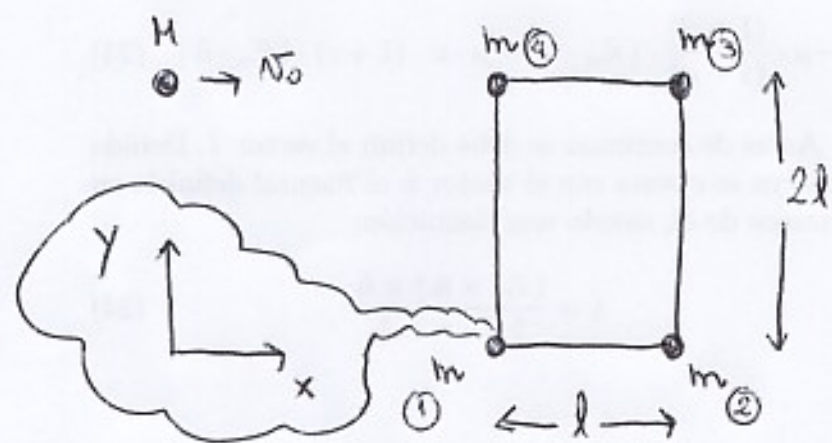


Problema

Los cuatro puntos de la figura, cuyas masas son iguales a m , se ubican en los vértices de un rectángulo de lados l y $2l$, que descansa sobre una superficie horizontal sin roce. Los puntos están conectados por barras rígidas de masa despreciable. Otra masa puntual, M , se acerca en la dirección del eje x con una velocidad N_0 , choca con la masa ubicada en ese vértice y permanece adherida a ella después del choque.

a) Encuentre la posición del centro de masa del rectángulo. No considere, en esta pregunta, la masa que colisiona.

b) Calcule el valor de la velocidad del centro de masa del sistema total, incluyendo todas las partículas.



Solución

a) Fijamos un sistema de referencia en una de las esquinas del rectángulo y calculamos \vec{R}_{cm} .

$$x_{cm} = \frac{\sum m_i \cdot x_i}{\sum m_i} = \frac{\overset{(1)}{m \cdot 0} + \overset{(2)}{m \cdot l} + \overset{(3)}{m \cdot l} + \overset{(4)}{m \cdot 0}}{4m} = \frac{2ml}{4m} = \frac{l}{2}$$

$$y_{cm} = \frac{\sum m_i y_i}{\sum m_i} = \frac{m \cdot 0 + m \cdot 0 + m \cdot 2l + m \cdot 2l}{4m} = \frac{4ml}{4m} = l$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{R}_{cm} = \frac{l}{2} \hat{i} + l \hat{j}}$$

$$b) \underset{\substack{\text{(antes del} \\ \text{choque)}}}{\vec{V}_{cm}} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} = \frac{\overset{(1)}{m \cdot 0} + \overset{(2)}{m \cdot 0} + \overset{(3)}{m \cdot 0} + \overset{(4)}{m \cdot 0} + M v_0 \hat{i}}{(4m + M)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}_{cm} = \frac{M v_0 \hat{i}}{(4m + M)}}$$

Como no existen fuerzas externas sobre el CM

$$\Rightarrow \vec{v} \text{ cte} \Rightarrow \vec{V}_{cm} = \text{cte} \quad \forall t.$$

DCL CM

$$(4m + M) \ddot{x}_{cm} = 0 \Rightarrow \dot{x}_{cm} = \text{cte}; \text{ pero en } t^*$$

$$\vec{V}_{cm}(t^*) = \frac{M v_0 \hat{i}}{(4m + M)}$$

$$\Rightarrow \boxed{\dot{x}_{cm} = \frac{M v_0}{(4m + M)}}$$

Ley de Pascal

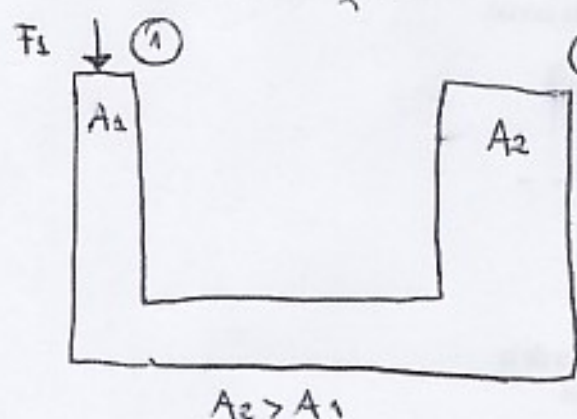
$$P = \frac{F}{A} \quad \checkmark$$

$$P = \frac{dF}{dA}$$

ley diferencial

Principio básico

Debido a que suponemos fluidos incompresibles
si suponemos un sistema como el de la figura
se tiene que:



La fuerza F_1 ~~se~~ genera una P_1 que se "transmite" hacia la sección de Área A_2

$$\Rightarrow P_1 = P_2$$

$$\text{pero: } \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

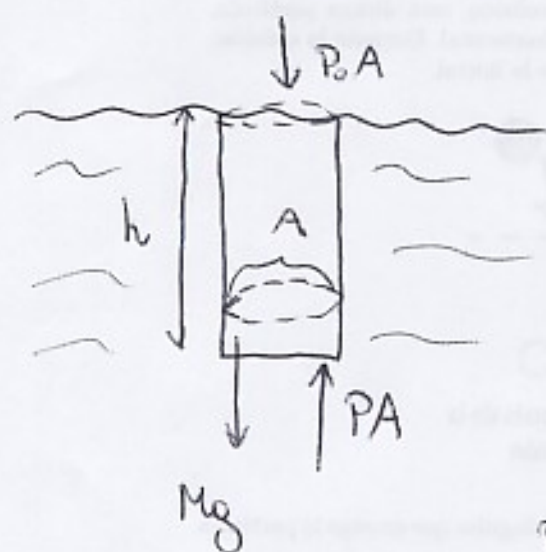
$$\Rightarrow \boxed{F_2 = F_1 \cdot \frac{A_2}{A_1}}$$

$$\Rightarrow F_2 > F_1 \quad \text{ya que } A_2 > A_1$$

Variación de la Presión con la Profundidad

→ Ley de Pascal: $P = \frac{F}{A} \Rightarrow F = P \cdot A$

Para conocer la presión a una profundidad h de un fluido debemos ver cuales son las fuerzas que están actuando sobre ese punto. Para eso consideremos un cilindro de sección transversal A (area) y altura h .



La fuerza neta sobre la cara inferior debe ser cero (en equilibrio)

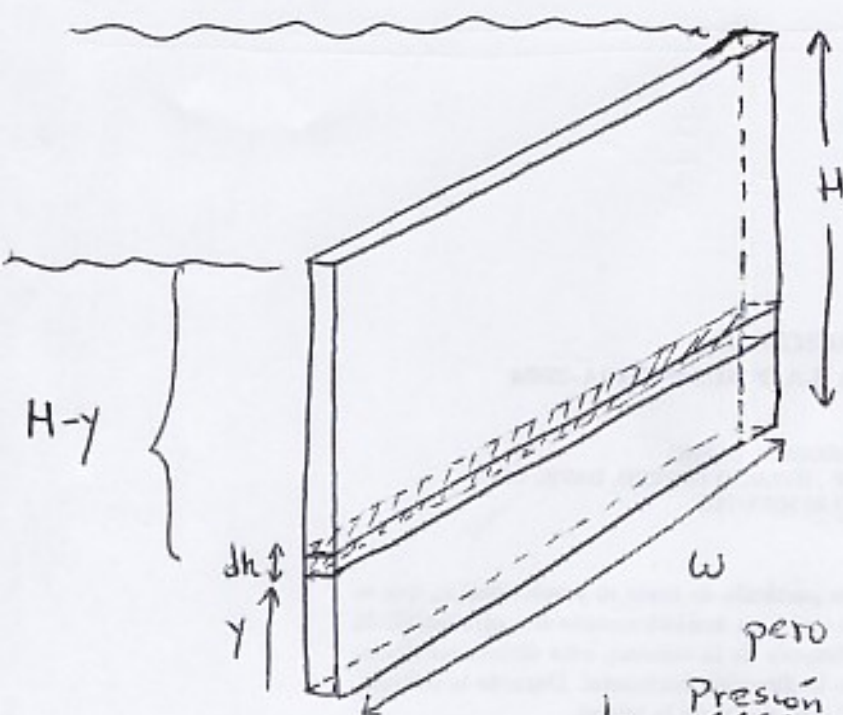
Sobre la cara superior de este cilindro actúa la presión atmosférica $\Rightarrow F = P_0 A$
Sobre la tapa inferior está el peso del volumen de agua encerrado

$\Rightarrow Mg = h \cdot A \cdot \rho \cdot g$. Entonces:

$$P_0 A + h A \rho g = P \cdot A \Rightarrow \boxed{P = P_0 + h \rho g}$$

Ej: Fuerza ejercida por agua sobre una presa

Como ya vimos, la presión depende de la profundidad a la que nos encontremos. Entonces, debemos encontrar esta fuerza sumando sobre cada altura ~~que~~ en que dividamos la represa.



La ley dif. de Pascal nos dice que $dF = P dA$

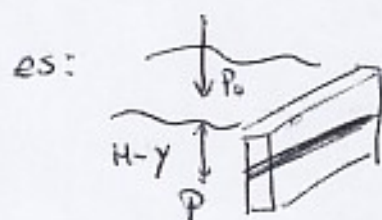
La fuerza total sobre la represa es:

$$\int dF = \int P dA$$

$$\Rightarrow F = \int P dA$$

pero $dA = dy \cdot w$

la ~~fuerza~~ Presión que actúa sobre la presa



P_0

$$P = P_0 + \rho g (H - y) \quad (\text{dentro})$$

$$P = P_0 \quad (\text{afuera})$$

y la dif. de Presiones es $\rho g (H - y)$ que equivale a la Presión en el interior del fluido producido por el mismo.

$$\Rightarrow F = \int_0^H \rho g (H - y) w dy = \rho g w \cdot \left[\frac{(H - y)^2}{2} \right]_0^H$$

$$\Rightarrow \boxed{F = \frac{\rho g w \cdot H^2}{2}}$$

Cualquier duda me preguntan. No he sido muy específico en el desarrollo pero creo que en la clase quedó claro.