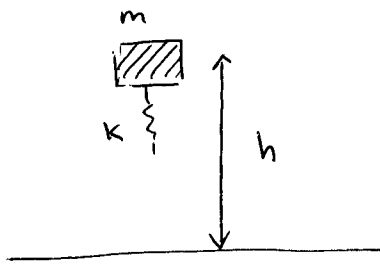
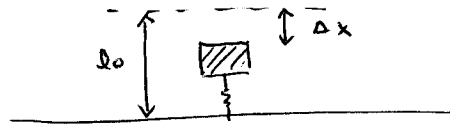


P11

(i)



antes



después

$\vec{v}_g$

$U_g = 0$

$$E_{\text{antes}} = E_{\text{después}}$$

$$mgh = mg(l_0 - \Delta x) + \frac{1}{2}k\Delta x^2$$

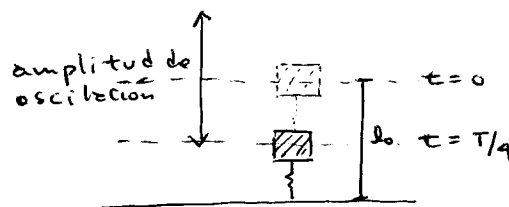
$$\frac{1}{2}k\Delta x^2 - mg\Delta x - mg(h - l_0) = 0 \quad (\Delta x > 0)$$

$$\Delta x = \frac{mg}{k} + \sqrt{\left(\frac{mg}{k}\right)^2 + 2\frac{mg}{k}(h - l_0)} \quad (*)$$

- (ii) Cuando el resorte está en contacto con el suelo, la masa experimenta un movimiento armónico simple (verificar!) cuyo período es  $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Si se considera que el peso comprime muy poco al resorte, el tiempo de contacto del resorte es aproximadamente  $T/2$

$$\Rightarrow t_{\text{contacto}} = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

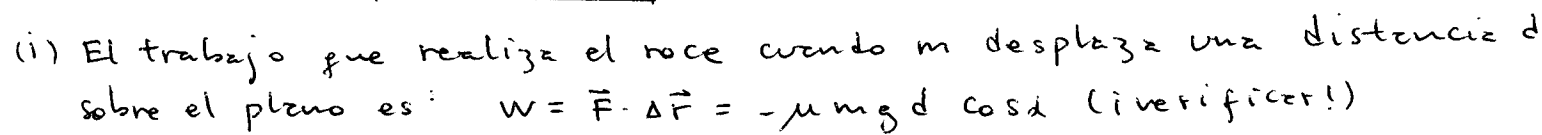


- (iii) La fuerza del sistema sobre el suelo está dada por la fuerza del resorte:  $f_k$ .

Si consideramos  $f_k$  como constante (aproximación), la fza. Promedio será la media aritmética entre  $f_{k(\text{max})}$  y  $f_{k(\text{min})}$

$$\Rightarrow \bar{f}_k = \frac{f_{k(\text{max})} + f_{k(\text{min})}}{2} = \frac{k\Delta x}{2} ; \Delta x \text{ dado por } (*)$$

y apunta hacia abajo.



⑤ → ⑥

⑥ → ⑦

Entonces,  $h_1 = d_{bc} \cdot \sin \alpha = \frac{\sin \alpha - \mu \cos \alpha}{\sin \alpha + \mu \cos \alpha} h_0 = \lambda h_0$  altura que alcanza  
m en el viaje de ida.

Viaje de vuelta  
Por simetría, el viaje de vuelta es idéntico al viaje de ida excepto por la altura inicial. Basta reemplazar  $h_0$  por  $h_1$  en la relación anterior.

Generalizando:  $h_3 = \lambda h_2 = \lambda^3 h_0$

$$h_4 = \lambda h_3 = \lambda^4 h_0$$

$$h_n = \lambda h_{n-1} = \lambda^n h_0 \quad \begin{cases} \text{si } n \text{ es impar} \rightarrow \text{viaje de ida} \\ \text{si } n \text{ es par} \rightarrow \text{viaje de vuelta} \end{cases}$$

$$\Delta h_n \equiv h_{2n} - h_{2n-2} = (\lambda^{2n} - \lambda^{2n-2}) h_0 = \boxed{\lambda^{2n-2} (\lambda^2 - 1) h_0} \quad n \geq 1$$

(ii) tiempo de ida

⑤ → ⑥

$a_{||} = g(\sin d - \mu \cos d)$  aceleración de un paralela al plano (verificar!)

$$\bullet \Delta d = v \cancel{t} + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow t_{ab} = \sqrt{\frac{2 \Delta d}{a_{||}}} = \sqrt{\frac{2 h_0}{g \sin d (\sin d - \mu \cos d)}}$$

$$\bullet v = a t \rightarrow v_b = a_{||} t_{ab} = \sqrt{\frac{2 h_0 g (\sin d - \mu \cos d)}{\sin d}}$$

⑥ → ⑦

$a_{||} = g(\sin d + \mu \cos d)$  (verificar!)

$$\bullet v = a t \rightarrow t_{bc} = \frac{v_b}{a} = \sqrt{\frac{2 h_0 (\sin d - \mu \cos d)}{g \sin d (\sin d + \mu \cos d)^2}} = \lambda \sqrt{\frac{2 h_0}{g \sin d (\sin d - \mu \cos d)}}$$

$$\text{Entonces } t_1 \equiv t_{ab} + t_{bc} = (1 + \lambda) \sqrt{\frac{2 h_0}{g \sin d (\sin d - \mu \cos d)}}$$

tiempo de vuelta

Basta reemplazar  $h_0$  por  $h_1$

$$t_2 = (1 + \lambda) \sqrt{\frac{2 h_1}{g \sin d (\sin d - \mu \cos d)}} = (1 + \lambda) \sqrt{\frac{2 \lambda h_0}{g \sin d (\sin d - \mu \cos d)}}$$

Generalizando

$$t_n = (1 + \lambda) \sqrt{\frac{2 h_{n-1}}{g \sin d (\sin d - \mu \cos d)}} = \underbrace{(1 + \lambda) \sqrt{\frac{2 h_0}{g \sin d (\sin d - \mu \cos d)}}}_{\equiv T_1} \cdot \lambda^{\frac{n-1}{2}} \quad n \geq 1$$

$$= \lambda^{\frac{n-1}{2}} \cdot T_1 \begin{cases} \text{si } n \text{ es impar} \rightarrow \text{tiempo de ida} \\ \text{si } n \text{ es par} \rightarrow \text{tiempo de vuelta} \end{cases}$$

Para determinar cuánto demora el bloque en realizar un ciclo ida-vuelta cualquiera, considero los casos  $t_{2n-1}$  y  $t_{2n}$

$$c_n \equiv t_{2n-1} + t_{2n} = (\lambda^{n-1} + \lambda^{n-1/2}) T_1 = \boxed{\lambda^{n-1} (1 + \sqrt{\lambda}) T_1} \quad n \geq 1$$

(iii) distancia de ida

(a)  $\rightarrow$  (b)

$$d_{ab} = \frac{h_0}{\sin \alpha}$$

(b)  $\rightarrow$  (c)

$$d_{bc} = \lambda \frac{h_0}{\sin \alpha} \quad (\text{de la parte i})$$

$$\Rightarrow d_1 = (1 + \lambda) \frac{h_0}{\sin \alpha}$$

distancia de vuelta

Reemplazar  $h_0$  por  $h_1$

$$d_2 = (1 + \lambda) \frac{h_1}{\sin \alpha} = (1 + \lambda) \lambda \frac{h_0}{\sin \alpha}$$

Generalizando

$$d_n = (1 + \lambda) \frac{h_0}{\sin \alpha} \lambda^{n-1} \quad n \geq 1$$

La distancia total recorrida por el bloque es:

$$d_{\text{total}} = \sum_{n=1}^{\infty} d_n = \boxed{\frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} \cdot \frac{h_0}{\sin \alpha}} \quad \left( \text{usar } \sum_{n=1}^{\infty} a^n = \frac{a}{1 - a}, \quad |a| < 1 \right)$$

(iv) El bloque demora en detenerse por completo:

$$t_{\text{total}} = \sum_{n=1}^{\infty} t_n = \boxed{\frac{1 + \lambda}{1 - \sqrt{\lambda}} \sqrt{\frac{2 h_0}{g \sin \alpha (\sin \alpha - \mu \cos \alpha)}}}$$

(v)

$$|f_{R||}| = \mu m g \cos \alpha$$

$f_3$  roce  $\parallel$  al plano

$$|P_{||}| = m g \sin \alpha = m g \cos \alpha \tan \alpha$$

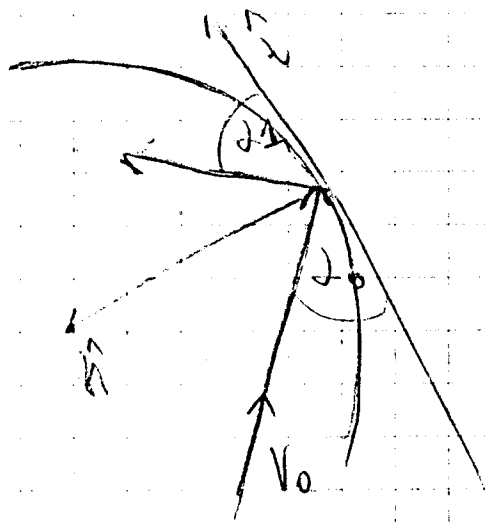
peso  $\parallel$  al plano

$$\text{si } \mu > \tan \alpha \Rightarrow |f_{R||}| > |P_{||}|$$

$\Rightarrow$  El bloque no resbala

# PRUEBA PRÁCTICA #3 / CONTROL #2 / FÍSICA

(i)



CHOQUE ELÁSTICO  $\rightarrow$  E.C.E.

Energías cinéticas = d. d. g. m. choques

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_1^2$$

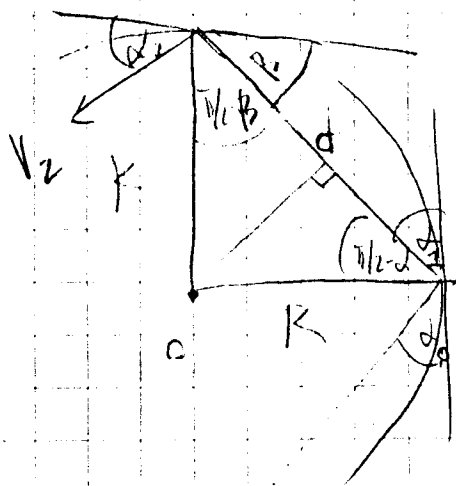
$$\rightarrow |v_0| = |v_1| \quad (1)$$

$\Rightarrow$  Momentos en dirección  $\hat{n} \Rightarrow$  P.E. C.E.  
( $\rightarrow$  choque)

PC hacia choque = PC después choque

$$m |v_0| \cos \alpha_0 = m |v_1| \cos \alpha_1 \quad (2)$$

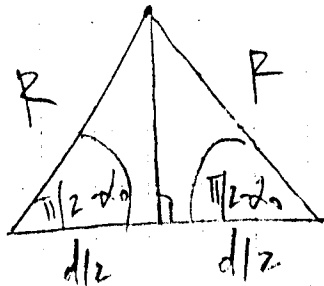
(1) y (2)  $\Rightarrow \alpha_0 = \alpha_1$



De figura + triángulos  $\Rightarrow \beta = \alpha_1 = \alpha_2$

$$\Rightarrow \boxed{\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 \dots = \alpha_0} \quad (3)$$

$$\vec{V}_i = V_0 \cos \alpha_0 \hat{t} + V_0 \sin \alpha_0 (-\hat{n}) \quad (0,5)$$



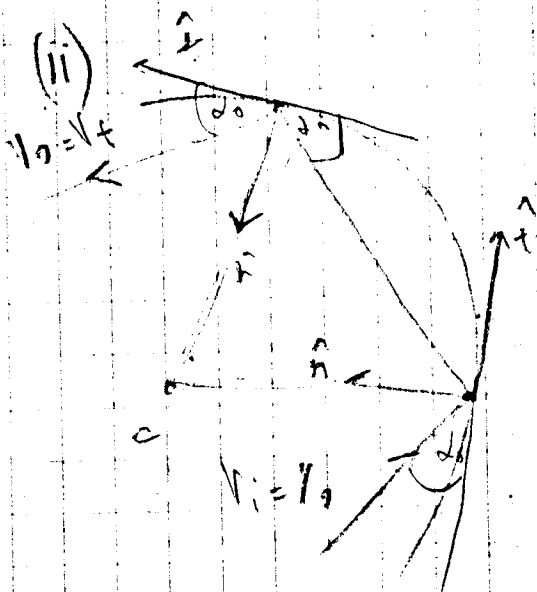
$$\cos(\pi/2 - \alpha_0) = \frac{d/2}{R}$$

$$\rightarrow d = 2R \cos(\pi/2 - \alpha_0) \cdot 2$$

$$d_i = 2R \sin \alpha_0 \quad (0,5)$$

$$V = d/t$$

$$t_i = \frac{2R \sin \alpha_0}{V_0} \quad (0,5)$$



$$\vec{v}_i = V_0 \cos \alpha_0 \hat{t} - V_0 \sin \alpha_0 \hat{n}$$

$$\vec{v}_f = V_0 \cos \alpha_f \hat{t} + V_0 \sin \alpha_f \hat{n}$$

$f$  = INSTANTES DEPRIMES DE DOIS CHOQUES SUCESSIVOS...

$$\Delta P_{\hat{t}} = P_{\hat{t}f} - P_{\hat{t}i} = 0 \quad (1,0)$$

$$\Delta P_{\hat{n}} = P_{\hat{n}f} - P_{\hat{n}i} = mV_0 \sin \alpha_f - (-mV_0 \sin \alpha_0)$$

$$\Delta P_{\hat{n}} = 2mV_0 \sin \alpha_0 \quad (1,0)$$

$$(iii) \quad F_{ext} = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

$$\rightarrow F_{ext} \hat{e} = 0$$

$$F_{ext} \hat{n} ?$$

CUANDO  $\alpha \rightarrow 0$

$$F_{ext} \hat{n} = \frac{\Delta p \hat{n}}{\Delta t} = \frac{\cancel{2m v_0 \sin \alpha} \hat{n}}{\cancel{2R \sin \alpha} \cdot \frac{v_0}{R}}$$

$$F_{ext} \hat{n} = \frac{m v_0^2}{R}$$

(20)

COMENTARIO: CUANDO  $\alpha \rightarrow 0$  TIENDE A UN MOVIMIENTO CIRCULAR; EN ESTE CASO  $\Sigma F \hat{n}$  CORRESPONDE A LA FUERZA DE LA ACCELERACIÓN CENTRÍFUGA ( $m v_0^2 / R$ ).

OBS: Se considera  $\Delta t$  como la expresión ya calculada, ya que esta, cuando  $\alpha \rightarrow 0$  representa el tiempo en contacto de la bola con la superficie.

AUX: 20M 20