

90/1 en adelante

(anteriormente MA 220)

MA 22A CALCULO EN VARIAS VARIABLES

(9 U.D.)

Distribución horaria

4.5 hrs. clase

1.5 hrs. ejercicios

3.0 hrs. trab. personal

REQUISITOS: SM 10A/ (MA 11A, MA 12A,Autor)

OBJETIVOS:

1. Elementos de topología en \mathbb{R}^n : Reconocer normas y distancias en \mathbb{R}^n , representar gráficamente una bola abierta asociada a una métrica dada en \mathbb{R}^2 , calcular el límite de una sucesión convergente en \mathbb{R}^n , calcular el interior, la adherencia, los puntos de acumulación y la frontera de un conjunto dado en \mathbb{R}^n y reconocer abiertos y cerrados, demostrar consecuencias inmediatas de los teoremas de cerrados encajados y Bolzano-Weierstrass.
2. Cálculo Diferencial en \mathbb{R}^n : Calcular y graficar el dominio de definición de una función de dos o tres variables, reconocer discontinuidades a través del cálculo de restricciones discontinuas, demostrar continuidad de funciones de dos o tres variables, demostrar consecuencias directas del Teorema del Punto Fijo, reconocer funciones fuertemente derivables usando la definición e identificando el diferencial, calcular la derivada fuerte de funciones compuestas usando la Regla de la Cadena, reconocer funciones débilmente derivables, calcular derivadas direccionales y parciales, calcular la derivada de la inversa aplicando el Teorema de la Función Inversa, calcular derivadas implícitamente aplicando el Teorema de la Función Implícita, calcular extremos relativos irrestrictos de funciones de 2 o 3 variables, calcular extremos condicionados de funciones de varias variables aplicando multiplicadores de Lagrange.
3. Cálculo Integral en \mathbb{R}^n : Demostrar las propiedades de la integral de Riemann: linealidad, teorema del valor medio para integrales y desigualdad de Schwarz, aplicar el Teorema de Fubini al cálculo de integrales dobles y triples, aplicar la fórmula del cambio de variables para calcular integrales dobles y triples en coordenadas

polares, cilíndricas y esféricas, resolver problemas de cálculo de masas, volúmenes, áreas planas, centros de masas, momentos de inercia, probabilidades que se reduzcan, en última instancia, el cálculo de integrales en dos o tres variables, de Riemann o impropias.

PROGRAMA:

1. Elementos de Topología en \mathbb{R}^n .
 - 1.1. Distancias y normas en \mathbb{R}^n . Normas equivalentes.
 - 1.2. Bolas abiertas, bolas abiertas perforadas, bolas cerradas.
 - 1.3. Sucesiones en \mathbb{R}^n . Convergencia. Sucesiones de Cauchy.
 - 1.4. Adherencias, conjuntos cerrados, conjuntos compactos. Puntos de acumulación.
 - 1.5. Extensión a \mathbb{R}^n de los teoremas de cerrados encajados y Bolzano-Weierstrass.
 - 1.6. Interior y conjuntos abiertos. Frontera.

2. Cálculo Diferencial en \mathbb{R}^n .
 - 2.1. Funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} . Descripción, ejemplos, conjuntos de nivel y restricciones en los casos $n = 2$ y $n = 3$.
 - 2.2. Funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R}^m . Ejemplos.
 - 2.3. Límite, continuidad y continuidad uniforme de funciones de \mathbb{R}^n a \mathbb{R} .
 - 2.4. Propiedades de las funciones de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} continuas en un punto o sobre un compacto.
 - 2.5. Teorema del Punto Fijo y corolarios sobre contracciones en bolas abiertas. Aplicaciones del teorema.
 - 2.6. Derivada fuerte. Definición y propiedades relativas a continuidad necesaria, derivada de sumas, productos (multiplicación en \mathbb{R}^m o producto interno en \mathbb{R}^m) y composiciones.
 - 2.7. Derivadas direccionales débil y parciales.
 - 2.8. El problema de los incrementos finitos y sus aplicaciones.
 - 2.9. Teorema de la función implícita y de la función inversa.
 - 2.10. El Teorema de Taylor y sus aplicaciones.
 - 2.11. Valores extremos relativos de funciones de \mathbb{R}^n a \mathbb{R} .
 - 2.12. Multiplicadores de Lagrange y optimización con restricciones de igualdad.

3. Cálculo integral en \mathbb{R}^n .
 - 3.1. Convergencia uniforme de sucesiones de funciones de \mathbb{R}^n a \mathbb{R} .
 - 3.2. Funciones escalonadas de \mathbb{R}^n en \mathbb{R} .
 - 3.3. Integral de Riemann en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3 .
 - 3.4. Propiedades de la integral.
 - 3.5. Teorema de Fubini.
 - 3.6. Teorema de derivación bajo el signo integral.
 - 3.7. Coordenadas polares planas, esféricas y cilíndricas de volumen.
 - 3.8. Cambio de Variables en integrales múltiples.

- 3.9. Integrales múltiples impropias.
- 3.10. Aplicaciones varias: áreas, volúmenes, centros de masas, momentos de inercia, etc.

BIBLIOGRAFIA:

- [1] APOSTOL, T. Calculus Vol II Reverté (1967).
- [2] BUCK, C. Advanced Calculus, Mc Graw-Hill (1965).
- [3] CARTAN, H. Cálculo Diferencial. Omega (1972).
- [4] FLEMING, W. Funciones de Varias Variables, CECSA (1969).