

CURSO : MA22A-02 CALCULO EN VARIAS VARIABLES

PROFESOR: MARCELO LESEIGNEUR

FECHA: 08 / 05 / 2001

TIEMPO: 3 HORAS

## CONTROL #2

1.- Estudiar continuidad, existencia de las derivadas parciales y direccionales, y la diferenciabilidad en el origen de las siguientes funciones (escoja 3 de las 4):

$$\text{i) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

$$\text{ii) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + xy + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

$$\text{iii) } f(x, y) = \begin{cases} xy \log(x^2 + y^2), & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

$$\text{iv) } f(x, y) = \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} \sin \frac{1}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{si } (x, y) = (0,0) \end{cases}$$

2.-

a) Sean  $F, G : R^n \rightarrow R^m$  continuas. Se define el conjunto  $B \subset R^n$  como:

$$B = \{x \in R^n / F(x) \neq G(x)\}.$$

Demuestre que el conjunto anterior es abierto.

b) Sea  $E = \mathfrak{R}[x]$  el conjunto de los polinomios con coeficientes reales y a valores en  $R$ , es decir

$$E = \{p : R \rightarrow R / p(t) = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + \dots + a_n t^n, n \in \mathbb{N}, a_0, \dots, a_n \in R\}.$$

Se define la siguiente norma en  $E$ :

$$\|p\| = \sup_{t \in [0,1]} |p(t)|$$

Demuestre que la siguiente función  $h$  no es continua en 0:

$$h : (E, \|\cdot\|) \rightarrow (R, |\cdot|) \text{ definida por } h(p) = p(2).$$

Indic. Considere  $p_n(t) = \frac{t^n}{2^n}$ . Justifique rigurosamente.

3.- a) Sea  $z: D \subset \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  una función definida por:

$z(x, y) = xy \tan(y/x)$ . Determine, para  $(x, y) \neq (0, 0)$ , en términos de  $z$ , el valor de la siguiente ecuación:  
 $x(\partial z / \partial x) + y(\partial z / \partial y)$ . Qué sucede en  $(0, 0)$ ?

b) Se define la función:

$f(x, y, z) = \left( \frac{x - y + z}{x + y - z} \right)^n$ . Determine el valor de  $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z}$ . (Lo anterior es para  $(x, y, z) \neq (0, 0, 0)$ ).

c) Se define la función  $G: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$  por  $G(x, y, z) = z \sin(y/x)$ . Si hacemos  $x = 3r^2 + 2s$ ,  $y = 4r - 2s^3$ ,  
 $z = 2r^2 - 3s^2$ , entonces  $G$  se transforma en  $\tilde{G}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ .

Encuentre  $\partial \tilde{G} / \partial r$  y  $\partial \tilde{G} / \partial s$ , evaluadas en  $r$  y  $s$  pero en función de  $x, y, z$ .