$x_i = i\left(\frac{L}{N}\right) \quad (4)$$

entonces:

$$h_i = i^2 g \frac{1}{2} \left(\frac{L}{Nv_0}\right)^2 = i^2 h_1 \quad (5)$$

Parte b)

El tiempo que demora la partícula  $i$ -ésima en aterrizar es

$$t_i = \frac{x_i}{v_0} = \frac{iL}{Nv_0} \quad (6)$$

Así, la diferencia de tiempo entre dos aterrizajes sucesivos es

$$T = \frac{L}{Nv_0} \quad (7)$$

Entonces, si la partícula  $N$  es lanzada al tiempo  $t_0$ ; la partícula  $i$ -ésima debe ser lanzada con un retardo igual a  $(N-i)T$  y la partícula 1 con un retardo igual a  $(N-1)T$ .

**PUNTAJE PROBLEMA 1.**

**2 ptos.**

Ecs. para movimiento vertical, horizontal y obtención de  $h_i$  en función de  $x_i$

**2 ptos.**

Imponer la condición de uniformidad en la coordenada  $x_i$ ; i.e. escribir

$$x_i = i \frac{L}{N} \quad (8)$$

y obtener la expresión final para  $h_i$ .

**2 ptos.**

Tiempo entre dos lanzamientos sucesivos y cálculo de los respectivos retardos.

**Problema 3**

Ecuaciones de Newton para las masas  $A$  y  $B$

$$T - m_A g_L = m_A a_A \quad (9)$$

$$T - m_B g_L = m_B a_B \quad (10)$$

pero,  $a_A = a = -a_B$  (geometría del sistema). Despejando  $a$  de este sistema de ecuaciones se obtiene que

$$a = \frac{m_B - m_A}{m_B + m_A} g_L \quad (11)$$

Utilizando que  $m_A = 1 \text{ kg}$  y que  $m_B g_L = 9.8 \text{ N}$  y reemplazando en la ecuación para la aceleración  $a$  se obtiene la siguiente ecuación para  $g_L$

$$g_L^2 - 8.6 g_L + 11.76 = 0 \quad (12)$$

las raíces que resultan de esta ecuación son  $6.9 \text{ m/s}^2$  y  $1.7 \text{ m/s}^2$ . Este último valor es la solución, pues es el mas cercano a  $\frac{1}{6} g_T$ .

**PUNTAJE PROBLEMA 3.**

**3 ptos.**

Plantear correctamente el sistema de dos ecuaciones, imponer que  $a_A = -a_B$  y obtener explícitamente  $a_A$ .

**3 ptos.**

Imponer que  $m_B g_L = 9.8 \text{ N}$ , llegar a la ecuación de segundo grado para  $g_L$  y elegir correctamente la raíz correcta.

## Pregunta 2

i. Consideremos los bloques A y B como un sistema (supone que B no desliza c/r a A). DCL del sistema A+B:

$$(1) \quad \vec{f}_{rA} + \vec{N} + (m_A + m_B)\vec{g} = (m_A + m_B)\vec{a}$$

Proyectando en el eje  $\hat{r}$  (radial, apuntando al centro del disco):

$$(2) \quad f_{rA} = (m_A + m_B)a_c = (m_A + m_B)\omega^2 R_S$$

En el eje vertical el peso se compensa con la normal. La condición de no deslizamiento se expresa como:

$$(3) \quad \mu_A(m_A + m_B)g \geq f_{rA} = (m_A + m_B)\omega^2 R_S$$

de donde obtenemos la condición para el radio de manera que el sistema A+B no deslice sobre el disco:

$$(4) \quad R_S \leq \mu_A g \omega^{-2}$$

ii. Debemos verificar además que el bloque B (superior) no desliza sobre A, el cual se asume que esta en reposo sobre el disco. Haciendo su DCL obtenemos la condición:

$$(5) \quad R_B \leq \mu_B g \omega^{-2}$$

iii. Como ambas condiciones deben ser cumplidas (4,5), el radio máximo al cual pueden ubicarse los bloques c/r al centro del disco es:

$$(6) \quad R_{max} = \min[\mu_A, \mu_B] \cdot g \omega^{-2}$$

**Puntuación:** 1 punto base + Condición sobre  $R_S$  (ec. 4): 2 puntos + Condición sobre  $R_B$  (ec. 5): 2 puntos + Condición ambas restricciones (ec. 6): 2 puntos.

**Nota:** En forma alternativa se puede plantear el DCL sobre bloque A:

$$(2'') \quad f_{rA} - f_{rB} = m_A a_c = m_A \omega^2 R_A$$

ecuación que junto al DCL de B ( $f_{rB} = m_B \omega^2 R_A$ ), conduce a la misma condición (4).