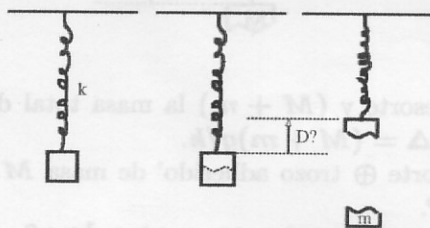


# Problema 1

1 En presencia de la gravedad terrestre  $g$ , un bloque cuelga inmóvil del techo mediante un resorte de masa nula y constante elástica  $k$ . En cierto instante una porción del bloque, de masa  $m$ , se desprende y el remanente adherido al resorte comienza a subir.

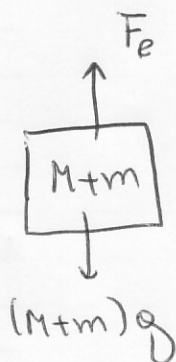
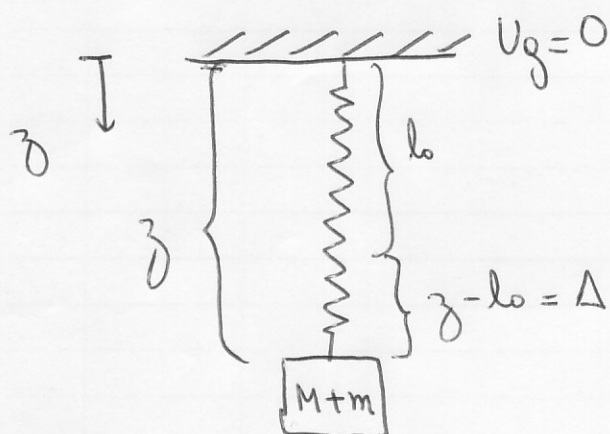
• Determine la distancia  $D$  subida por el remanente hasta detenerse por primera vez.



Sol:

Primero debemos calcular la distancia que está estirado el resorte inicialmente para poder aplicar conservación de la energía.

DCL "bloque"



$$\Rightarrow (M+m)\ddot{z} = (M+m)g - F_e$$

$$\Rightarrow (M+m)\ddot{z} = (M+m)g - k \cdot \Delta$$

Imponemos  $\ddot{z} = 0$  (equilibrio)

$$\Rightarrow k \Delta = (M+m)g$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{(M+m)g}{k}$$

Ahora para conocer la posición final del resorte (cuando se detiene por primera vez) debemos estudiar el mov. desde el momento inmediatamente después que se desprende "m".

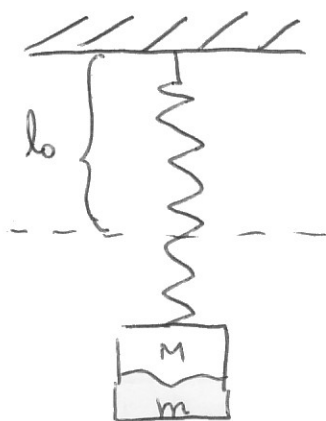
$$\Rightarrow E_i = \frac{1}{2} k \Delta^2 - M \cdot g (l_0 + \Delta)$$

$$E_f = \frac{1}{2} k \delta^2 - M \cdot g (l_0 \pm \delta) \quad \text{donde } \delta \text{ corresponde}$$

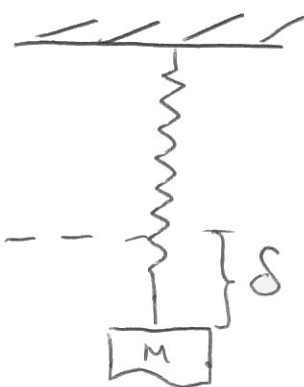
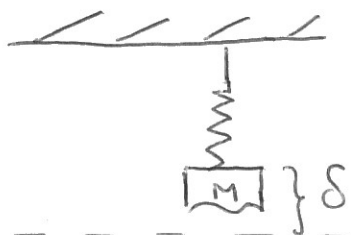
al estiramiento o deformación que tiene el resorte cuando se detiene por primera vez. En la energía potencial aparece el término  $(l_0 \pm \delta)$  ya que puede ocurrir que el resorte se comprima o siga estirado una vez que "m" se desprende.

Caso  $(l_0 - \delta) = ①$

Caso  $(l_0 + \delta) = ②$



$t=0$



Ambos casos pueden ocurrir debido a que depende de "m". Si "m" es grande uno espera que el sistema se haga mucho más ligero y de ese modo M sube "más". Si "m" fuese chico el sistema no pierde mucho y queda casi de la misma manera. (Caso: ambos casos corresponden al resorte cuando se detiene por primera vez ya que una vez que "m" cae, el resorte queda oscilando)

Imponemos conservación de la energía.

$$E_i = E_f$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k \Delta^2 - Mg(l_0 + \Delta) = \frac{1}{2} k \delta^2 - Mg(l_0 \pm \delta)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k \delta^2 - Mg\delta + Mg\Delta - \frac{1}{2} k \Delta^2 = 0.$$

$$\Rightarrow \delta^2 \mp \frac{2Mg}{k} \delta + \frac{2Mg}{k} \Delta - \Delta^2 = 0.$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{\pm \frac{2Mg}{k} \pm \sqrt{\frac{4M^2g^2}{k^2} + 4\Delta^2 - \frac{8Mg}{k}}}{2}$$

$$= \frac{\pm \frac{2Mg}{k} \pm \sqrt{\left(\frac{Mg}{k} - \Delta\right)^2}}{2}$$

$$= \frac{\pm \frac{2Mg}{k} \pm 2 \left| \frac{Mg}{k} - \frac{(m+M)g}{k} \right|}{2}$$

$$= \pm \frac{Mg}{k} \pm \left| -\frac{mg}{k} \right|$$

$$\Rightarrow \delta = \begin{matrix} \text{caso } \textcircled{2} \\ \nearrow \\ \text{caso } \textcircled{1} \end{matrix} \pm \frac{Mg}{k} \pm \frac{mg}{k}$$

Notación:

$\pm \rightarrow \textcircled{2}$   
 $\mp \rightarrow \textcircled{1}$

tomo signo de arriba para caso  $\textcircled{2}$   
y tomo signo de abajo para caso  $\textcircled{1}$

Como nos piden D debemos considerar

$$\text{caso } (l_0 - \delta) \Rightarrow D = (l_0 + \Delta) - (l_0 - \delta) = \Delta + \delta = \frac{(m+M)g}{k} - \frac{Mg}{k} \pm \frac{mg}{k}$$

$$\Rightarrow D = \frac{mg}{k} \pm \frac{mg}{k}$$

$$\Rightarrow D = \frac{2mg}{k} \quad \vee \quad D = 0.$$

Corresponde a la

solución que deja al resorte inmovil

(soluc. matemática; cumple con conservación).

y por otro lado:

$$\text{Caso } (l_0 + \delta) \Rightarrow D = (l_0 + \Delta) - (l_0 + \delta)$$

$$= \Delta - \delta = \Delta - \left[ + \frac{mg}{k} \pm \frac{mg}{k} \right]$$

caso ②

$$= \frac{(m+M)g}{k} - \frac{mg}{k} \mp \frac{mg}{k}$$

$$= \frac{mg}{k} \mp \frac{mg}{k}$$

$$\Rightarrow D = 0 \quad \vee \quad D = \frac{2mg}{k}$$

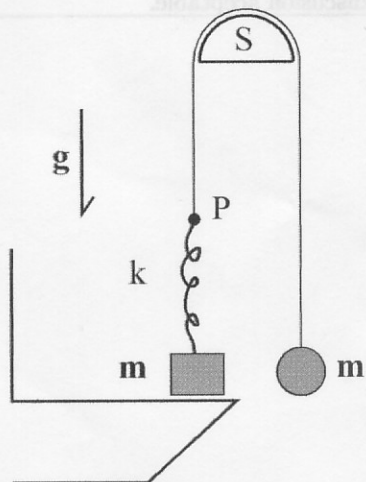
## PROBLEMA 2

En la figura se muestra un cubo de masa  $m$  adherido a un resorte ideal, y también una esfera de igual masa unida a una cuerda ideal. El resorte se une a la cuerda en  $P$  y la cuerda es sostenida por el soporte  $S$  sin fricción. Inicialmente el bloque posa sobre una plataforma horizontal y la esfera se ubica al mismo nivel que el bloque. Se tiene cuidado que el resorte no experimente estiramiento (ni compresión) y la cuerda no se arrugue. La esfera se deja caer (del reposo) y el resorte comienza su estiramiento.

A)[2P] Determine la distancia que ha de descender la esfera hasta que el bloque esté a punto de perder contacto con la plataforma;

B)[3P] determine la rapidez de la esfera en el mismo instante.

C)[1P] Analice e interprete sus resultados en A) y B) para el caso  $k \rightarrow \infty$ .



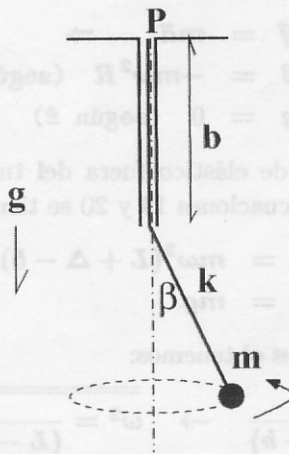
## PROBLEMA 3

En la figura se muestra una bolita de masa  $m$  en movimiento circular horizontal. La bolita pende mediante un elástico de un soporte fijo en  $P$ . El elástico (de longitud natural  $L$  y constante elástica  $k$ ) se mantiene parcialmente dentro de un tubo vertical de longitud  $b$  ( $b < L$ ); el ángulo que forma la vertical con la porción de elástico fuera del tubo es  $\beta$ .

A)[3Pt] Calcule la velocidad angular de la bolita.

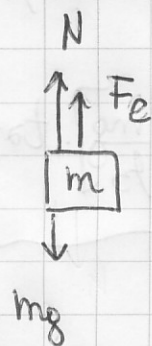
B)[2Pt] Calcule la energía mecánica total del sistema considerando el nivel cero de energía potencial gravitacional aquel que toma la bolita cuando cuelga sin moverse.

C)[1Pt] Analice e interprete su resultado en la parte (a) para el caso de un elástico muy rígido ( $k$  muy grande) y  $\beta \rightarrow \pi/2$ .



## Problema 2 (Solución)

Calculamos eq:



$$\Rightarrow N - mg + k \cdot \Delta = m \ddot{x}$$

Eq. cerca del despegue

$$(N \rightarrow 0)$$

$$(\ddot{x} = 0)$$

$$\Rightarrow \boxed{\Delta = \frac{mg}{k}}$$

Entonces:  $E_i = 0$

$$E_f = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k \Delta^2 - mg \Delta$$

$$\Rightarrow mg \Delta = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k \Delta^2$$

$$\Rightarrow v^2 = 2g\Delta - \frac{k}{m} \Delta^2 = 2g \frac{mg}{k} - \frac{k}{m} \frac{m^2 g^2}{k^2}$$

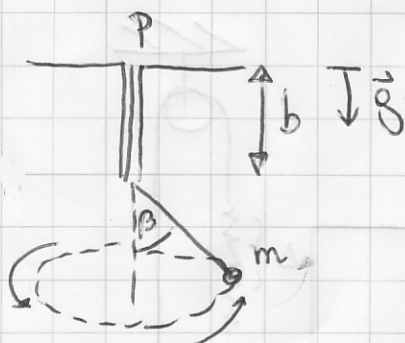
$$= 2 \frac{mg^2}{k} - \frac{mg^2}{k} = \frac{mg^2}{k}$$

$$\Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{m}{k}} g}$$

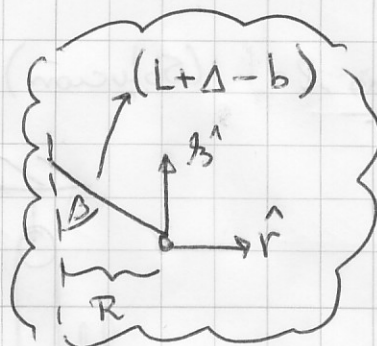
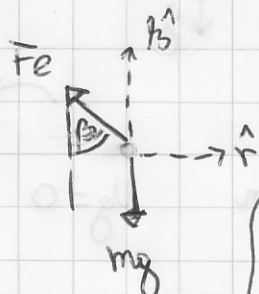
Cuando  $k \rightarrow \infty \Rightarrow \Delta \rightarrow 0$  y  $v \rightarrow 0$   
 $\Rightarrow$  el sistema permanece en reposo  
 equivale a:



### Problema 3 (solución)



Calculamos  $\Delta$  de equilibrio:



Ecuación de fuerzas:

$$\begin{matrix} \theta \\ \downarrow \end{matrix} \quad -mg + F_e \cos \beta = 0$$

$$\begin{matrix} r \\ \rightarrow \end{matrix} \quad -F_e \sin \beta = -m\omega^2 \sin \beta (L + \Delta - b)$$

$$\Rightarrow F_e \Delta = m\omega^2 (L + \Delta - b)$$

$$\Rightarrow \frac{mg}{\cos \beta} = m\omega^2 \left( L + \frac{mg}{F_e \cos \beta} - b \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega^2 = \frac{g}{[(L-b) \cos \beta + mg/F_e]}}$$

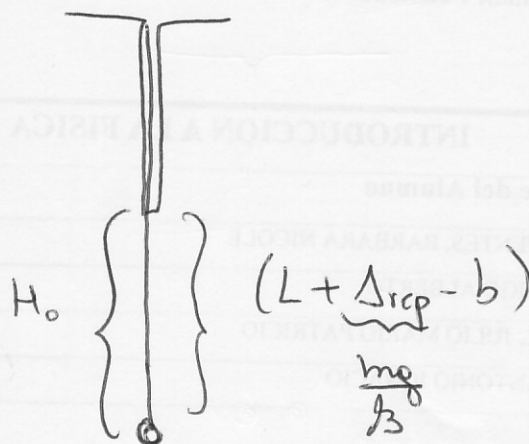
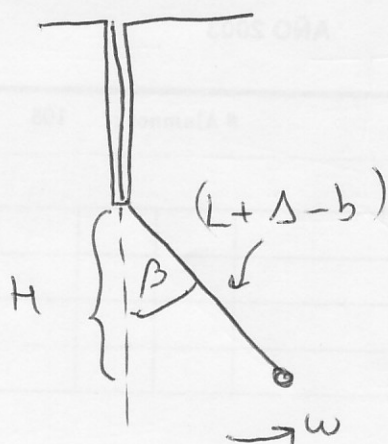
Energía:

$$\rightarrow K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 R^2 = \frac{1}{2} mg \left[ (L-b) \cos \beta + \frac{mg}{F_e} \right] \cdot \tan^2 \beta$$

$$\rightarrow U_e = \frac{1}{2} F_e \Delta^2 = \frac{1}{2} F_e \left( \frac{mg}{F_e \cos \beta} \right)^2$$

$$U_p = \frac{1}{2} m v^2 = K$$

→  $U_g$  (con respecto a la altura a la que permanece la bolita en reposo)



$$\begin{aligned}
 \Rightarrow U_g &= mg(H_0 - H) \\
 &= mg\left(L + \frac{mg}{b} - b\right) - mg\left(L + \frac{mg}{b \cos \beta} - b\right) \cos \beta \\
 &= mg(L - b) - mg(L - b) \cos \beta \\
 \Rightarrow U_g &= mg(L - b)(1 - \cos \beta) //
 \end{aligned}$$

$$\text{si } b \rightarrow \infty \Rightarrow \omega^2 \rightarrow \frac{g}{(L - b) \cos \beta}$$

$$\text{si } \beta \rightarrow \frac{\pi}{2} \text{ junto a } b \rightarrow \infty$$

$$\Rightarrow \omega^2 \rightarrow \infty$$

⇒ cuerda elástica girando a  $\omega$  infinito en posición horizontal.