UNIVERSIDAD DE CHILE
FACULTAD DE CIENCIAS FISICAS Y MAT.

CURSO : MA22A CALCULO EN VARIAS VARIABLES
PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR
FECHA: 11 / 6 / 2003 TIEMPO: 3 HORAS

# CONTROL #3

1.- Encuentre los máximos y los mínimos, si existen, para la función $f(x,y,z) = x + y + z$ en el conjunto:

$A = \{(x,y,z) \in R^3 / x^2 + y^2 \leq z \leq 1\}$ Dibuje la región

2.- Hallar la mínima y la máxima distancia entre la curva $x^2 + 2y^2 = 6$ y la recta $x + y = 5$. Ilustre gráficamente.

3.- Responda la parte a) ó b)

a) Considere la función $f : R^2 \to R$ definida por:

$$f(x,y) = \frac{x^2}{2} + y^2 + arctg(x - 2y)$$

Se desea minimizar esta función en todo su dominio. Para ello se pide:

i) Usando el método de gradiente calcule tres iteraciones a partir del punto inicial $(x_0, y_0) = (0{,}0)$ con $\lambda = 0{,}2$ fijo.
ii) ¿Es posible resolver el problema anterior analíticamente? En caso afirmativo resuélvalo y comente. En caso contrario también comente.

b) Sea $f : R^n \to R$ una función diferenciable con un punto estacionario en $x^*$ y sea $x_k$ la iteración k-ésima del método de gradiente. Demuestre que $\nabla f(x_k)$ y $\nabla f(x_{k+1})$ son ortogonales, donde $x_{k+1}$ es la iteración siguiente a $x_k$. Explique gráficamente este resultado ( $x_k$ y $x_{k+1}$ no son puntos estacionarios).

4.- Sea R la región en el plano $R^2$ limitada por las curvas

$$x^2 - y^2 = 1 \qquad x^2 - y^2 = 9 \qquad x + y = 4 \qquad x + y = 6$$

Considere el cambio de variables $u = x + y \quad v = x - y$ que transforma la región R (en el plano *xy*) en otra región T (en el plano *uv*)

a) Dibuje las regiones R y T.
b) Exprese el área de la región R como la suma de 3 integrales en las variables *x e y*, en el orden de integración *dydx*. Explicite los límites de integración.
c) Demuestre utilizando el cambio de variables que el área de la región R vale $4Ln(\frac{3}{2})$