**Guía de ejercicios 2- Lógica y conjuntos**

1. **Simplifique las siguientes proposiciones.** **Recuerde ubicar la ley que utiliza**
2. **(q → ~p)→ [( p ^ q)→( p →q)]**

(q → ~p)→ [( p ^ q)→( ~p v q)] - Implicancia

(~q v ~p)→ [( p ^ q)→( ~p v q)] – Implicancia

(~q v ~p)→ [ ~( p ^ q) v ( ~p v q)] – Implicancia

~(~q v ~ p) v [ ~( p ^ q)v( ~p v q)] – Implicancia

(q ^ p) v [ (~p v ~q) v ( ~p v q)] – De Morgan

(q ^ p) v (~p v ~q) v ( ~p v q) – Quité el paréntesis

(q ^ p) v ~(q ^ p) v ( ~p v q) - Quité un De Morgan

VERDADERO v (~p v q) - por ley de identidad

=V

1. **[(p→ p) ∨ q] ∧ [~q ∨ (r ∧ q)] ∧ [p → (p ∨ ~q)]**

[(~p ∨ p) ∨ q] ∧ [~q ∨ (r ∧ q)] ∧ [~p ∨ (p ∨ ~q)] Condicional

[(~p ∨ p) ∨ q] ∧ [~q ∨ (r ∧ q)] ∧ [(~p ∨ p) ∨ ~q] Asociativa

(V ∨ q) ∧ [~q ∨ (r ∧ q)] ∧ (V ∨ ~q) Forma Normal (ley de identidad)

V ∧ [~q ∨ (r ∧ q)] ∧ V Forma normal/ley de identidad

V ∧ V ∧ [~q ∨ (r ∧ q)] Asociativa

V ∧ [~q ∨ (r ∧ q)] Forma normal/ley de identidad

~q ∨ (r ∧ q) Distributiva

(~q ∨ r) ∧ (~q ∨ q) Elemento neutro

(~q ∨ r) ∧ V Forma normal/ley de identidad

~q ∨ r

1. **[~(p ∨ q) ∨ (~p ∧ q)] → (~p ∧ q)**

[~(p ∨ q) ∨ (~p ∧ q)] → (~p ∧ q) Ley de Morgan

[(~p ∧ ~q) ∨ (~p ∧ q)] → (~p ∧ q) Distributiva

[~p ∧ (~q ∨ q)] → (~p ∧ q) Complemento

(~p ∧ V) → (~p ∧ q) Forma Normal

~p → (~p ∧ q) Condicional

~ (~p) ∨ (~p ∧ q) Doble negación

p ∨ (~p ∧ q) Distributiva

(p ∨ ~p) ∧ (p ∨ q) Complemento

V ∧ (p ∨ q) Forma Normal

p ∨ q

1. **[(p**🡪**~q)** 🡪 **~p ]** 🡪 **q**

[(p🡪 ~q) 🡪 ~p ] --< q Condicional

~ [~ (~p v ~q) v ~p ] v q Morgan

[~~ (~p v ~q) ˄ ~~p ] v q Doble negación

[ (~p v ~q) ˄ p ] v q Conmutativa

[ p ˄ (~p v ~q) ] v q Distributiva

[ (p ˄ ~p ) v (p ˄ ~q) ] v q Complemento

[ F v (p ˄ ~q) ] v q Forma Normal

(p ˄ ~q) v q Conmutativa

q v (p ˄ ~q) Distributiva

(q v p) ˄ (q v ~q) Complemento

(q v p) ˄ V Forma Normal

(q v p)

1. **[(p ˄ q) 🡪 ~r] v [p 🡪 (q🡪 ~r)]**

[(p ˄ q) 🡪 ~r] v [p 🡪 (q🡪 ~r)] Condicional

[~ (p ˄ q) v ~r] v [~p v (~q v ~r)] Morgan

[(~p v ~q) v ~r] v [~p v (~q v ~r)] Elimino signos de agrupación

~p v ~q v ~r v ~p v ~q v ~r Asociación

(~p v ~p) v (~q v ~q) v (~r v ~r) Idempotencia

~p v ~q v ~r Morgan

~ (p ˄ q ˄ r)

1. En una escuela secundaria se tienen los siguientes datos de 2500 estudiantes: a 750 les gusta Español; a 1200 les gusta Biología; a 1350 les gusta Ciencias Sociales; a 250 les gustan Español y Biología; a 550 les gustan Biología y Ciencias Sociales; a 300 les gustan Ciencias Sociales y Español; a 100 les gustan Español, Biología y Ciencias Sociales. Indique a cuántos de estos estudiantes les gusta:

a) sólo una de estas materias

b) exactamente dos de estas tres materias

c) ninguna de las tres materias

d) al menos una materia

e) cuando mucho dos de estas tres materias

**a) sólo una de estas materias = a + c +g = 1400**

**b) exactamente dos de estas tres materias = 800**

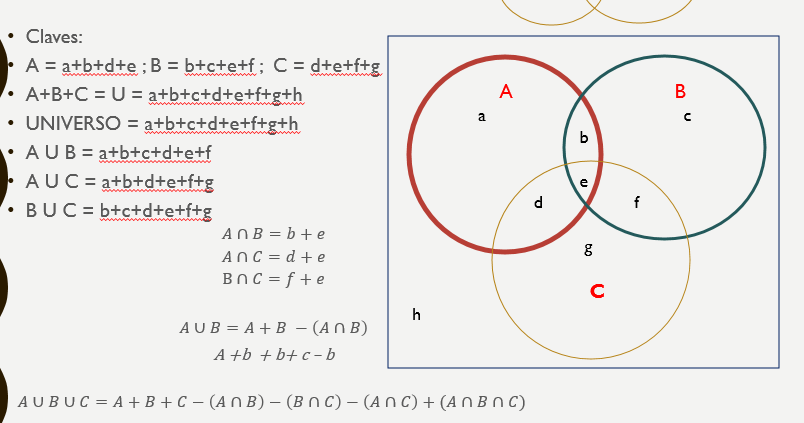
**c) ninguna de las tres materias =200**

d**) al menos una materia = 2300**

**e) cuando mucho dos de estas tres materias = Universo – e = 2400 o 2300 – e = 2200**

**El resultado de la e depende de la interpretación del ejercicio, porque puede ser la totalidad de alumnos menos los que les gustan todas.**

Universo: 2500

ESPAÑOL: A = a + b + d + e = 750

BIOLOGÍA: B = b+ c + e +f = 1200

CIENCIAS: C = d+e+f+g =1350

A Ω B = 250 = b+e

B Ω C =550 = f+e

A Ω C=300= d+e

A Ω B Ω C = 100 = e

A U B U C = 750 + 1200 + 1350 – 250- 550-300 +100 = 2300

UNIVERSO = A U B U C + (A U B U C) c, SIENDO (A U B U C)c igual al h de nuestro esquema.

2500= 2300 + h - > h = 200

Calculamos b, d y f, en función de e

250 = b+100 -> b = 150

550 = f+100= -> f = 450

300= d+100 -> = d = 200

b + d +f = 800 //

a + 150 + 200 + 100 = 750 -> a = 300

150+ c + 100 + 450= 1200 -> c = 500

200+100+450+g =1350 -> g = 600

1. En una encuesta sobre consumo de bebidas, se obtuvieron los siguientes datos:

• 67% beben A o B, y 13% beben ambas.

• 59% beben B o C y 11% beben ambas.

• 75% beben A o C y 15% beben ambas.

• 16% no consume ninguna bebida.

a) Calcular el porcentaje que consume sólo una bebida. (a+b+c)

b) Determine el porcentaje que beben las tres bebidas. (w) = 3%

Gráficamente:

U=100%

A B

**x**

**b**

**a**

**w**

**y**

**z**

**c**

C

* a + b + x + y + z +w=67%
* x + w=13%
* b + c + x + y + z + w=59%
* w + z=11%
* a + c + y + w + x + z=75%
* w + y=15%
* 16% fuera de los conjuntos
* Total, sería 84% que consume bebida.

a + b + y + z + x + w) =67% b + c + x + y + z + w= 59%

a + b + y + z + 13% =67% b + c + x + y + 11%= 59%

a + b + y + z =67%-13% b + c + x + y = 59-11%

a + b + y + z = 54% b + c + x + y = 48%

a + c + y + w + x + z=75%

a + c + 15 + x + z =75%

a + c + x + z =75-15%

a + c + x + z =60%

Mezclamos las 3 ecuaciones:

a + b + y + z = 54%

b + c + x + y = 48%

a + c + x + z =60%

2 (a + b + c + x + y + z) = 162%

a + b + c + x + y + z =162/2

a + b + c + x + y + z =81%

Sumamos las que tengan w

x + w=13%

w + z=11% 3w + x + y + z = 39%

w + y=15%

Ahora utilizamos la suma de todo que sea igual a 100% para encontrar el valor de w

a + b + c + x + y + z + w + 16% = 100%

a + b + c + x + y + z + w = 84%

81 + w = 84 – 81

w = 3%

Para responder la pregunta a) reemplazamos y luego mezclamos:

3w + x + y + z = 39%

3\*3 + x + y + z = 39%

x + y + z =30%

a + b + c + x + y + z =81%

a + b + c + 30%=81%

a + b + c =51%

1. La secretaría de educación municipal requiere la provisión de 29 cargos docentes en las siguientes áreas: 13 profesores en matemáticas, 13 profesores en física y 15 en sistemas. Para el cubrimiento de los cargos se requiere que: 6 dicten matemáticas y física, 4 dicten física y sistemas y 5 profesores dicten matemáticas y sistemas.

Determinar:

1. ¿Cuántos profesores se requiere que dicten las 3 áreas?
2. ¿Cuántos profesores se requiere para dictar matemática únicamente?
3. ¿Cuántos profesores se requiere para dictar matemáticas y sistemas, pero no física?

U=29

**6-x**

M=13 F=13

**Z**

**Y**

**X**

**5**

**4**

**6**

**4-x**

**5-x**

**W**

S=15

13= y+6-x+x+5-x 13=z+6-x+x+4-x 15=w+5-x+x+4-x

13=y-11-x 13=z+10-x 15=w+9-x

13-11+x=y 13-10+x=z 15-9+x=w

2+x=y 3+x=z 6+x=w

29=x+y+w+z+6-x+5-x+4-x

29= (2+x) + (6+x) + (3+x) -2x +15

29= 26 +x

29-26=x

3=x

Respuestas:

1. ¿Cuántos profesores se requiere que dicten las 3 áreas?

(Valor de x) Se requieren de 3 profesores que dicten las 3 áreas

1. ¿Cuántos profesores se requiere para dictar matemática únicamente?

(Sólo matemática=Y) 2+x=y 🡪 2+3=y y=5

Se requieren de 5 profesores que dicten solamente matemática

1. ¿Cuántos profesores se requiere para dictar matemáticas y sistemas, pero no física?

(intersección 5-x) =5-3=2. Se requieren de 2 profesores para dictar matemática y sistema, pero no física.

1. Calcular y simplificar (si es posible) cada una de las siguientes expresiones:
2. **(Ac ᵕ B) ᵔ (A ᵕ B)**

ley de conmutatividad

(B ᵕ Ac) ᵔ (B ᵕ A)

Se repite B 🡪 Ley distributiva

B ᵕ (Ac ᵔA)

Un complemento de cualquier conjunto intersectado con el conjunto original🡪 conjunto vacío:

B ᵕ ø = B

1. **A ᵕ (A ᵔ B) ᵕ (Ac ᵕ Bc)**

Recordar: (Ac ᵕ Bc) = (A ᵔ B) c:

A ᵕ (A ᵔ B) ᵕ (A ᵔ B)c

Aplicamos asociatividad

A ᵕ [(A ᵔ B) ᵕ (A ᵔ B)c ]

La unión entre un conjunto y su complemento es el Universo:

A ᵕ U = U

1. **(Aᵕ Bc) ᵔ (A ᵕ C)**

Se repite A, aplicamos distributiva

A ᵕ (Bc ᵔ C)