90/1 en adelante

(anteriormente MA 220)

MA 22A CALCULO EN VARIAS VARIABLES

(9 U.D.)

Distribución horaria

4.5 hrs. clase
1.5 hrs. ejercicios
3.0 hrs. trab. personal

REQUISITOS: SM 10A/ (MA 11A, MA 12A,Autor)

OBJETIVOS:

1. Elementos de topología en $\mathbb{R}^n$: Reconocer normas y distancias en $\mathbb{R}^n$, representar gráficamente una bola abierta asociada a una métrica dada en $\mathbb{R}^2$, calcular el límite de una suceción convergente en $\mathbb{R}^n$, calcular el interior, la adherencia, los puntos de acumulación y la frontera de un conjunto dado en $\mathbb{R}^n$ y reconocer abiertos y cerrados, demostrar consecuencias inmediatas de los teoremas de cerrados encajados y Bolzano-Weierstrass.

2. Cálculo Diferencial en $\mathbb{R}^n$: Calcular y graficar el dominio de definición de una función de dos o tres variables, reconocer discontinuidades a través del cálculo de restricciones discontinuas, demostrar continuidad de funciones de dos o tres variables, demostrar consecuencias directas del Teorema del Punto Fijo, reconocer funciones fuertemente derivables usando la definición e identificando el diferencial, calcular la derivada fuerte de funciones compuestas usando la Regla de la Cadena, reconocer funciones débilmente derivables, calcular derivadas direccionales y parciales, calcular la derivada de la inversa aplicando el Teorema de la Función Inversa, calcular derivadas implícitamente aplicando el Teorema de la Función Implícita, calcular extremos relativos irrestrictos de funciones de 2 o 3 variables, calcular extremos condicionados de funciones de varias variables aplicando multiplicadores de Lagrange.

3. Cálculo Integral en $\mathbb{R}^n$: Demostrar las propiedades de la integral de Riemann: linealidad, teorema del valor medio para integrales y desigualdad de Schwarz, aplicar el Teorema de Fubini al cálculoo de integrales dobles y triples, aplicar la fórmula del cambio de variables para calcular integrales dobles y triples en coordenadas

polares,cilíndricas y esféricas, resolver problemas de cálculo de masas, volúmenes, áreas planas, centros de masas, momentos de inercia, probabilidades que se reduzcan, en última instancia, el cálculo de integrales en dos o tres variables, de Riemann o impropias.

PROGRAMA:

1. Elementos de Topología en $I\!R^n$.
   - 1.1. Distancias y normas en $I\!R^n$. Normas equivalentes.
   - 1.2. Bolas abiertas, bolas abiertas perforadas, bolas cerradas.
   - 1.3. Sucesiones en $I\!R^n$. Convergencia. Sucesiones de Cauchy.
   - 1.4. Adherencias, conjuntos cerrados, conjuntos compactos. Puntos de acumulación.
   - 1.5. Extensión a $I\!R^n$ de los teoremas de cerrados encajados y Bolzano-Weierstrass.
   - 1.6. Interior y conjuntos abiertos. Frontera.

2. Cálculo Diferencial en $I\!R^n$.
   - 2.1. Funciones de $I\!R^n$ en $I\!R$. Descripción, ejemplos, conjuntos de nivel y restricciones en los casos $n = 2yn = 3$.
   - 2.2. Funciones de $I\!R^n$ en $I\!R^m$. Ejemplos.
   - 2.3. Límite, continuidad y continuidad uniforme de funciones de $I\!R^n$ a $I\!R$.
   - 2.4. Propiedades de las funciones de $I\!R^n$ en $I\!R$ continuas en un punto o sobre un compacto.
   - 2.5. Teorema del Punto Fijo y corolarios sobre contracciones en bolas abiertas. Aplicaciones del teorema.
   - 2.6. Derivada fuerte. Definición y propiedades relativas a continuidad necesaria, derivada de sumas, productos (multiplicación en $I\!R^m$ o producto interno en $I\!R^m$) y composiciones.
   - 2.7. Derivadas direccionales débil y parciales.
   - 2.8. El problema de los incrementos finitos y sus aplicaciones.
   - 2.9. Teorema de la función implícita y de la función inversa.
   - 2.10. El Teorema de Taylor y sus aplicaciones.
   - 2.11. Valores extremos relativos de funciones de $I\!R^n$ a $I\!R$.
   - 2.12. Multiplicadores de Lagrange y optimización con restricciones de igualdad.

3. Cálculo integral en $I\!R^n$.
   - 3.1. Convergencia uniforme de sucesiones de funciones de $I\!R^n$ a $I\!R$.
   - 3.2. Funciones escalonadas de $I\!R^n$ en $I\!R$.
   - 3.3. Integral de Riemann en $I\!R^2$ y $I\!R^3$.
   - 3.4. Propiedades de la integral.
   - 3.5. Teorema de Fubini.
   - 3.6. Teorema de derivación bajo el signo integral.
   - 3.7. Coordenadas polares planas, esféricas y cilíndricas de volumen.
   - 3.8. Cambio de Variables en integrales múltiples.

3.9. Integrales múltiples impropias.

3.10. Aplicaciones varias: áreas, volúmenes, centros de masas, momentos de inercia, etc.

BIBLIOGRAFIA:

[1] APOSTOL, T. Calculus Vol II Reverté (1967).

[2] BUCK, C. Advanced Calculus, Mc Graw-Hill (1965).

[3] CARTAN, H. Cálculo Diferencial. Omega (1972).

[4] FLEMING, W. Funciones de Varias Variables, CECSA (1969).