

CURSO : MA22A-02 CALCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR

FECHA: 26 / 04 / 2002

TIEMPO: 1,5 HORAS

## EJERCICIO #2

1.-

a) Sea  $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ . Decimos que  $f$  es localmente Lipschitziana en  $A$  si

$$(\forall x \in A)(\exists M > 0)(\exists \delta > 0) / \forall y \in A \quad \|y - x\| < \delta \Rightarrow \|f(y) - f(x)\| \leq M \|y - x\|$$

Pruebe que si  $f$  es localmente Lipschitziana en  $A$ , entonces  $f$  es continua en  $A$ .

b) Sea  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  continua en  $x_0 \in \mathbb{R}^n$ . Si  $f(x_0) \neq 0$  demuestre que  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  es continua en  $x_0$ .

2.- Considere las siguientes funciones

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^4 + y^6} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$g(x, y) = \begin{cases} \frac{(xy)^2}{(xy)^2 + (x - y)^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

a) Estudie la continuidad de  $f$  y  $g$  en el origen.

b) Calcule las derivadas parciales de  $f$  y  $g$  en todo su dominio.