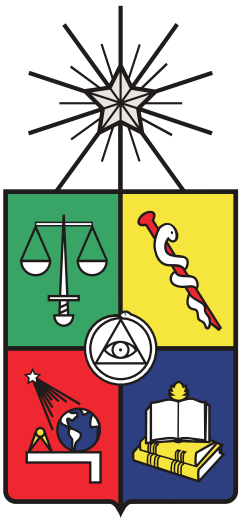
Apunte:
Introducción a la Microeconomía



Autor: Christian Belmar, Académico-Docente;
Ayudantes de investigación:
Diego Menares, Matías Philipp
Ayudantes:

14 de marzo de 2023

ÍNDICE GENERAL

1. Fundamentos de economía **5**

1.1. Introducción 5

1.2. Los modelos 7

1.2.1. El modelo económico 7

1.2.2. Los supuestos 8

1.2.3. Las variables endógenas y exógenas 8

1.3. Modelo de oferta y demanda 9

1.3.1. La demanda 10

1.3.2. La oferta 12

1.3.3. El equilibrio de mercado 13

1.3.4. Dinámica de ajuste 17

1.4. Análisis de bienestar 20

1.5. Aplicación: Políticas públicas 22

1.5.1. Impuestos 22

1.5.1.1. Impuesto a la Demanda 23

1.5.1.2. Impuesto a la oferta 26

1.5.1.3. Conclusiones y concepto de elasticidad Precio 27

1.5.2. Subsidios 31

1.5.2.1. Subsidio a la demanda 31

1.5.2.2. Subsidio a la oferta 34

1.5.3. Comercio internacional 35

1.5.3.1. Aranceles 39

1.5.3.2. Cuotas 41
1.6. Externalidades 43
1.6.1. Impuestos y subsidios pigouvianos 46
1.6.2. Teorema de Coase 48
1.7. Tipos de bienes 50
1.8. Ejercicios resueltos 52

2. La teoría del consumidor 53
2.1. Introducción 53
2.2. Modelo de Elección del Consumidor 53
2.2.1. Supuestos de MEC 53
2.2.2. Restricción presupuestaria 54
2.2.2.1. Estática comparativa 56
2.2.3. Curvas de indiferencia 59
2.2.4. Función de utilidad 67
2.2.4.1. La tasa marginal de sustitución del consumo (TMS o RMS) 69
2.3. La condición de optimalidad 70
2.3.1. El consumo optimo gráficamente 71
2.3.2. El consumo optimo matemáticamente 74
2.3.3. La condición de optimalidad en diferentes escenarios . 76
2.3.3.1. Optimo en bienes complementos perfectos . . 76
2.3.3.2. Optimo en bienes sustitutos perfectos 78
2.4. Efecto ingreso y efecto sustitución 79
2.5. Determinando la curva de demanda 84
2.5.1. Demanda Marshaliana 85
2.5.2. Demanda Hicksiana 86
2.5.3. La demanda agregada 87
2.6. Modelo de consumo intertemporal 89
2.6.1. Supuestos del MCI 89
2.6.2. Restricción presupuestaria intertemporal 90
2.6.2.1. Estática comparativa 93
2.6.3. Elección intertemporal 95
2.7. Modelo de Ocio Consumo 99
2.7.1. Supuestos del MOC 99
2.7.2. Restricción presupuestaria 100
2.7.2.1. Estática comparativa 102
2.7.3. Elección de Ocio y Consumo 105

2.7.4. Oferta de trabajo 108
2.8. Ejercicios resueltos 110
2.8.1. Comentes Resueltos 110
2.8.2. Matemáticos Resueltos 135

3. La teoría del productor **167**
3.1. Introducción 167
3.2. Teoría de Producción 167
3.2.1. Supuestos de la Función de Producción 169
3.2.2. Producto Marginal 170
3.2.2.1. Ley de Rendimientos Marginales Decrecientes 170
3.2.3. Producto Medio 172
3.2.4. Elasticidad Producto Factor 174
3.2.5. Isocuanta 174
3.2.6. Elasticidad de Sustitución 175
3.2.7. Rendimientos a Escala 177
3.2.8. Temporalidad en Economía 178
3.3. Función de Costos 179
3.3.1. Costo Marginal 179
3.3.2. Costo Medio Total y Costo Medio Variable 181
3.3.3. Función de Costos de Corto y Largo Plazo 183
3.4. Maximización de Beneficios 186
3.5. Competencia Perfecta 190
3.5.1. Competencia Perfecta: Supuestos 190
3.5.2. Maximización de Beneficios 191
3.5.3. Decisiones de Cierre y Curva de Oferta 194
3.5.4. Oferta de Mercado de Largo Plazo 199
3.6. La cantidad optima de factor 204
3.7. Ejercicios Resueltos 205
3.7.1. Comentes resueltos 205
3.7.2. Matemáticos resueltos 220

4. El mercado de factores **231**
4.1. Introducción 231
4.2. Ejercicios resueltos 231
4.2.1. Comentes resueltos 231
4.2.2. Matemáticos resueltos 233

5. Competencia imperfecta **236**
5.1. Introducción 236
5.2. El monopolio 237
5.2.1. El monopolio: Supuestos 237
5.2.2. Maximización de beneficios 237
5.2.3. Pérdida de Eficiencia Económica en Monopolios 240
5.3. Monopolio discriminador 241
5.3.1. Monopolio discriminador: Supuestos 242
5.3.2. Discriminación de primer grado 242
5.3.3. Discriminación de tercer grado 243
5.3.4. Discriminación de segundo grado 246
5.4. Teoría de juegos 246
5.4.1. Equilibrio de Nash 249
5.4.2. Juegos consecutivos 252
5.5. Competencia a la Cournot 256
5.5.1. El modelo 256
5.6. Competencia a la Stackelberg 260
5.6.1. El modelo 261
5.7. Competencia a la Bertrand 264
5.7.1. El modelo 264
5.8. Comparaciones y conclusiones 266
5.9. Ejercicios resueltos 268
5.9.1. Comentes resueltos 268
5.9.2. Matemáticos resueltos 274

CAPÍTULO 1

FUNDAMENTOS DE ECONOMÍA

1.1 Introducción

Cuando iniciamos el estudio de la economía, los primero que se nos enseña es su definición, en términos de abordar el problema de escasez, es decir, recursos limitados frente a necesidades múltiples. Sin perjuicio de lo anterior, debemos recordar que es una ciencia social, esto implica que debemos comprender el tipo de comportamiento al cual centraremos el estudio. Una pregunta válida a la reflexión, es qué.

La economía es una ciencia social que estudia la distribución de recursos escasos frente a necesidades múltiples. El cómo hacer esta distribución es la base del problema económico, donde preguntas como ¿Cuál es el uso más eficiente de este recurso? , ¿Cuál es el uso alternativo de este recurso? o ¿Con cuántos recursos contamos? serán preguntas recurrentes durante el transcurso del ramo.

Para poder resolver el problema económico, debemos generar un modelo económico, que es un planteamiento que resulte ser lo más objetivo y claro posible, sin tener presencia de arbitrariedades que puedan afectar el entendimiento del problema o su solución.

Es por lo anterior que, para resolver el problema económico, se utilizan las herramientas que nos presenta el análisis matemático. De esto, se puede concluir la economía está estrechamente ligada a la matemática, y por lo tanto, mientras mejor sea nuestro entendimiento de la matemática, mejor será nuestro entendimiento de algunas problemáticas de la economía.

Ahora bien, estos modelos pueden tener distintos perspectivas según las temáticas que aborden. Desde el punto de vista del análisis económico existen dos grandes perspectivas tradicionales: la **microeconomía** y la **macroeconomía**. La microeconomía es una rama de la economía que estudia las interacciones que se dan entre los agentes de forma individual, centrándose en qué aspectos determinan el comportamiento de estos. Sus principales estudios son la teoría del consumidor y la teoría de la firma. Por otro lado, la macroeconomía estudia las interacciones de los agentes a nivel agregado, centrándose en analizar las tendencias y posibles intervenciones. Sus principales estudios son los efectos de la política fiscal y la política monetaria. Finalmente podríamos adicionar una tercera rama, la **econometría**, que es una rama de la economía que se dedica a estudiar las relaciones estadísticas que existen entre los modelos comprobando o refutando las conclusiones de estos.

Con respecto a los contenidos de este apunte, en una primera parte trataremos modelos que son más bien generales a ambas ramas principales, y en una segunda parte estudiaremos los modelos microeconómicos más clásicos.

La economía tiene dos enfoques. Uno se dedica a analizar los ámbitos de la economía desde un punto de vista meramente analítico, es decir, sólo se preocupa de estudiar los fenómenos económicos, viendo cuales son los factores que intervienen en estos y como se generan. Este análisis de la economía está dentro de lo que se denomina la **economía positiva**, y se destaca por ser un análisis bastante formal y objetivo, y es el que desarrolla la teoría económica.

Por otro lado, podríamos preocuparnos de analizar si es correcto o no que ocurra ese fenómeno económico, como lo podríamos evitar, que tipo de políticas públicas se pueden hacer para corregir esto, cuál es la mejor forma de afrontar este problema, entre muchas otras preguntas. Este análisis de la economía está dentro de lo que se denomina la **economía normativa**, y se

destacar por ser un análisis bastante más informal y subjetivo, y es el que desarrolla la política económica y las políticas públicas.

Particularmente, en este apunte y el ramo, estudiaremos principalmente un análisis positivo de la economía, dado que es el que nos entregará los conocimientos, la formación y las herramientas necesarias para poder hacer, en otros cursos superiores, un muy buen debate normativo de las distintas políticas económicas que se pueden aplicar en distintos contextos.

1.2 Los modelos

En la introducción hablamos con mucha naturalidad acerca de la importancia de los modelos en la ciencia económica, pero se nos viene a la mente ¿qué es un modelo?. Un modelo es una expresión conceptual que permite representar la realidad, son frecuentes en las ciencias físicas y desde allí emigró el concepto a la economía[1] . En este punto no hay que confundir el representar la realidad con explicar o mostrar la realidad, para diferenciar esto veamos un ejemplo. Si nosotros diseñamos un mapa de las calles (vistas desde arriba) para caminar desde la Facultad hasta el metro Baquedano, vemos que ese mapa no nos dice exactamente cómo es la realidad, es decir, no la explica o no la muestra, pero de todas formas siguiendo este mapa podremos ir al metro, por lo tanto, este mapa nos sirve para cumplir nuestro objetivo, esto dado que es una representación de la realidad.

Además de poder resolver la problemática implícita en una situación, un buen modelo debería explicar situaciones *ex post* (es decir, ser capaz de explicar situaciones que ya ocurrieron) y predecir situaciones *ex ante* (es decir, ser capaz de pronosticar situaciones que aún no ocurren) ante cambios en las variables que son consideras en el modelo.

1.2.1 El modelo económico

Ya teniendo en cuenta el concepto de modelo, es válido que nos preguntemos ¿Qué es un modelo económico?. Aunque suene evidente, el modelo

[1]De hecho, muchos de los primeros economistas estaban influidos por el estudio de la física, lo que provocó que se usaran conceptos físicos en la economía, siendo el más clásico, cuando se habla de las fuerzas de mercado.

económico es aquel que resuelve la problemática económica. Ejemplos de modelos económicos pueden ser el modelo clásico de oferta y demanda, el modelo clásico de teoría del consumidor y el modelo clásico de teoría del productor. Ejemplos de problemáticas económicas son ¿Qué ocurre con el precio de un helado si entramos en verano?, ¿Si no me gustó la película en el cine, me voy sin más? y ¿A que estoy renunciando mientras leo este apunte?.

1.2.2 Los supuestos

Dado que la realidad es compleja, y los seres humanos lo somos aún más, es difícil pensar en un modelo que sea capaz de representar perfectamente a cada uno de los seres de la economía, por esto es que, para poder reducir esta complejidad, se hacen supuestos sobre hechos o situaciones que simplifiquen la problemática, o que faciliten la matemática asociada.

Los supuestos son algo común en la economía y hay supuestos clásicos, como el de suponer que los individuos de la economía son racionales, maximizan su beneficio en las diversas situaciones, lo cual, no deja de ser un supuesto bastante fuerte.

Al momento de abordar los modelos económicos, nos deberíamos detener siempre en analizar sus supuestos, a veces estos son tan solo simplificadores, nos hacen menos tediosa el álgebra, pero otra veces un modelo puedo caerse completamente por asumir supuestos demasiados rígidos o poco realistas, que generan conclusiones erróneas. Es posible también a veces observar desde los supuestos cierta tendencia ideológica o el predominio de una escuela económica que es interesante siempre tener presente.

1.2.3 Las variables endógenas y exógenas

Los modelos, como ya lo hemos hablado, pretenden representar o resolver una cierta problemática sobre una variable en particular, por ejemplo podemos generar un modelo para ver cuántas unidades de un cierto bien estaría dispuesto a comprar una persona dado un precio cualquiera, siendo en este caso la variable que pretendemos representar la cantidad. A este tipo de variables que pretendemos representar se les denomina **variables endógenas**, es decir, son las que se calculan en el modelo.

Pero para poder estimar nuestra variable endógena, necesitamos tenerla

en función de otras variables que consideramos relevantes para poder explicarla, están variables son consideradas dadas y se utilizan directamente en el cálculo de la variable endógena. Estas variables se denominan **variables exógenas**, es decir, son las que son externas al modelo.

Matemáticamente, la variable endógena se expresa como función de las variables exógenas que sean consideradas. En nuestro ejemplo anterior, si creemos que la cantidad a comprar de un bien (denominémosla Q) depende del precio de ese mismo bien (denominémoslo P), esto puede ser expresado como:

$$Q = f(P) \tag{1.2.3.1}$$

Claramente este es un modelo simple para estimar la demanda de un bien, al cual podemos incluir otras variables exógenas como el precio de otros bienes relacionados (denominémoslo P_r) y el nivel de ingreso del individuo (denominémoslo I). Si agregamos estas variables a nuestro modelo, nuestra ecuación queda expresada como:

$$Q = f(P, P_r, I) \tag{1.2.3.2}$$

Es útil para distinguir las variables exógenas y endógenas en términos conceptuales, pensar que dentro de los modelos, las variables que se tratan de explicar, y por tanto para las cuales entregan un resultado son las variables endógenas del modelo, mientras que, las variables que asumimos como dadas, y para las cuales tenemos un valor conocido son las variables exógenas.

Es importante notar también que la expresión de arriba no nos permite poder calcular la cantidad, dado que solo nos dice respecto a cierto grado de relación de las variables. Para poder calcularla necesitamos expresar la forma funcional (entregar cierta relación matemática concreta), tópico que veremos cuando estudiemos el Modelo de Oferta y Demanda.

1.3 Modelo de oferta y demanda

Siguiendo en nuestro análisis de modelos económicos, vamos a ver un tercer modelo que es habitualmente conocido como Modelo de Oferta y Demanda. La gran característica de este modelo es que dada cierta información, nos permitirá saber cuál será el total de unidades transadas de un bien y a qué precio se transarán en un determinado mercado. Este modelo considera

dos agentes, uno que compra o demanda el bien, y otro que ofrece u oferta el bien. A continuación veremos en detalle cada uno de los términos:

1.3.1 La demanda

Entenderemos económicamente la demanda como la máxima disposición a pagar de un individuo por un determinado bien. Ahora bien, esta demanda de un bien cualquiera (Digamos Q) puede estar fundamentada por distintas condiciones, como el **precio del bien** (P_q), el **precio de un bien sustituto**[2] (P_s), **el precio de un bien complementario**[3] (P_c), **los gustos** o preferencias (G) o **el ingreso** (Y) que tienen, entre otras.

Por otro lado, podemos enfocarnos en analizar solamente como varía la demanda de un bien por cambios de su precio **ceteris paribus**[4] . La curva que muestra esta relación se denomina **curva de demanda**, cuya forma es:

[2]Un bien sustituto es aquel bien que un individuo considera que reemplaza a otro bien. Por ejemplo, la mantequilla y la margarina pueden ser sustitutos.

[3]Un bien complementario es aquel bien que un individuo considera que complementa a otro bien. Por ejemplo, el pan y la mantequilla.

[4]Ceteris Paribus es una locución latina muy utilizada en economía que significa *todo lo demás constante* aludiendo al resto de las variables exógenas. En el caso de la curva de demanda las variables que quedan constante son, por ejemplo, los precios de los sustitutos, los precios de los complementos, el ingreso y las preferencias.

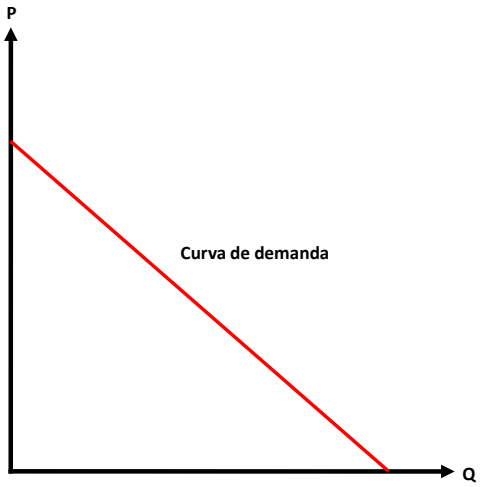


Figura 1.1: Curva de demanda

¿Por qué la curva de demanda tiene pendiente negativa?. Como explicamos anteriormente, la demanda muestra la máxima disposición a pagar por un determinado bien, es decir, la valoración que tiene para el individuo el bien que está adquiriendo. Ahora bien, podemos ver que esta valoración cae a medida que aumentamos **marginalmente**[5] nuestra cantidad del bien. Esta relación negativa entre precio y cantidad en la demanda se conoce como Ley de Demanda y nos dice que *manteniéndose todo lo demás constante, a mayor precio se demandará una menor cantidad de producto, es decir la relación es inversa.*

Una forma de ver esto, es pensar que estamos en el centro de Santiago y tenemos mucha sed. Seguramente nuestra valoración por la primera botella de bebida es bastante grande (por ejemplo, pagaríamos hasta $1.500 por una botella), mientras que por la segunda es un poco más moderada (por ejemplo $1.000), y finalmente por la tercera unidad ya pagaríamos mucho menos (por ejemplo $500).

[5]Es decir, aumentamos en una unidad.

De esta forma, si graficamos el análisis anterior veremos que la demanda de bebidas tendrá una demanda con pendiente negativa. El mismo análisis se puede hacer para todos los otros bienes, donde la pendiente puede ser más o menos empinada.

1.3.2 La oferta

Entenderemos económicamente la oferta como la mínima disposición a cobrar de una firma por un determinado bien. Ahora bien, esta oferta de un bien cualquiera (digamos Q) puede estar fundamentada por distintas condiciones, como el **precio del bien** (P_Q), el **precio del capital** (r), el **precio del trabajo** (w), la **función de producción** ($f(k,l)$), entre otras.

De esta forma, diremos que la **función de oferta** de un bien, es aquella función que relaciona la cantidad demandada de un bien, en función de todas las variables que influyen en la decisión. Es decir:

$$Q = F(P_Q, r, w, f, k, l) \tag{1.3.2.1}$$

Por otro lado, podemos enfocarnos en analizar solamente como varía la oferta de un bien por cambios de su precio **ceteris paribus**. La curva que muestra esta relación se denomina **curva de oferta**, cuya forma es:

Figura 1.2: Curva de oferta

¿Por qué la curva de oferta tiene positiva?. Como explicamos anteriormente, la oferta muestra la mínima disposición a cobrar por un determinado bien, es decir, el costo que tiene para la firma el bien que está fabricando. Ahora bien, podemos ver que este costo aumenta a medida que aumentamos **marginalmente** nuestra cantidad del bien (por la ley de rendimientos decrecientes[6]). Esta relación positiva entre precio y cantidad en la oferta se conoce como **Ley de Oferta** y nos dice que *manteniéndose todo lo demás constante, a mayor precio se ofrecerá una mayor cantidad de producto.*

1.3.3 El equilibrio de mercado

Para poder obtener el equilibrio de mercado debemos saber las formas funcionales que representan a las curvas de oferta y demanda. Para efectos de este ramo consideremos que tanto la oferta como la demanda son lineales,

[6]Este es un importante concepto en la teoría de la firma, la intuición detrás de él es que es cada vez más costoso producir una unidad extra, porque entre otras cosas los factores que empleamos en la producción se comienzan a estorbar, revisaremos este concepto con mayor rigurosidad en el capitulo de teoría de la firma.

es decir, las siguientes formas:

$$Q^D = \frac{b - cP^D}{a} \tag{1.3.3.1}$$

$$Q^O = \frac{e + fP^O}{d} \tag{1.3.3.2}$$

Donde vemos que la primera expresión es una demanda (dado que la cantidad depende negativamente del precio), mientras que la segunda expresión es una oferta (dado que depende positivamente del precio).

Ahora bien, para darle una interpretación más clara a la condición de equilibrio permitámonos escribir el precio en función de la cantidad , para lo que debemos despejar el precio de las ecuaciones, obteniendo:

$$P^D = \frac{b - aQ}{c} \tag{1.3.3.3}$$

$$P^O = \frac{dQ - e}{f} \tag{1.3.3.4}$$

Notar también que en la notación dejamos un Q general tanto para la demanda como para la oferta, esto es totalmente factible, pues podemos entender este Q como la cantidad de mercado. Para esa cantidad de mercado los oferentes están dispuestos a ofertar a cierto precio mínimo P^O. Mientras que la demanda para esa cantidad de mercado, esta dispuesta a pagar como máximo su valoración por el bien P^D.

Entonces para encontrar el equilibrio de mercado, nos queda mencionar la condición de equilibrio que usamos recurrentemente en economía:

$$Oferta = Demanda \tag{1.3.3.5}$$

En la siguiente subsección discutiremos el porque esta condición resulta equilibrar el mercado.

Si aplicamos la condición anterior, a nuestras últimas 2 ecuaciones que representa la demanda y oferta respectivamente tenemos que[7]

[7]En rigor lo que hicimos fue igualar la demanda y oferta inversas, esto no altera en nada los resultados y nos simplifica la condición de equilibrio

$$P^D = P^O$$
$$\frac{b - aQ}{c} = \frac{dQ - e}{f}$$

Notar que al igualar ambas ecuaciones (la demanda y oferta inversas), no hacemos más que encontrar una cantidad de mercado donde la el precio que están dispuesto a pagar los consumidores se iguale con el precio que están dispuesto a cobrar las firmas según la interpretación que ya le dimos a cada ecuación.

Entonces nos resta despejar Q para encontrar dicha cantidad, y que denominares la cantidad de equilibrio Q^E:

$$Q^E = \frac{fb + ce}{cd + af} \tag{1.3.3.6}$$

Finalmente, también es de nuestro interés conocer el precio de equilibrio (P^E), para encontrarlo es necesario reemplazar la cantidad de equilibrio en la demanda u oferta indistintamente, reemplacemos entonces en la demanda, la cual es:

$$P^D = \frac{b - aQ}{c}$$

Y sabemos que:

$$P^E = \frac{b - aQ^E}{c}$$

$$P^E = \frac{b - a\dfrac{fb + ce}{cd + af}}{c}$$

Que al simplificar obtenemos:

$$P^E = \frac{bd - ae}{cd + af} \tag{1.3.3.7}$$

De esta forma, acabamos de encontrar dos formulas genéricas para encontrar las cantidades y precios de equilibrio, gráficamente vemos que este equilibrio queda:

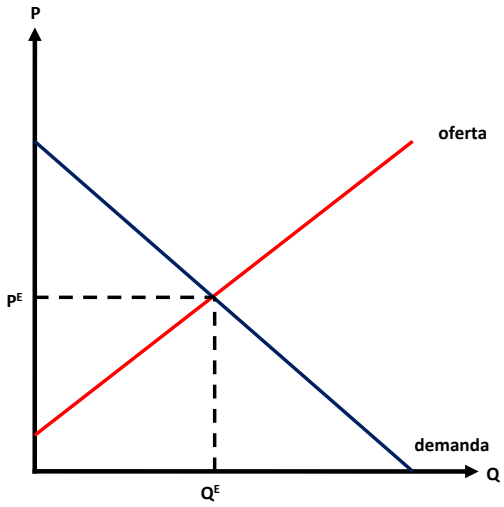


Figura 1.3: Equilibrio de mercado

Ejemplo Para aterrizar ideas de lo anterior, desarrollemos el siguiente ejemplo.

Supongamos que en un determinado mercado las curvas de oferta y demanda inversas están definidas por las siguientes ecuaciones:

$$P^D = 100 - Q$$

$$P^O = 50 + Q$$

Entonces para encontrar el equilibrio, igualamos los precios, obteniendo:

$$P^D = P^O$$

$$100 - Q = 50 + Q$$

con lo cual:

$$Q^E = 25 \Rightarrow P^E = 75$$

Notar que si se identifican los valores de a, b, c, d, e y f. Y reemplazamos los valores en la fórmula veremos que nos entrega el mismo resultado.

1.3.4 Dinámica de ajuste

En la sección anterior determinamos un precio de equilibrio y una cantidad de equilibrio tales que la demanda sea igual a la oferta. ¿Pero qué ocurre fuera de este precio?

Supongamos en el ejemplo anterior que se fije como precio máximo[8] del bien en \$60. Con este precio la oferta queda determinada por:

$$P^O = 50 - Q$$

Reemplazando el precio máximo:

$$60 = 50 + Q \Rightarrow Q^* = 10$$

Mientras que para la demanda:

$$P^D = 100 - Q$$

$$60 = 100 - Q \Rightarrow Q^{**} = 40$$

En este contexto, veremos que la demanda es de 40 mientras que la oferta es de 10. Por lo tanto, hay un **exceso de demanda**, lo que conlleva a los oferentes a tener incentivos a aumentar la producción, lo cual va aumentando el precio hasta que la demanda es igual a lo ofrecido.

Gráficamente tenemos:

[8] Poner el precio mínimo de \$60 no tiene ningún efecto dado que el precio de equilibrio es \$75.

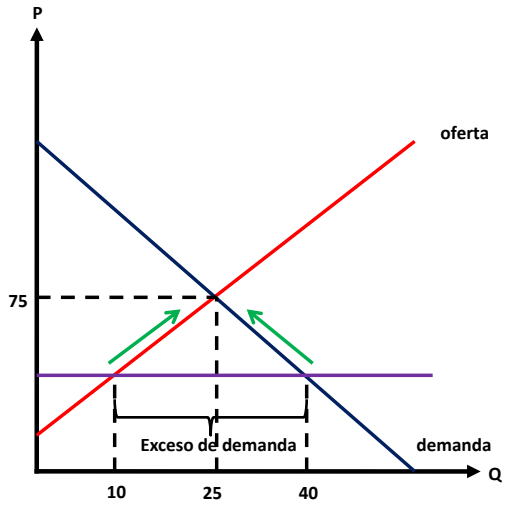


Figura 1.4: Equilibrio de mercado con un precio máximo

Donde es posible observar que los precios bajo el punto de equilibrio generan escasez del producto en cuestión. Esta conclusión incluye a los precios máximos (como el del ejemplo) y es por esto, que medidas económicas como fijar precios bajos a bienes de primera necesidad no son una solución a los problemas.

Por otro lado, supongamos que fijamos un precio **mínimo** de \$90. Con este precio la oferta queda determinada por:

$$P = 50 + Q$$

$$90 = 50 + Q \Rightarrow Q^* = 40$$

Mientras que la demanda queda determinada por:

$$P = 100 - Q$$

$$90 = 100 - Q \Rightarrow Q^{**} = 10$$

En este contexto, veremos que la demanda es de 10 mientras que la oferta es de 40. Por lo tanto, hay un **exceso de oferta**, lo cual genera incentivos

a los oferentes a disminuir la producción, lo cual disminuye los precios hasta que la demanda sea igual a la oferta.

Gráficamente tenemos:

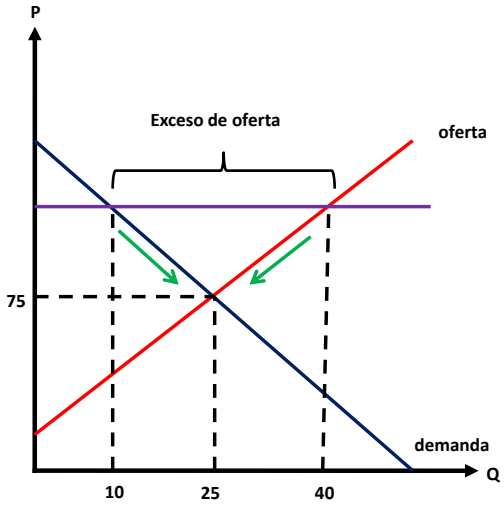


Figura 1.5: Equilibrio de mercado con un precio mínimo

Donde es posible observar que los precios sobre el punto de equilibrio generan exceso del producto en cuestión. Esta conclusión incluye a los precios mínimos (como el del ejemplo) y es por esto, que medidas económicas como fijar el precio del salario mínimo produce, según la economía clásica, exceso de trabajadores, lo que se traduce en desempleo. Sin embargo, esta es una forma de ver el problema y hay un debate interesante al respecto en Chile, cuando cada año en el Senado se votan modificaciones al salario mínimo.

Por lo cual, como conclusión podemos entender el precio de equilibrio de mercado como un precio tal que no genera incentivos a los agentes para cambiar sus decisiones de demanda o producción, generando estabilidad en este sentido.

1.4 Análisis de bienestar

La máxima de la economía como ciencia social es estudiar el bienestar social y buscar formas de aumentarlo. En este sentido, el análisis del bienestar económico es fundamental y su entendimiento es una de los bases de la elaboración de las políticas públicas. En este sentido, podemos entender el bienestar como el estudio de los excedentes que se generan de las transacciones de mercado. Para el caso de los demandantes vemos que el excedente es la diferencia entre la disposición a pagar y lo que realmente se pagó. Por ejemplo, si un agente está dispuesto a pagar $500 por un café y finalmente lo compra a $350, se ahorró $150, es decir, su excedente es $150.

Para el caso de los oferentes vemos que el excedente es aquella diferencia entre el costo de producción y la cantidad percibida. Por ejemplo, si hacer un café cuesta $150 y se vende en $350, se gana $200, es decir su excedente es $200.

Gráficamente el **excedente del consumidor** es el área entre la curva de demanda y la línea formada por el precio de equilibrio, mientras que el **excedente del productor** es el área entre la curva de oferta y la línea formada por el precio de equilibrio. En el ejemplo anterior vemos:

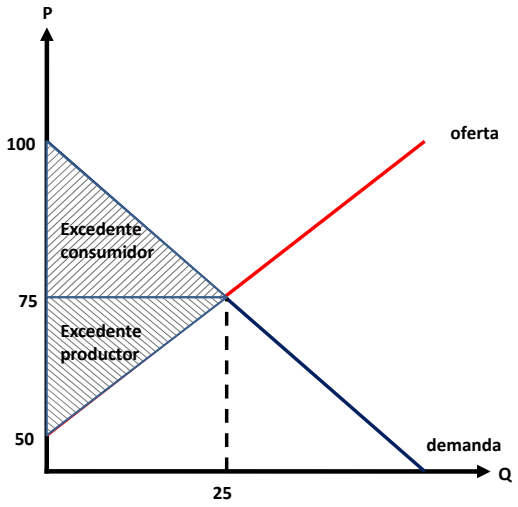


Figura 1.6: Excedente del consumidor y productor

Adicionalmente podríamos calcular los excedentes a través del cálculo de las áreas. Obteniendo para el excedente del consumidor:

$$EC = \frac{(100 - 75) \cdot 25}{2} = 312{,}5$$

Mientras que el excedente del productor:

$$EP = \frac{(75 - 50) \cdot 25}{312{,}5}$$

Cabe destacar que los excedentes se miden en unidades monetarias, lo cual hace que podamos comparar excedentes de distintas regiones a través de los tipos de cambio.

Finalmente, y para concluir el tema, una gran defensa del método de asignación de libre mercado (el modelo que estamos estudiando), es que deja a ambos individuos con el máximo bienestar disponible, de forma que para darle más bienestar a un agente, la única forma es quitarle bienestar al otro[9].

[9]Siempre y cuando no existan fallas de mercado en el que si se alcanzaría un nivel suboptimo en el equilibrio, un ejemplo de esto es la existencia de externalidades

Este concepto económico se conoce como **óptimo de Pareto**, concepto que se discutirá más a fondo en cursos superiores de microeconomía.

1.5 Aplicación: Políticas públicas

Ahora que ya hemos avanzado bastante en los conceptos básicos de la economía, podemos adentrarnos un poco en el análisis propio del economista que es la elaboración de políticas públicas.

Las políticas públicas son básicamente intervenciones estatales que tienen uno o más objetivos. Estos pueden ser entregar bienes de primera necesidad, recaudar impuestos para financiar otras actividades o bien corregir fallas de mercado.

En este curso estudiaremos cuatro tipos de políticas públicas, los impuestos, los subsidios, los aranceles y las cuotas.

1.5.1 Impuestos

Los impuestos son cargas fiscales que se imponen a determinados productos. Hay dos tipos de impuestos: Suma fija o Proporcional. Los **impuestos de suma fija** (también llamados *lump sum*) son impuestos que exigen a una parte del mercado (consumidores u oferentes) pagar una cantidad fija por cada unidad transada en el mercado, por ejemplo $100 por cada unidad transada. Por otro lado, los **impuestos proporcionales** (también llamados *ad valorem*) son impuestos que exigen a una parte del mercado pagar una cantidad porcentual del valor, por ejemplo el 19 % de la compra (como el IVA). Durante este curso solo analizaremos matemáticamente los impuestos de suma fija.

Teniendo esto en cuenta, vemos que los impuestos hacen más caros los bienes a los cuales son aplicados. En este sentido podemos pensar que un impuesto contraería la demanda o la oferta dependiendo de a quien se aplique el impuesto. Para analizar esto, veremos un ejemplo matemático, distinguiendo cuándo el impuesto va a la demanda y cuándo a la oferta.

1.5.1.1 Impuesto a la Demanda

Volvamos al mercado caracterizado anteriormente, representado por las curvas:

$$P^D = 100 - Q$$
$$P^O = 50 + Q$$

Y supongamos ahora que aplicamos un impuesto de \$10 a la demanda. En esta situación, vemos que para aplicar el impuesto debemos restar el impuesto a la demanda (una vez ya hemos despejado el precio, pues como ya veremos lo que hacemos es contraer la función de demanda), generando:

$$P = 100 - Q - T$$

En este caso tenemos $T = 10$, por tanto:

$$P = 90 - Q$$

Gráficamente:

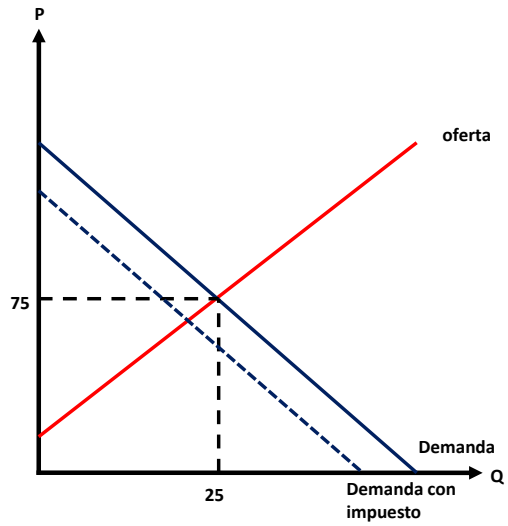


Figura 1.7: aplicación de un impuesto a la demanda

Ahora, si interceptamos la demanda con impuesto (dda c/i) con la oferta encontraremos las nuevas cantidades y precios de equilibrio, pero hay que

tener en cuenta que este es el precio de equilibrio es el **precio que perciben los oferentes**, siendo distinto al de los consumidores, que deben pagar el impuesto. El **precio que perciben los consumidores** se puede calcular de dos formas, la primera es sumar el valor del impuesto al precio de los oferentes, la segunda es reemplazar la cantidad de equilibrio en la demanda sin impuesto (dda). En este contexto, calculando el nuevo equilibrio obtenemos:

$$P^O = P^D$$

$$90 - Q = 50 + Q$$

$$2Q = 40 \Rightarrow Q^E = 20$$

Siendo el precio de equilibrio:

$$P^E = 90 - Q^E$$

$$P^{EC} = 70$$

De lo cual, se puede desprender que el precio percibido por los consumidores es:

$$P^{EC} = P^{EP} + T$$

$$P^{EC} = 70 + 10 = 80$$

Entonces vemos que gráficamente obtenemos:

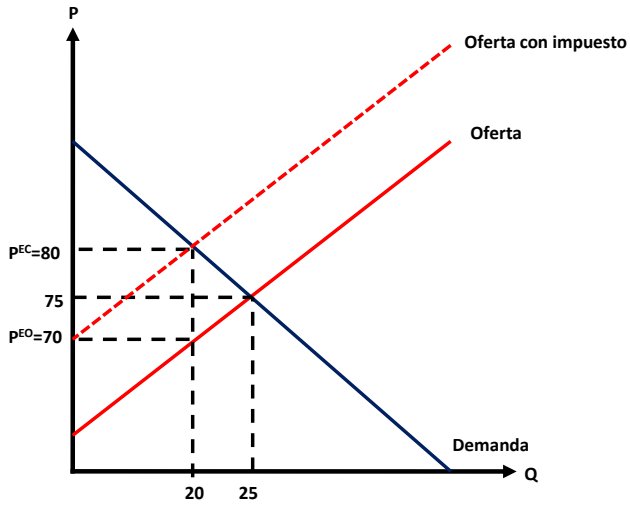


Figura 1.8: aplicación de un impuesto a la demanda

Ahora bien, en este contexto podemos identificar **cuatro conceptos**. En primer lugar, vemos que hay un **excedente del consumidor**, que es el área entre la demanda y el precio percibido por los consumidores ($80). En segundo lugar, vemos que hay un **excedente del productor**, que es el área entre la oferta y el precio percibido por los oferentes ($70). En tercer lugar, está la **recaudación fiscal del impuesto**, que comprende el área entre los precios percibidos ($70 y $80) y la cantidad transada bajo el impuesto (20). Y finalmente, vemos que hay un excedente que no se lo lleva nadie, que es el área comprendida entre los precios percibidos y entre las cantidades de equilibrio.

Esta área que no se la lleva nadie, se denomina **Perdida de Eficiencia Económica** y se denomina por la razón que no se transan unidades en el mercado que si se hubieran transado en un mercado sin impuesto, dado que su costo es menor a su valoración (para ver esto recordar que hay que comparar la altura de la demanda sin impuesto con la altura de la oferta).

Destacando las áreas vemos:

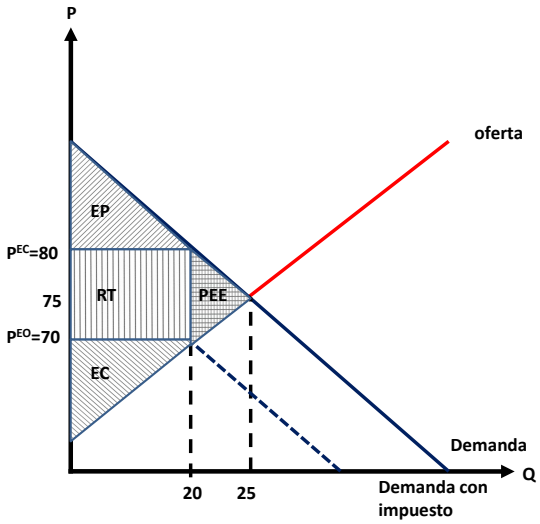


Figura 1.9: distorsiones de un impuesto a la demanda

Donde podemos calcular cada una de las áreas y compararlas con las de la situación sin impuesto, lo que queda propuesto. Sin embargo, a priori podemos pensar que los excedentes se deben ver disminuidos por la medida y aparece la recaudación fiscal como nuevo elemento, que no logra recolectar todo el excedente perdido siendo la diferencia la pérdida de eficiencia.

Teniendo esto en cuenta, Arthur Laffer desarrolló una curva que lleva su nombre y que estudia la forma de maximizar la recaudación fiscal teniendo la mínima pérdida de eficiencia posible. El procedimiento matemático de la **curva de Laffer** está en el Anexo.

1.5.1.2 Impuesto a la oferta

Volvamos al mercado caracterizado anteriormente, representado por las curvas:

$$P^D = 100 - Q$$

$$P^O = 50 + Q$$

Y supongamos ahora que aplicamos un impuesto de \$10 a la oferta. En esta situación, vemos que para aplicar el impuesto debemos sumar (por que au-

menta el costo) el impuesto a la oferta.

Esto genera:

$$P^O = 50 + Q + T$$

Como en este caso $T = 10$, tenemos:

$$P^O = 50 + Q + 10$$

$$P = 60 + Q$$

Donde lo que tenemos son dos curvas de oferta y una de demanda y que tenemos que trabajar de la misma forma que vimos en la parte anterior con dos demandas, donde finalmente obtenemos el siguiente gráfico:

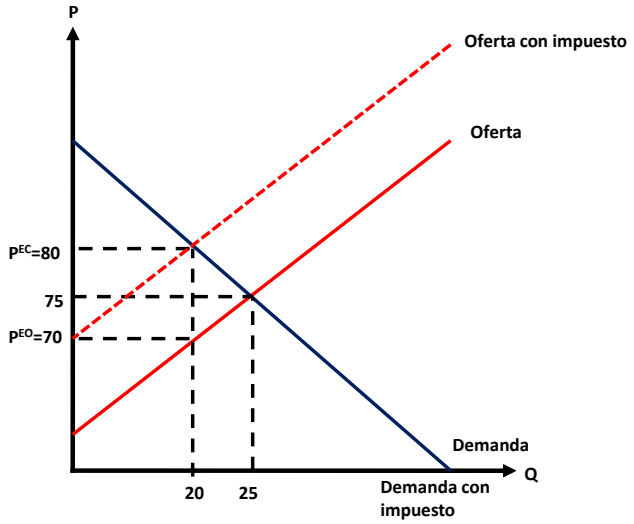


Figura 1.10: aplicación de un impuesto a la oferta

1.5.1.3 Conclusiones y concepto de elasticidad Precio

Si nos fijamos en el gráfico anterior, vemos que el precio que perciben los consumidores y los productores son los mismos que en el ejemplo anterior cuando el impuesto era a la demanda. De esto, se puede concluir que **da lo mismo a quien se le aplique el impuesto, el resultado será en los precios percibidos será el mismo**. La demostración de esto está anexada.

Por otro lado, podemos ver que en este caso la distribución de los \$10 de impuesto es equitativa (esto se ve con la diferencia entre los precios de los agentes y del precio de equilibrio, siendo ambos de \$5). Esto no siempre es así y en este caso en particular se debe a una característica propia de las curvas llamada elasticidad precio.

La elasticidad precio[10] se define como la variación porcentual de la cantidad dada variaciones porcentuales en el precio. Matemáticamente:

$$\epsilon = \frac{\Delta\,\%Q}{\Delta\,\%P} = \frac{\dfrac{\Delta Q}{Q}}{\dfrac{\Delta P}{P}} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q} \tag{1.5.1.1}$$

Donde $\dfrac{\Delta Q}{\Delta P}$ es el inverso de la pendiente de la curva analizada.

Gráficamente la elasticidad precio se ve reflejada en la pendiente de la curva analizada. Donde si la curva no tiene pendiente se dice que es **completamente elástica** ($\epsilon \Rightarrow \infty$). Si tiene pendiente indefinida se dice que es completamente inelástica ($\epsilon \Rightarrow 0$). Para ambos casos, tenemos que gráficamente se tiene:

[10] En este curso trabajaremos la elasticidad en valor absoluto. Adicionalmente cabe destacar que la elasticidad se calcula en puntos, es por esto, que se requiere evaluar en un punto (P, Q).

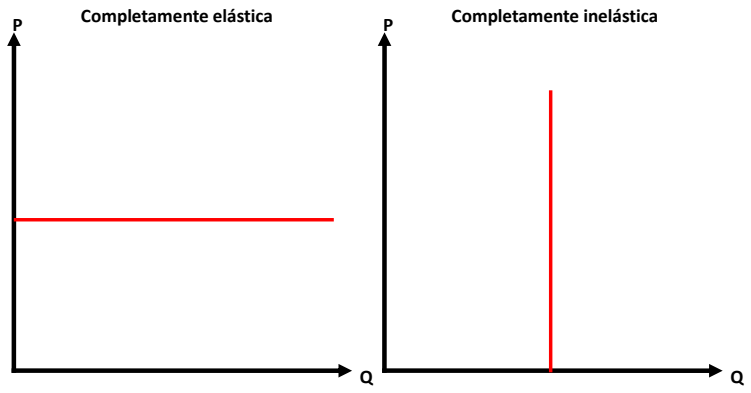


Figura 1.11: elasticidad de las curvas

Ahora bien, aquel individuo que sea **más inelástico**[11] será aquel que **pague la mayor parte del impuesto**, dado que el cambio de precio generado por el impuesto lo afecta menos que al otro agente.

Una forma de ver esto, es pensar en una demanda inelástica (que se dan en su mayoría en bienes de primera necesidad) y en una oferta normal. Ahora apliquemos un impuesto a la oferta:

[11] Es decir, menos sensible a los cambios de precios.

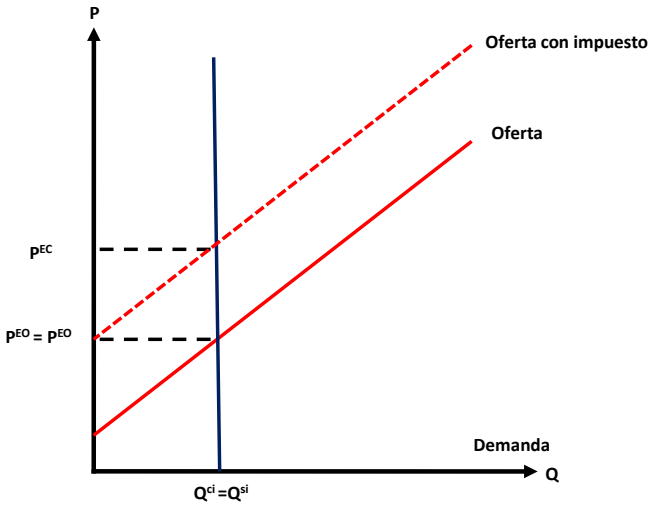


Figura 1.12: Impuesto con una demanda totalmente inelástica

Gráficamente se puede apreciar que el precio que percibe el consumidor (PC) adquiere totalmente el monto del impuesto, que queda reflejado por la altura que aumentó la oferta. Adicionalmente en estos casos ocurre que no hay pérdida de eficiencia económica, quedando propuesto ver el por qué.

Volviendo a nuestro ejemplo, vemos que ambas curvas tienen la misma pendiente (en valor absoluto) y por lo tanto, deberían tener la misma elasticidad. Para ver esto calcularemos la elasticidad precio de la demanda en el equilibrio[12] , es decir:

$$|\epsilon_{Dda}| = |\frac{\Delta\,\%Q}{\Delta\,\%P}| = |\frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}| = |-1 \cdot \frac{75}{25}| = 3$$

$$|\epsilon_{Dda}| = |\frac{\Delta\,\%Q}{\Delta\,\%P}| = |\frac{\Delta Q}{\Delta P} \cdot \frac{P}{Q}| = |1 \cdot \frac{75}{25}| = 3$$

Donde comprobamos que obtuvimos la misma elasticidad. Y por lo tanto el impuesto efectivamente debe repartirse equitativamente.

[12]Cuando se calcula la elasticidad se considera el equilibrio sin impuesto, en este caso, el punto (25,75).

Finalmente queda propuesto hacer el ejercicio de encontrar que ocurre con un impuesto de \$10 a las siguientes curvas:

$$P^D = 100 - 2Q$$

$$P^O = 50 + Q$$

Donde vemos que la pendiente de la demanda ha aumentado, y por lo tanto, a priori podemos decir que la mayor parte del impuesto se la llevarán los consumidores

1.5.2 Subsidios

Los subsidios son gastos fiscales que se utilizan con el fin de incentivar el consumo de determinados bienes cuyo consumo es considerado relevante, con el fin de aumentar la cantidad de unidades que se transan de este bien en el mercado. En este sentido un subsidio clásico es el de la leche que se entrega en los consultorios a las madres de lsolactantes, Económicamente un subsidio funciona de forma opuesta a un impuesto, generando un gasto fiscal en vez de una recaudación fiscal.

1.5.2.1 Subsidio a la demanda

Para ver como se calcula volvamos a nuestro mercado caracterizado por las curvas:

$$P^D = 100 - Q$$

$$P^O = 50 + Q$$

Y apliquemos un subsidio de \$10 a la demanda, para esto despejamos P desde la demanda, y sumamos el subsidio (notar que lo que queremos hacer es expandir gráficamente la función de demanda):

$$P^{DS} = 100 - Q + S$$

Como $S = 10$, tenemos:

$$P^{DS} = 110 - Q$$

Ahora para encontrar el nuevo equilibrio, basta con interceptar la demanda con subsidio con la oferta.

Si lo hacemos obtenemos:

$$P^{DS} = P^O$$

$$110 - Q = 50 + Q$$
$$2Q = 60 \Rightarrow Q^E = 30$$

Donde el precio que perciben los productores se da reemplazando la cantidad de equilibrio en la oferta, obteniendo:

$$P^{EP} = 50 + Q^E = 50 + 30 = 80$$

Mientras que el precio de los consumidores lo podemos obtener restando al precio percibido por los productores el monto del subsidio, obteniendo:

$$P^{EC} = 70$$

Y gráficamente tenemos:

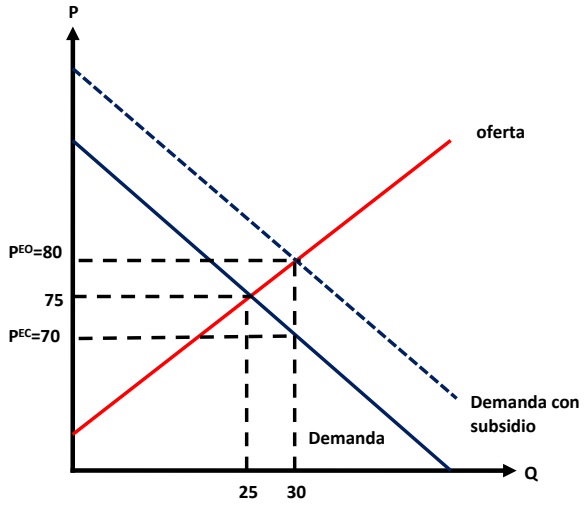


Figura 1.13: aplicación de un subsidio a la demanda

Notar que nuevamente, en este contexto podemos identificar cuatro conceptos. En primer lugar, vemos que hay un **excedente del consumidor**, que es el área entre la demanda y el precio percibido por los consumidores ($70). En segundo lugar, vemos que hay un **excedente del productor**, que es el área entre la oferta y el precio percibido por los oferentes ($80). En

tercer lugar, está el gasto fiscal del subsidio, que comprende el área entre los precios percibidos ($70 y $80) y la cantidad transada bajo el subsidio (30). Y finalmente, vemos que hay un excedente que no se lo lleva nadie, que corresponde a la perdida de eficiencia social económica.

Los conceptos anteriores gráficamente son como sigue:

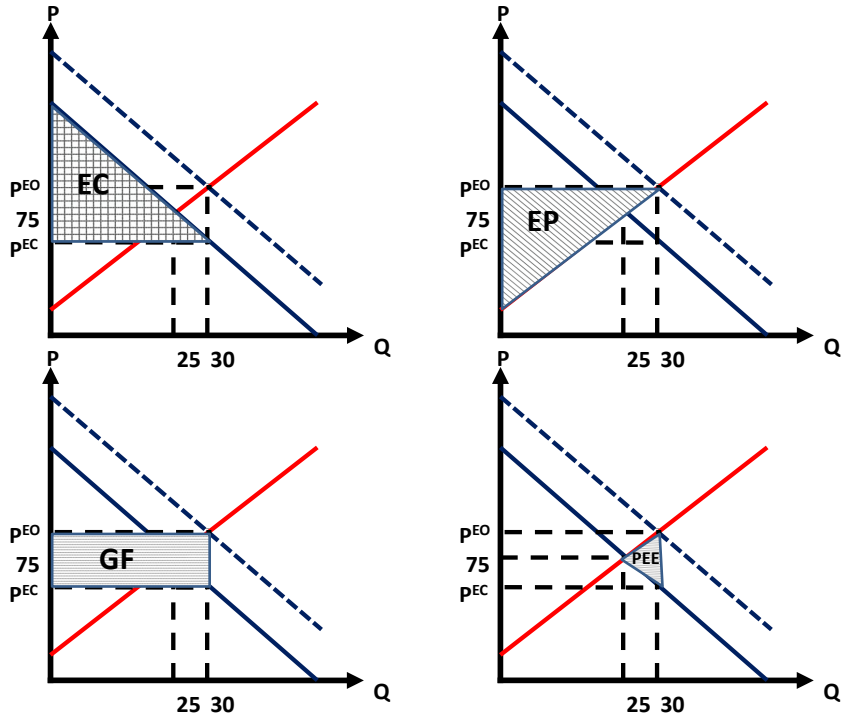


Figura 1.14: distorsiones de un subsidio a la demanda

Por tanto tenemos que:

En este caso el excedente del consumidor es el área bajo la demanda original y sobre el precio percibido por el consumidor:

$$EC = \frac{(100 - 30) \cdot 30}{2} = 450$$

Por otro lado, el excedente del productor es el área sobre la oferta y bajo el precio percibido por el oferente:

$$EP = \frac{(80 - 50) \cdot 30}{2} = 450$$

Luego, el gasto fiscal es el monto del subsidio por las unidades transadas en el mercado, siendo:

$$GF = 10 \cdot 30 = 300$$

Y finalmente la pérdida de eficiencia económica es aquella área que nos muestra que se vendieron unidades que eran menos valoradas que su costo, siendo:

$$PEE = \frac{(80 - 70) \cdot (30 - 25)}{2} = 25$$

1.5.2.2 Subsidio a la oferta

Continuemos con el mercado caracterizado por:

$$P^D = 100 - Q$$

$$P^O = 50 + Q$$

Supongamos un subsidio de \$10 a la oferta. Ahora debemos restar este monto a la curva de oferta (una vez despejado el precio, pues los costos caen), por tanto tenemos:

$$P^{OS} = 50 + Q - S = 40 + Q$$

Ahora para encontrar el nuevo equilibrio, basta con interceptar la demanda con la oferta con subsidio.

Si lo hacemos obtenemos:

$$P^D = P^{OS}$$

$$100 - Q = 40 + Q$$

$$2Q = 60 \Rightarrow Q^E = 30$$

Donde el precio que perciben los productores se da reemplazando la cantidad de equilibrio en la oferta, obteniendo:

$$P^{EP} = 50 + Q^E = 50 + 30 = 80$$

Mientras que el precio de los consumidores lo podemos obtener restando al precio percibido por los productores el monto del subsidio, obteniendo:

$$PEC = 70$$

Gráficamente:

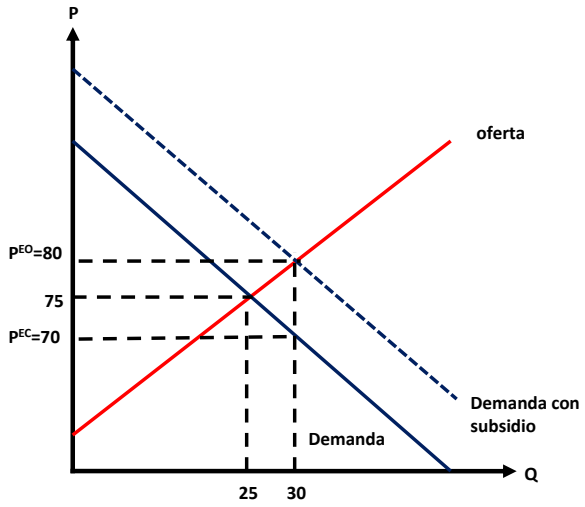


Figura 1.15: aplicación de un subsidio a la oferta

1.5.3 Comercio internacional

Los aranceles son políticas públicas que se aplican al comercio internacional entre los países. Para poder entender los aranceles, primero debemos poder entender qué ocurre cuando un país se abre al comercio internacional. Para ilustrar esto volveremos a nuestras curvas ya definidas, es decir:

$$P^D = 100 - Q$$

$$P^O = 50 + Q$$

Lo que genera una situación de equilibrio de la forma:

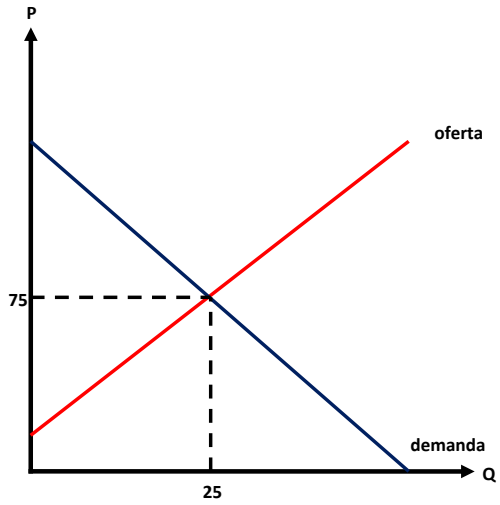


Figura 1.16: equilibrio sin comercio

Ahora supongamos que la economía se abre al comercio internacional y el precio internacional es de \$60. En este caso, como el precio internacional es menor al precio de mercado[13], la economía **importará** unidades del bien.

Para calcular la **demanda nacional**, tenemos que reemplazar el precio internacional en la demanda, obteniendo:

$$60 = 100 - Q^E$$

$$Q^E = 40$$

Pues ahora en la economía existe un nuevo precio, el internacional, y para saber cuanto demandaran los consumidores nacionales a este precio basta con que reemplacemos este nuevo precio en la función de demanda.

Por otro lado, para calcular la oferta nacional, tenemos que reemplazar el precio internacional en la oferta, obteniendo:

$$60 = 50 + Q^E$$

[13] o el precio nacional sin comercio

$$10 = Q^E$$

De la misma forma que para la oferta, lo que hicimos es ver cuanto estará dispuesto a producir los productores nacionales al precio internacional.

Finalmente nos falta calcular la cantidad **importada**, que es la diferencia entre la oferta nacional y la demanda nacional, que en este caso es de 30 unidades.

Luego de calcular todos los factores relevantes podemos representar la situación gráficamente como:

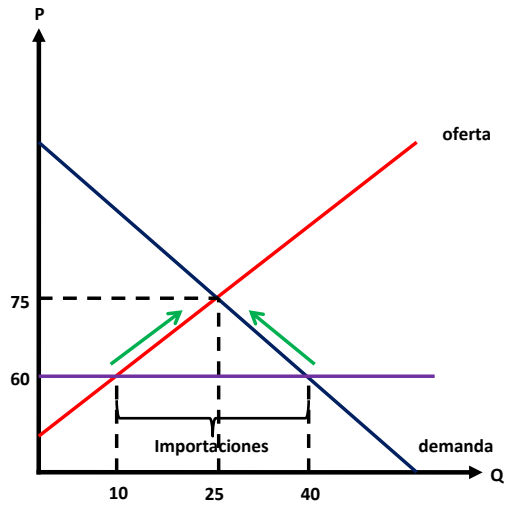


Figura 1.17: equilibrio con comercio e importaciones

Ahora supongamos que la economía se abre al comercio internacional y el precio internacional es de $90. En este caso, como el precio internacional es mayor al precio de mercado, la economía exportará unidades del bien.

Para calcular la **demanda nacional**, tenemos que reemplazar el precio internacional en la demanda, obteniendo:

$$90 = 100 - Q^E \Rightarrow Q^E = 10$$

Por otro lado, para calcular la **oferta nacional**, tenemos que reemplazar el precio internacional en la oferta, obteniendo:

$$90 = 100 - Q^E \Rightarrow Q^E = 10$$

Finalmente nos falta calcular la **cantidad exportada**, que es la diferencia entre la oferta nacional y la demanda nacional, que en este caso es de 30 unidades.

Luego de calcular todos los factores relevantes podemos representar la situación gráficamente como:

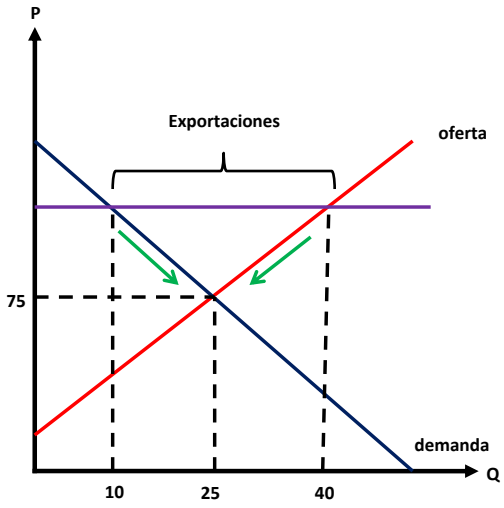


Figura 1.18: equilibrio con comercio y exportaciones

Finalmente, a modo de conclusión, notar que cuando el precio de equilibrio nacional sin comercio es menor al precio internacional, entonces se exportaran unidades de aquel bien. Cuando el precio de equilibrio nacional sin comercio es mayor al precio internacional, entonces se importaran unidades de aquel bien.

Por lo general la literatura económica argumenta a favor de que el comercio internacional mejora el bienestar de las naciones, a pesar de lo anterior,

es común observar que la mayoría de los países aplican ciertas políticas para regularizar el comercio internacional, a pesar de ser económicamente ineficiente[14] se dice que estas políticas son aplicadas de todas formas por cuestiones políticas.

Revisemos entonces, el efecto de la regulación del comercio internacional económicamente:

1.5.3.1 Aranceles

Los aranceles son impuestos que afectan el precio internacional de los bienes en el país donde se aplican, por concepto de entrar al país, es decir, los aranceles se aplican a las importaciones. Para entender los aranceles y sus consecuencias volveremos a nuestro ejemplo de comercio internacional, recordando que teníamos las siguientes curvas:

$$P^D = 100 - Q$$

$$P^O = 50 + Q$$

Y un precio internacional equivalente a:

$$P^I = 60$$

Lo cual como ya vimos genera la situación de la figura 17.

Ahora, supongamos que ponemos un arancel de \$10. Esto lo que hace es aumentar el precio internacional a \$70. Generando una nueva demanda nacional equivalente a:

$$70 = 100 - Q^E \Rightarrow Q^E = 30$$

Y una nueva oferta nacional dada por:

$$70 = 50 + Q^E \Rightarrow Q^E = 20$$

Lo que trae como consecuencia que ahora solo se importen 10 unidades, disminuyendo desde el punto anterior. Gráficamente :

[14] Por lo general esto es cierto, salvo cuando los países cuentan con cierto grado de *poder de mercado* en la producción o demanda del bien, en este caso una política arancelaria por ejemplo sería una política óptima.

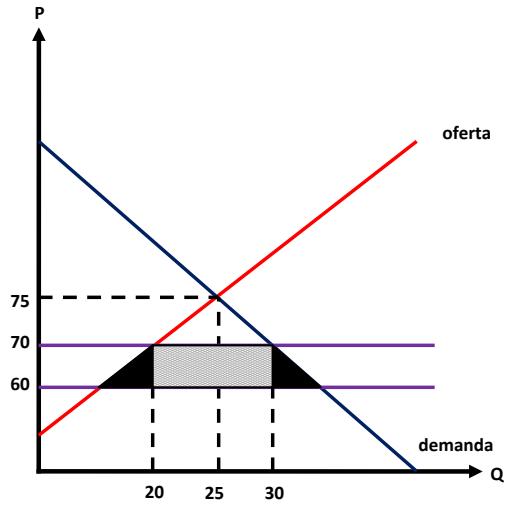


Figura 1.19: distorsiones de un arancel

Es posible observar el área del rectángulo es la recaudación fiscal por el arancel, pues corresponde a cantidad de bienes exportados por la diferencia entre el precio con y sin arancel (el impuesto).

Mientras que los dos triángulos son pérdidas de eficiencia económica, pues ahora dejamos de comprar unidades que eran más valoradas que su costo real.

Por otro lado, los excedentes cambian en sentidos opuestos. Por un lado, el excedente de los consumidores disminuye dado que ahora el bien aumentó su precio y compran menos unidades. Por el otro lado, el excedente de los productores aumenta dado que ante la imposición del arancel pueden vender más productos dado que los productos importados pierden competitividad con la medida. Siendo el efecto final de ambos efectos que el excedente social se reduce, siendo la explicación de las dos pérdidas de eficiencia económica que se generan

Gráficamente los excedentes están dados por:

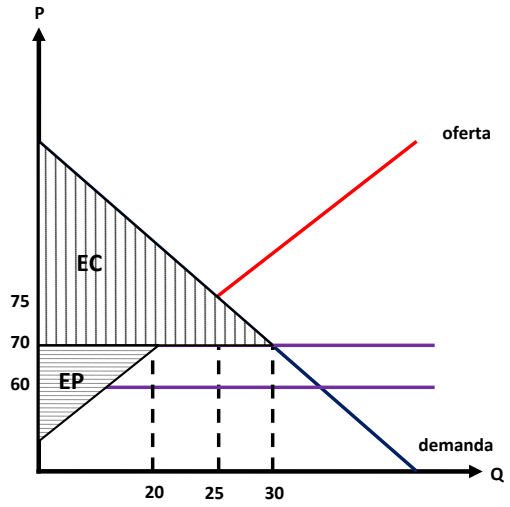


Figura 1.20: Excedentes luego de un arancel

En este contexto se puede destacar que los aranceles fueron una medida clásica que se tomó en los países sudamericanos (desde los años 30 hasta entrados los 80) con la finalidad de proteger e incentivar la industria nacional para industrializar a los distintos países. El programa ISI (Industrialización por Sustitución de las Importaciones) implementado en Chile durante los gobiernos radicales es un claro ejemplo de esta idea.

Otra idea interesante de mencionar, es que un arancel no siempre es una política sub-optima, cuando un país es lo suficientemente grande y tiene poder sobre la cantidad demandada de un determinado bien que se exporta, puede ser optimo aplicar aranceles sobre este bien. La intuición detrás de esto es que el país al reducir la cantidad demanda puede incidir en la cantidad total transada en el mercado, reduciendo entonces el precio internacional, con esto la recaudación fiscal puede más que compensar las perdidas de excedentes.

1.5.3.2 Cuotas

De forma similar a los aranceles, las cuotas a las importaciones, son permisos de importación que se basan en permitir que entre solo una proporción de bienes importados en la economía. Ahora mientras por un lado los aran-

celes fijan arbitrariamente el precio internacional del bien y luego el mercado determina la cantidad transada de éstos, la cuota genera un efecto al revés, es decir, otorga una cantidad de bienes al mercado y éste debe ponerles precio.

Para ejemplificar esto, volvamos a nuestras curvas utilizadas

$$P^D = 100 - Q^D$$

$$P^{ON} = 50 + Q^{ON}$$

Que como ya sabemos generan un precio de equilibrio de \$75 y una cantidad de equilibrio de 25 unidades. Con esto, volvamos a suponer que el precio internacional es de \$60, pero ahora queremos permitir que se importe solo una cantidad de bienes, por ejemplo, de las potenciales 30 unidades que se pueden importar, vamos a permitir solo 15.

Para poder calcular esta situación, debemos encontrar un precio tal que haga que la demanda sea mayor a la oferta nacional en 15 unidades, es decir, $Q^D = Q^{ON} + 15$. Teniendo esto en cuenta, lo único que nos basta hacer es calcular el precio que genere aquella situación, partamos entonces desde la condición de equilibrio:

$$P^D = P^{ON}$$

$$100 - Q^D = 50 + Q^{ON}$$

$$100 - Q^{ON} - 15 = 50 + Q^{ON}$$

$$35 = 2Q^{ON} \Rightarrow Q^O = 17{,}5$$

y por lo tanto la demanda sera 15 unidades superior:

$$Q^D = 32{,}5$$

Ahora para calcular el precio de equilibrio, solo tenemos que reemplazar la cantidad demandada de equilibrio en la demanda, y obtenemos:

$$P^D = 100 - Q^D = 100 - 32{,}5 = 67{,}5$$

Que es el precio que se dará en el mercado, considerando las importaciones. De esta forma tenemos una situación donde se demandan 32,5 unidades del bien, donde 17,5 son producidas en el país y 15 son importadas, y donde el precio de mercado es \$67,5. Esto gráficamente es:

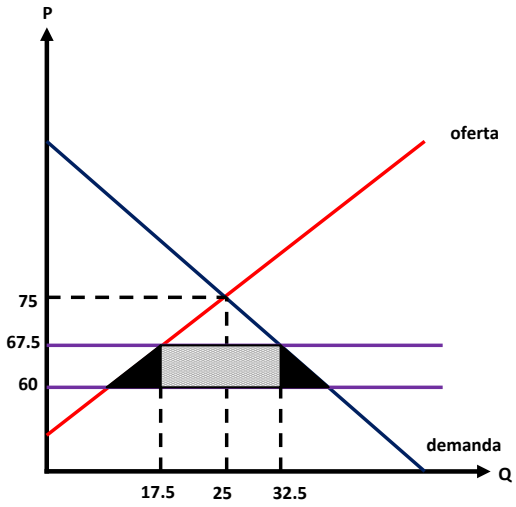


Figura 1.21: Equilibrio con una cuota a las importaciones

El área del cuadrado representa las rentas del importador, que ahora por ver reducida la cantidad que vende en el país, las unidades que transa tienen un mayor valor.

Mientras los triángulos representan las pérdidas de eficiencia generadas, dado que al igual que en el arancel se dejan de comprar unidades que son más valoradas que su costo original.

Finalmente, podemos ver que la cuota funciona de forma muy parecida al arancel, generando dos zonas de pérdidas de eficiencia y teniendo gráficos muy similares. De hecho, si fijamos la cuota en 10 unidades llegaremos a la situación trabajada en el caso cuando hay arancel. El ejercicio de esto queda propuesto.

1.6 Externalidades

Hasta el momento hemos visto que en el mercado los bienes que se transan afectan solo a quienes los venden y a quienes los compran. En este sentido

estamos teniendo un análisis miope de la situación, dado que hay ciertas transacciones donde efectivamente hay terceros que se ven afectados por el intercambio, por ejemplo, podríamos argumentar que la producción de energía a través de centrales termoelétricas afectan también a las comunidades cercanas a la instalación de estas que deben lidiar con la contaminación que estas generan. Podríamos entonces referirnos a las externalidades, como los efectos economicos que los agentes del mercado no *internalizan*.

Para poder incorporar esto a lo estudiado, generaremos una nueva curva de oferta y demanda, que *internalicen* los efectos provocados a terceros, estas serán las curvas sociales y nos dirán cual es el verdadero efecto que provoca transar un determinado bien con externalidades en el mercado. De esta forma, la **demanda social** representará la valoración de la sociedad por las distintas unidades del bien, mientras que la **oferta social** representará el costo de la sociedad por las distintas unidades del bien.

Con estos conceptos, diremos que la demanda está alineada cuando la **demanda privada** (la demanda tradicional que hemos estudiado) sea igual a la demanda social. De forma equivalente, diremos que la oferta está alineada cuando la **oferta privada** (la oferta tradicional que hemos estudiado) sea igual a la oferta social. Mientras ambas curvas estén alineadas se seguirá cumpliendo el óptimo de Pareto y ,por lo tanto, el mercado será eficiente.

¿Pero qué ocurre cuando no están alineadas?. Para esto veamos un ejemplo: Supongamos que estamos en el mercado de producción de energía termoeléctrica. En este mercado tenemos una oferta y una demanda tradicionales que generan un equilibrio de mercado dado por la intersección de ambas.

Supongamos que estás empresas termoeléctricas generan niveles de contaminación que afecta a las comunidades aledañas a la instalación de las plantas de producción, que son cada vez más altos a medida que se incrementan los niveles de producción de energía. En este caso, la sociedad le asigna un costo extra a la producción de energía de estar centrales, que esta dado por la cuantificación del daño que genera la contaminación en las comunidades.

Es fácil ahora observar que el costo privado, el que la empresa le asigna a la producción de la energía, no coincide con el costo social, pues la empresa no es capas de internalizar el costo del daño que genera la contaminación, es

decir, el costo privado es menor que el costo social en la producción de energía.

Esto se va a generar un desfase, y por lo tanto, una pérdida de eficiencia económica dado que se transan unidades que socialmente son más costosas que su valoración. Esto refleja que socialmente se desearía que se produzcan menos unidades de energía, pues no están dispuestos a lidiar con altos niveles de contaminación. Gráficamente:

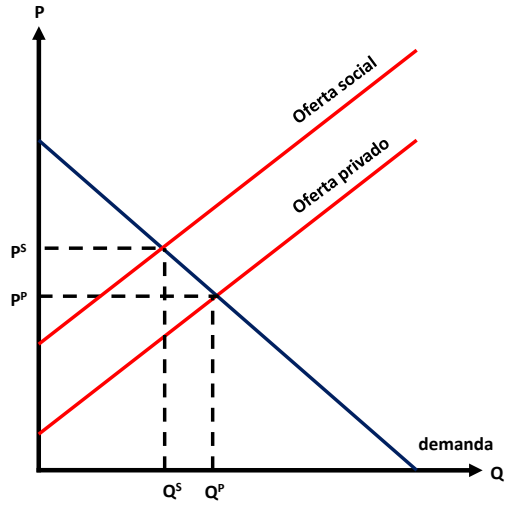


Figura 1.22: Externalidad negativa en la oferta

Cuando la oferta social es mayor a la privada, nos encontramos en lo que se denomina **externalidad negativa a la producción**. Y debido a la pérdida de eficiencia no estamos en un mercado eficiente, por lo tanto, no se cumple el óptimo de Pareto. Cuando esto ocurre se dice que estamos en una **falla de mercado**.

De la misma forma podemos estar en ocasiones en presencia de: **Externalidades positivas a la producción**, cuando el costo social es más bajo que el costo privado. **Externalidades negativas al consumo**, cuando la valoración privada es más baja que la valoración social. O en **Externalidades positivas al consumo**, cuando la valoración social es más alta que la

privada.

En este contexto, sin embargo, hay soluciones a la fallas de mercado en presencia de externalidades. Entre ellos estudiaremos el **el Teorema de Coase** y los **impuestos pigouvianos**.

1.6.1 Impuestos y subsidios pigouvianos

Una forma de solucionar los problemas de externalidades es a través de los impuestos y subsidios pigouvianos, la intuición detrás de esta solución, es conseguir tras la **aplicación de impuestos o subsidios** (a una **externalidad negativa o positiva** correspodientemente), que los **agentes del mercado internalicen los efectos económicos provocados a terceros**.

Para ilustrar ideas, estudiemos el siguiente mercado donde existe una externalidad negativa a la producción, por tanto sus curvas de oferta privada y social estan dadas por: $P^{OP} = 40Q$ y $P^{OS} = 40Q + 50$, donde es fácil observar que el valor de la externalidad o **daño marginal**[15] esta dado por \$50 que corresponde a la **diferencia de ambas curvas**. Mientras que la demanda de este mercado es: $P^D = 100 - 10Q$.

Comencemos calculando el **equilibrio privado**, es decir aquel que sin intervención alguna asigna el mercado, para esto tan solo interceptamos las curvas de oferta y demanda privada[16]

$$P^{OP} = P^D$$

$$40Q = 100 - 10Q$$

De donde obtenemos que los valores de equilibrio privado son:

$$Q^P = 2 \Rightarrow P^P = 80$$

Calculemos ahora el **equilibrio social** para esto tan solo interceptamos las curvas de oferta y demanda sociales:

$$P^{OS} = P^D$$

[15] Para el caso de una externalidad positiva, podríamos referirnos a esta diferencia como el **beneficio marginal**.

[16] Notar que para nuestro ejemplo, la curva de demanda social es igual a la curva de demanda privada.

$$40Q + 50 = 100 - 10Q$$

De donde obtenemos que los valores de equilibrio social son:

$$Q^S = 1 \Rightarrow P^S = 90$$

Es directo observar ahora, que el equilibrio privado y social son diferentes, en el mercado se transan más de las unidades que son socialmente optimas, estamos en la presencia de como ya mencionamos una falla de mercado.

Tratemos entonces corregir la falla de mercado, de tal forma que tras la aplicación de un impuesto llevar el equilibrio privado al equilibrio social, notar que para nuestro ejemplo, basta tan solo con encontrar un impuesto que iguale la oferta social (P^{OS}) a la privado ($P^{OP} = 80$), por tanto el monto de nuestro impuesto debe ser:

$$P^{OS} - P^{OP} = T \tag{1.6.1.1}$$

En nuestro ejemplo:

$$T = 50.$$

Finalmente procedamos a verificar, si este impuesto corrige la falla de mercado, es decir, lleva el equilibrio privado que asigna el mercado, al equilibrio socialmente optimo que deseamos.

Recordemos que $P^{OP} = 40Q$, apliquemos el impuesto $T = 50$, con lo que generamos una nueva curva de oferta con impuesto: $P^{OT} = 40Q + T = 40Q + 50$, lo que al interceptarla con la demanda obtenemos:

$$P^{OT} = P^D$$

$$40Q + 50 = 100 - 10Q$$

De donde obtenemos que los valores de equilibrio tras la aplicación del impuesto son:

$$Q^T = 1 \Rightarrow P^T = 90$$

Que resultan coincidir con las cantidades socialmente optimas, por tanto corrigen la falla de mercado que surge a partir de la externalidad. Graficamente obtenemos:

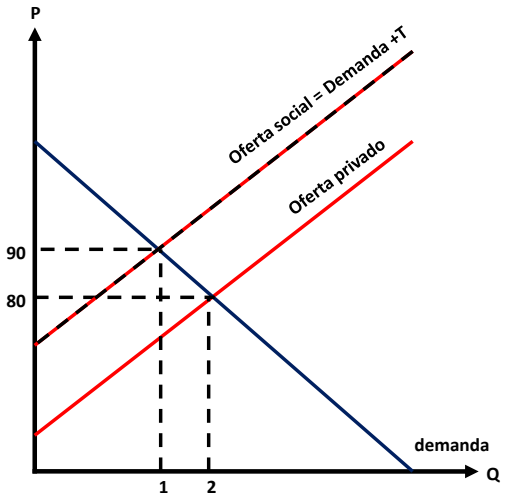


Figura 1.23: Externalidad y un impuesto pigouviano

Podemos entonces concluir que la aplicación de impuestos o subsidios pigouvianos son capaces de corregir las fallas de mercados generadas por las externalidades, estos pueden llevar la cantidad que produce la asignación privada a la cantidad socialmente optima. Es interesante señalar que a través de la fijación de una cuota, como ya lo estudiamos, se podría generar los mismos resultados, eliminando la recaudación o gasto fiscal, esta última alternativa es preferida cuando no se tienen buenas estimaciones de la demanda y oferta en un mercado (y el proceso que desarrollamos es imposible de calcular).

1.6.2 Teorema de Coase

Coase (1960) propuso que es posible que los privados solucionen el problema de las externalidades sin intervención, bajos ciertos supuestos, estos podrían internalisar los costos de las externalidades.

El teorema de Coase propone entonces, que aún bajo la existencia de externalidades en un mercado, si existen **derechos de propiedad** bien establecidos (sobre las externalidades), y no existen **costos de transacción**, los agentes del mercado pueden llegar a la **solución socialmente optima** sin la necesidad de intervención en el mercado.

Permitámonos el siguiente ejemplo, una empresa termoeléctrica tiene un costo marginal constante de producción igual a \$40, por tanto la oferta privada resulta ser $P^{OP} = 40Q$, mientras que la producción de energía genera un daño constante a las comunidades que se puede valorizar en \$50, con esto la oferta social esta dada por: $P^{OP} = 40Q + 50$. Consideremos ademas que no existen costos de transacción, y que los derechos de propiedad están establecidos de tal forma, que le atribuyen el derecho a los habitantes de las comunidades de vivir exentos de un ambiente contaminado.

Finalmente consideremos una curva de demanda por energía dada por $P^D = 100 - 10Q$. Sabemos que si no existiese externalidades el equilibrio estaría dado por:

$$P^D = P^O$$

$$100 - 10Q = 40Q$$

lo que genera:

$$Q = 2 \Rightarrow P = 80$$

Pero la empresa no puede generarla cantidad anterior, pues su producción contamina lo que genera un daño a las comunidades, que por como establecimos los derechos de propiedad no es posible que ocurra.

Pero imaginemos la siguiente situación, las consumidores están dispuestos a tranzar sus derechos de vivir en una comunidad no contaminada, de tal forma que la empresa les pague por estos y pueda producir, ¿cuánto es la mínima cantidad que están dispuestos los habitantes de las comunidades a cobrar para aceptar la contaminación?, esto corresponderá a la valoración económica del daño a la estos se ven sometidos por el concepto de contaminación, es decir, \$50. Notar entonces que la firma observa un nuevo costo de producción, que corresponde a los \$50 que debe pagar a la comunidad para permitir que estos dejen que la empresa produzca, por tanto la empresa observa que su nueva curva de oferta (que representa sus costos), esta dada por: $P^{ON} = 40Q + 50$ (que no es más que la curva de oferta social), y por tanto el nuevo equilibrio del mercado será:

$$P^{ON} = P^D$$

$$40Q + 50 = 100 - 10Q$$

$$Q = 1 \Rightarrow P = 90$$

Donde es directo observar que coincide con la cantidad socialmente optima. Gráficamente tenemos:

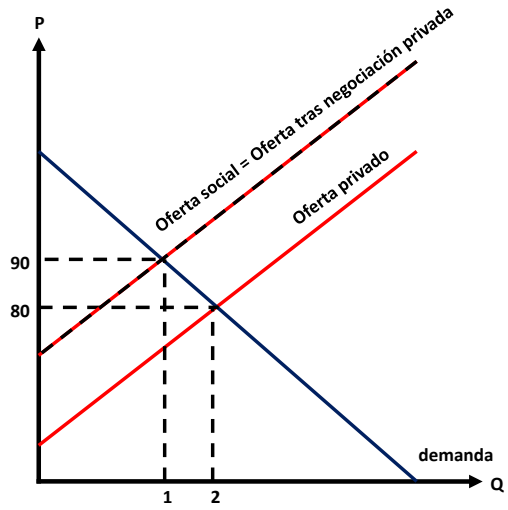


Figura 1.24: Externalidad y el teorema de Coase

Lo interesante del teorema de Coase es que no necesita intervención en los mercados para corregir las fallas de mercado, pero su debilidad esta en la rigurosidad de sus supuestos, pues es muy poco probable observar la inexistencia de los costos de transacción, que de existir no podríamos afirmar las mismas conclusiones.

1.7 Tipos de bienes

Durante el transcurso del apunte hemos hablado con mucha naturalidad acerca de los bienes, ¿pero que son los bienes y de cuales tipos hay?. Partamos por la definición , para efectos de este curso un bien es algo donde más es preferido a menos, es decir, puede un bien puede ser un helado, una bebida, una plaza, etc.

Los bienes en si tienen dos posibles características. Por un lado pueden ser excluyentes, es decir, su uso puede ser prohibido de alguna manera, por ejemplo a través de un precio. Por otro lado, pueden ser rivales, es decir, que su uso por parte de una persona limita el uso de otra, por ejemplo si uno come un helado ese helado no puede ser comido por otro.

De esta forma, tenemos cuatro tipos de bienes. Que quedan representados en la siguiente matriz:

		Excluyente	
		Sí	No
Rival	Sí	Bien Privado	Bien Común
	No	Bien Club	Bien Público

Figura 1.25: Matriz tipo de bienes

Aquellos bienes que son excluyentes y rivales se denominan **Bienes Privados**. Estos tipos de bienes son los únicos que no generan fallas de mercado en su distribución, dado que son consumidos en el punto que cumple que su valoración sea igual a su costo.

Aquellos bienes que son excluyentes y no rivales se denominan **Bienes de Club**. Estos tipos de bienes son bienes que son aquellos que son propiedad colectiva de un grupo (o un club), y por lo tanto, tienen todos derecho a usarlo, sin embargo, la experiencia muestra que no todos los miembros del club trabajan por el bien, generando el concepto de **free rider**, es decir, un sujeto que no trabaja por un objetivo pero obtiene sus beneficios. Esto hace que la asignación de los bienes de club no sea eficiente, dado que todos los miembros del club tienen incentivos a esperar a que otro cumpla los objetivos para poder disfrutar el resultado.

Aquellos bienes que son no excluyentes y rivales se denominan **Bienes Comunes**. Estos tipos de bienes al contrario de lo bienes privados y de club, son no excluyentes y por lo tanto cualquier persona puede usar de ellos, sin embargo, cumplen la propiedad de ser rivales, entonces, los agentes tienen

incentivos a consumir todo lo que puedan de estos tipos de bienes, ya que de lo contrario, llegará otro que lo haga. Esta situación se conoce como **la Tragedia de los Bienes Comunes** y es precisamente lo que hace que la asignación de estos bienes no sea eficiente.

Finalmente aquellos bienes que son no excluyentes y no rivales se denominan **Bienes Públicos**. Estos bienes tienen la propiedad de poder ser usados por cualquier persona y que además permita a otra usarlo al mismo tiempo, como por ejemplo una plaza. Sin embargo, dado que el bien es no excluyente las personas lo usaran más de que lo usarían si tuvieran que pagar por ello, en otras palabras, su valoración no es tanta como el costo del objeto público, y por lo tanto la asignación de estos bienes no es eficiente.

1.8 Ejercicios resueltos

Con la finalidad de dar fluidez en la resolución ejercicios, los problemas pertinentes a esta capitulo se encuentran anexados con los ejercicios resueltos del sel siguiente capitulo, en la sección 2.8

CAPÍTULO 2

LA TEORÍA DEL CONSUMIDOR

2.1 Introducción

En el capítulo anterior analizamos aspectos básicos de la economía, centrándonos en estudiar el equilibrio de mercado y distintas acciones que se pueden emprender para alterarlo. En este capítulo nos centraremos en la microeconomía, y en particular en estudiar a los consumidores, siendo uno de nuestros objetivos principales determinar la **curva de demanda** de forma intuitiva. A esta rama de la microeconomía se le conoce como **la Teoría del Consumidor**.

2.2 Modelo de Elección del Consumidor

El modelo que presentaremos a continuación se denomina **Modelo de Elección del Consumidor** y tiene por finalidad explicar qué combinación de bienes consumirá un agente, dada un nivel de ingreso, precio de los productos y determinados gustos o preferencias.

2.2.1 Supuestos de MEC

Como vimos en el capítulo I los supuestos de un modelo son fundamentales y nos ayudan a crear un marco teórico sobre el cual poder trabajar nuestro

modelo. En el caso del Modelo de Elección del Consumidor, tendremos los siguientes supuestos:

- El agente que estudiaremos es **representativo**, es decir, sus elecciones representarán las elecciones de un determinado grupo y no elecciones individuales.
- En el mercado al que puede acceder este agente solo existes **dos bienes**, es decir, el agente puede comprar solo dos bienes distintos.
- El agente dispone de una dotación de dinero, y por lo tanto, tiene una **restricción presupuestaria**.
- **Los precios están dados**, es decir, el agente acepta los precios de mercado.
- El **agente es capaz de relevarnos sus preferencias**, es decir, es capaz de decirnos que canasta prefiere de un grupo de éstas.
- Finalmente, asumiremos que el individuo es **racional**, es decir, cumple con:
  - **preferencias completas**, es decir, es capaz de asignarle una preferencia a todas las canastas existentes.
  - **preferencias transitivas**, es decir, si prefiere una canasta A ante una canasta B, y la canasta B ante la canasta C, entonces, necesariamente debe preferir la canasta A ante la canasta C.

2.2.2 Restricción presupuestaria

La restricción presupuestaria es una recta, cuya área nos muestra todas las posibles canastas que podemos comprar , dada una cantidad de dinero. Para modelar una se consideran las siguientes consideraciones:

- El agente tiene un ingreso I
- Hay dos bienes, X e Y, cuyos precios son P_X y P_Y respectivamente.

Entonces, podemos ver que nuestro gasto tiene que cumplir la condición de ser igual o menor al ingreso. Es decir:

$$G \leq I$$

Que lo podemos reescribir como:

$$\underbrace{P_X X + P_Y Y}_{\text{Gasto del agente}} \leq I \tag{2.2.2.1}$$

Despejando de lo anterior el bien Y, para graficarlo en un mapa de coordenadas (X, Y) tenemos:

$$Y \leq \frac{I}{P_Y} - \frac{P_X}{P_Y} \cdot X \tag{2.2.2.2}$$

De lo anterior podemos observar 3 cosas:

- La pendiente de la restricción presupuestaria resulta ser: $-\dfrac{P_X}{P_Y}$, que representa los **precios relativos**.
- Cuando el individuo consumo 0 del bien X, la cantidad máxima que puede consumir del bien Y es $\dfrac{I}{P_Y}$.
- Cuando el individuo consumo 0 del bien Y, la cantidad máxima que puede consumir del bien X es $\dfrac{I}{P_X}$

Gráficamente podemos observar lo siguiente:

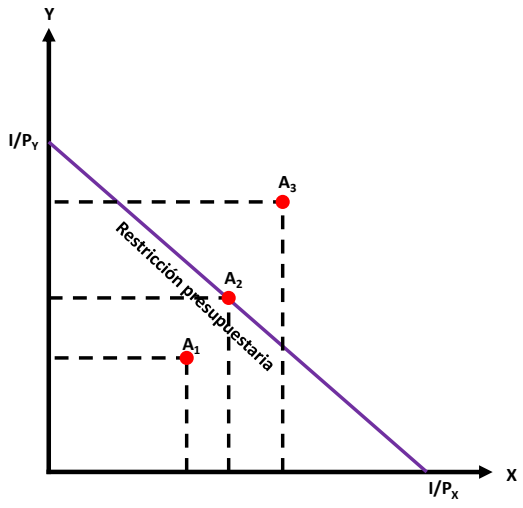


Figura 2.1: Restricción presupuestaría

Donde observamos que al llevar la restricción presupuestaria al plano de bienes en coordenadas (X, Y), esta nos indica cuales son las *canastas*[1] factibles que con un determinado nivel de ingreso I, puede alcanzar el individuo. En la figura podemos observar los siguientes puntos posibles:

- Puntos bajo la restricción presupuestaria, por ejemplo el punto A_1, estos puntos cumple con que el individuo no agota su presupuesto, es decir $G < I \Rightarrow P_X X + P_Y Y < I$, los cuales son factibles de alcanzar.
- Puntos en la restricción presupuestaria, por ejemplo el punto A_2, estos puntos cumple con que el individuo agota justo su presupuesto, es decir $G = I \Rightarrow P_X X + P_Y Y = I$, los cuales son factibles de alcanzar.
- Puntos sobre la restricción presupuestaria, por ejemplo el punto A_3, estos puntos cumple con que el individuo sobrepasa su presupuesto, es decir $G > I \Rightarrow P_X X + P_Y Y > I$, los cuales no son factibles de alcanzar.

Permitamos ahora referirnos a todos aquellos puntos en la restricción presupuestaria y bajo esta como el **Conjunto de factibilidad**, es fácil observar que este conjunto concentra todos las combinaciones que dado un nivel de ingreso y precios el individuo puede acceder, es lógico pensar que los individuos preferirán estar sujetos a conjuntos de factibilidad más grande, pues ello les permite **mayores posibilidades de consumo**.

2.2.2.1 Estática comparativa

Es interesante analizar las repercusiones en cambios en el ingreso y precios de los bienes en la restricción presupuestaria, y como ello afecta las decisiones de los individuos, tras cambiar el conjunto de factibilidad de canastas.

Comencemos estudiando, como cambia la restricción presupuestaria tras **cambios en el nivel de ingresos** I, recordemos que la restricción presupuestaria la podemos representar como una ecuación lineal de la forma $Y = \dfrac{I}{P_Y} - \dfrac{P_X}{P_Y} \cdot X$, podemos observar que el termino I representa el coeficiente de posición en aquella ecuación. Entonces si el nivel de ingresos crece, a un nivel digamos I^{**}, observaremos que la restricción presupuestaria se **desplaza paralelamente hacia afuera** (pues no cambia su pendiente). Si el nivel de ingresos cae, a un nivel digamos I^{*}, observaremos que la restricción

[1] Combinación de bienes X e Y

presupuestaría se **desplaza paralelamente hacia dentro**. Gráficamente tenemos:

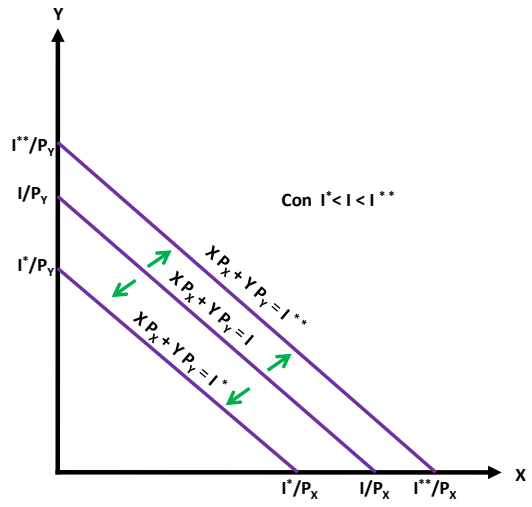


Figura 2.2: Restricción presupuestaría tras cambios en I

Podemos observar que tras incrementos del ingreso aumenta el conjunto de factibilidad, los individuos ahora al tener un mayor nivel de ingreso y mantenerse lo demás constante, pueden acceder a comprar un mayor conjunto de canastas que antes. Se puede realizar el mismo análisis tras una caída en el nivel de ingresos y mantenerse lo demás constante, ahora el conjunto de factibilidad se reduce, los individuos tienen menos ingresos, y pueden acceder a comprar un menor conjunto de canastas.

Veamos ahora como cambia la restricción presupuestaria tras **cambios en uno de los precios**, los precios como vimos son parte de la pendiente de la restricción presupuestaria, por lo tanto un cambio en un precio **alterará la pendiente**, *manteniendo como pivote el extremo del precio que no fue alterado.*

Para observar esto con mas claridad, volvamos a la ecuación que representa a la restricción presupuestaria en nuestro plano: $Y = \dfrac{I}{P_Y} - \dfrac{P_X}{P_Y} \cdot X$, ahora

sin perdida de generalidad asumamos cambios sobre el nivel de precios del bien Y, podemos observar que el termino P_Y representa parte de la pendiente de la restricción presupuestaria. Entonces si el precios del bien Y crece, a un nivel digamos P_Y^{**}, observaremos que la restricción reduce su pendiente. Si el nivel de ingresos cae, a un nivel digamos P_Y^{*}, observaremos que la restricción presupuestaría aumenta su pendiente. Gráficamente tenemos:

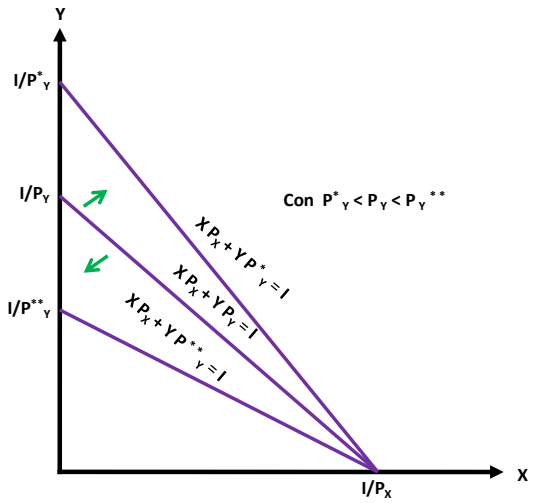


Figura 2.3: Restricción presupuestaría tras cambios en P_Y

Podemos observar que tras incrementos del precio del bien Y el conjunto de factibilidad se reduce, los individuos ahora al tener que pagar un mayor precio por este bien y mantenerse lo demás constante, pueden acceder a comprar un menor conjunto de canastas que antes. Se puede realizar el mismo análisis tras una caída en el precio del bien Y y mantenerse lo demás constante, ahora el conjunto de factibilidad se crece, los individuos tienen que pagar un menor precio por Y, y pueden acceder a comprar un mayor conjunto de canastas.

2.2.3 Curvas de indiferencia

Ahora que tenemos la restricción presupuestaria y conocemos las combinaciones factibles de canastas a la que puede acceder cada individuo, veamos las preferencias de los individuos por estas canastas a las que pueden acceder. Para empezar con esto, definiremos el concepto de **Curva de Indiferencia**, que serán el conjunto de todas aquellas canastas de bienes (X, Y) que le son indiferente al individuo[2] escoger.

Es importante destacar que las curvas de indiferencias nacen desde las **preferencias** de los consumidores, entonces para darle forma a estas curvas debemos primero darle cierta hablar respecto a las preferencias, como supuesto diremos que estas cumplen con tres condiciones:

1. **Orden**, que se refiere a que si tenemos dos canastas C_1y C_2 , están deben cumplir con una de tres condiciones.
   - Que C_1 sea más preferida a C_2. Esto se expresa cómo:
     $$C_1 \succ C_2$$
     O que,
   - C_1 sea menos preferida a C_2. Esto se expresa cómo:
     $$C_1 \prec C_2$$
     O que,
   - C_1 sea igualmente prefería a C_2. Esto se expresa como:
     $$C_1 \sim C_2$$
2. **Transitividad**, que se refiere a que si una canasta C_3 es más preferida a una canasta C_2, y la canasta C_2 es más preferida a la canasta C_1, entonces C_3 es más preferida a C_1. Esto queda expresado por:
   $$(C_3 \succ C_2) \wedge (C_2 \succ C_1) \Rightarrow (C_3 \succ C_1)$$
3. **Insaciabilidad**, que se refiere a que si tenemos dos canastas, C_1 y C_2, tal que C_1 tenga una cantidad muy pequeña adicional de un bien con respecto a C_1, se dará que C_2 será más preferida a C_1, es decir:
   $$(C_2 = C_1 + \Delta) \Rightarrow (C_2 \succ C_1)$$

[2]Entiéndase que le reportan e mismo nivel de felicidad o utilidad,

Al considerar las anteriores condiciones sobre las preferencias,las curvas de indiferencias toman una forma **Convexa**[3] en el plano con coordenadas (X, Y) que como ya hemos trabajado, es el plano que muestra la combinación de canastas a las que puede acceder un individuo.

Gráficamente podemos observar lo siguiente:

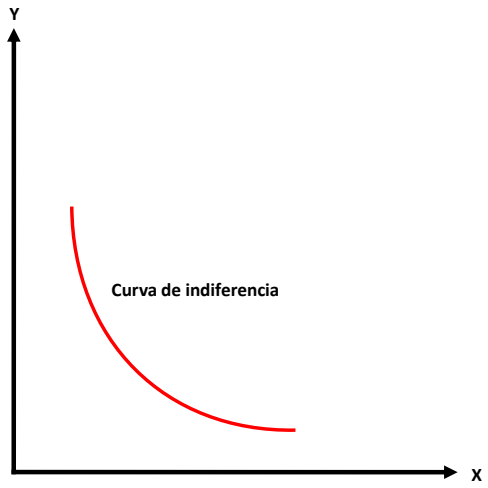


Figura 2.4: curva de indiferencia

Como mencionamos la **curva de indiferencia es convexa** la intuición detrás de esto es que los individuos prefieren canastas intermedias, pues notar que si nos situamos en un punto de la curva de indiferencia de la figura, donde consumimos mucho del bien X y poco del bien Y, y quisiéramos intercambiar unidades de X por unidades de Y manteniendo el mismo nivel de utilidad (es decir manteniendonos en la misma curva de indiferencia), estaríamos a dar muchas unidades de X por unidad de Y, el individuo por tanto tenderá a preferir canastas intermedias[4] pues obtiene mas utilidad por el consumo de cada bien.

[3]Podríamos flexibilizar esta afirmación y decir que las curvas de indiferencia pueden tomar una forma Cuasi-convexa.

[4]Esto se cumplirá solo bajo ciertas condiciones, en ciertos contextos los individuos preferirán canastas situadas en los extremos (bienes sustitutos perfectos), esto lo revisaremos

Revisemos algunas propiedades de las curvas de indiferencia:

- La existencia de un **mapa de curvas de indiferencia** [5]. Esto nos dice que no importa el lugar del mapa en el que nos encontremos siempre podremos encontrar una curva de indiferencia. Un ejemplo es ver la siguiente figura:

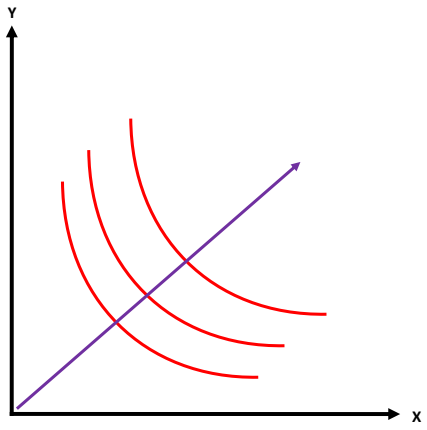


Figura 2.5: Mapa de curva de indiferencia

- **Curvas de indiferencia más lejanas al origen representan mayor utilidad**, las curvas que están más distantes al origen entregan un mayor nivel de utilidad, esto pues contienen una mayor cantidad de bienes. gráficamente:

en las próximas secciones.

[5]Siempre y cuando las preferencias del individuo cumpla con la insaciabilidad.

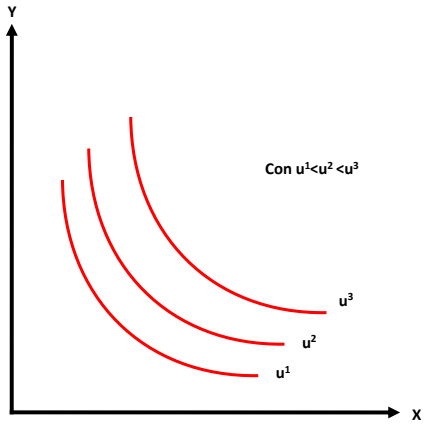


Figura 2.6: Curvas de indiferencia con mayor utilidad

- Las curvas de indiferencia **no se pueden cortar**. Esto dado que se viola la propiedad de transitividad. Para ver esto veamos un ejemplo: supongamos que tenemos la siguiente situación donde dos curvas se cortan:

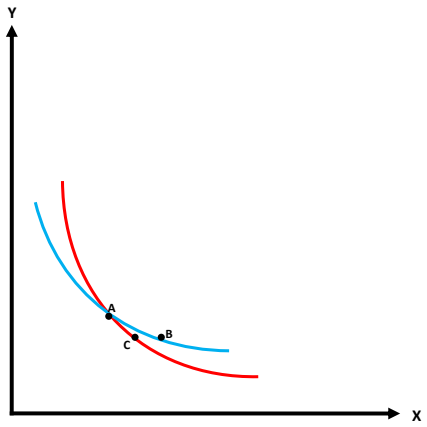


Figura 2.7: Curva de indiferencia que se cortan

Si esto ocurriera, vemos que $A \sim B$ y que $A \sim C$, y por consiguiente, debería darse qué $B \sim C$, pero es fácil observar que la canasta B contiene mas unidades de bienes que la canasta C por lo tanto $B \succ C$ por lo tanto, nos enfrentamos con una contradicción de encontrarnos en esta situación.

- Las curvas de indiferencia **tienen pendiente negativa**, como vimos en el caso anterior. La pendiente de las curvas de indiferencia también se denomina **Tasa Marginal de Sustitución del Consumo**, ya entraremos a revisar este último concepto en detalle. La intuición detrás de esto es directa si recordamos la definición de la curva de indiferencia, *las canastas que entregan el mismo nivel de utilidad*, esta relación negativa nos dice que tras ver incrementadas las unidades del bien X debemos renunciar a unidades del bien Y para mantenernos dentro de la misma curva de indiferencia y por tanto recibir el mismo nivel de utilidad, lo que resulta ser bastante lógico.

Ahora bien, la forma convexa de las curvas de indiferencia que determinamos anteriormente se cumple para situaciones en donde los productos disponibles para comprar son **bienes**[6] . Pero perfectamente pueden darse otras situaciones, que precederemos a mencionar:

- **Un bien y un mal** , donde las curvas de indiferencia tendrían la siguiente forma:

[6]Recordar que un bien es algo donde más es preferido a menos.

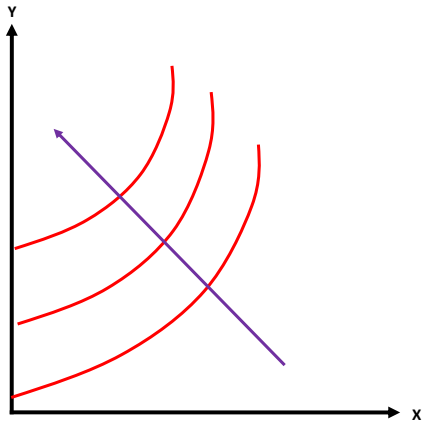


Figura 2.8: Curva de indiferencia, un bien y un mal

Donde en el gráfico, Y representa un bien y X un mal. Por lo tanto el beneficio aumenta hacia las unidades de Y.

- **Dos males**, donde las curvas de inferencia tendrán la siguiente forma:

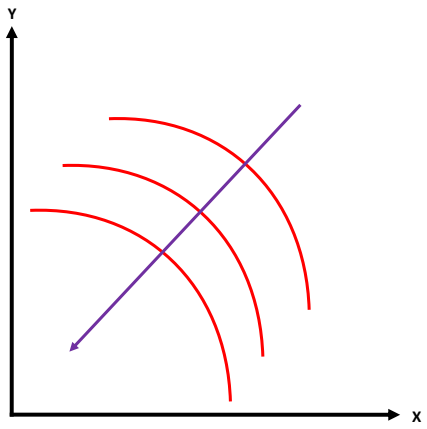


Figura 2.9: Curva de indiferencia, dos males

Es posible observar que la utilidad aumenta a menor cantidad de ambos males.

- **Un bien y un neutro**[7], donde las curvas de indiferencia tendrán la siguiente forma:

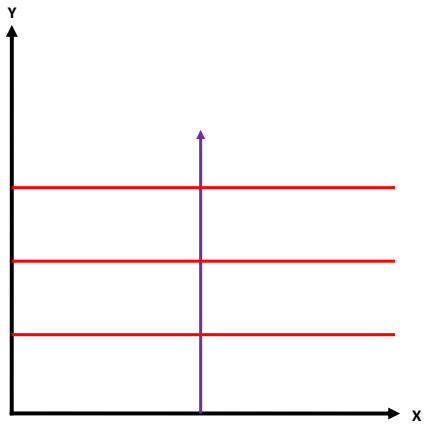


Figura 2.10: Curva de indiferencia, un bien y un neutro

Donde la utilidad aumentará mientras mayor sea la cantidad que tenemos del bien Y, siendo X neutro. También se puede dar el caso de un producto neutro y un mal, donde el gráfico es el mismo pero la flecha roja tendrá el signo contrario.

En nuestro ejemplo inicial, la curva de indiferencia tomaba esa curvatura porque representaba 2 bienes con un grado de sustitubilidad normal, esto no siempre debe ser así, veamos entonces como se ven las curvas de indiferencia cuando consideramos 2 bienes que tienen grados de sustitubilidad extremos:

- **Bienes complementos perfectos**, es decir, que para dar beneficio al agente deben ser consumidos en una proporción determinada, por ejemplo el pan y la mantequilla. Estos bienes generan curvas de indiferencia de la siguiente forma:

[7]Un bien es neutro cuando más es indiferente a menos

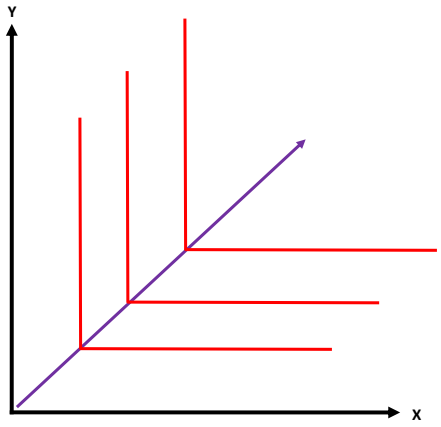


Figura 2.11: Curva de indiferencia, bienes complementos perfectos

¿por qué la curva toma esta forma?, es fácil observar que en la figura si nos situamos en el vértice de algunas de las curvas de indiferencia y luego aumentamos unilateralmente el consumo de 1 de los bienes, por ejemplo del bien X, nos mantendremos dentro de la misma curva por tanto dentro del mismo nivel de utilidad, esto no dice mas que el individuo cuando presenta aquellas curvas de indiferencia para aumentar su utilidad debe consumir de ambos bienes necesariamente, es decir tiene preferencia por bienes complementarios.

- **Bienes sustitutos perfectos**, es decir, que dos bienes sean capaces de suplir la misma necesidad, por ejemplo la mantequilla y la margarina. Estos bienes generan curvas de indiferencia de la siguiente forma:

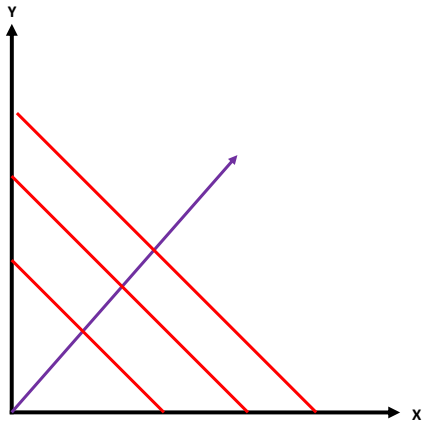


Figura 2.12: Curva de indiferencia, sustitutos perfectos

¿por qué la curva toma esta forma?, para ello observemos que a lo largo de toda la curva de indiferencia la pendiente, y con ello la relación por la que sustituiría un bien por el otro, es siempre la misma, es decir son sustitutos perfectos.

2.2.4 Función de utilidad

La función de utilidad es una función que simplemente nos entrega un valor numérico para cada combinación de canastas, con el fin de clasificarlas desde la más preferida a la menos preferida, asumiendo que siempre más es preferido a menos.

Como se puede intuir la utilidad dependerá de las cantidades de cada uno de los bienes (x e y) que tengamos, dependiendo de estos. Matemáticamente la utilidad quedará definida como:

$$U = U(x, y) \tag{2.2.4.1}$$

Lo anterior no es más que una formalización matemática de como representar la utilidad de los individuos, por tanto estas funciones deberán cumplir con representar fehacientemente las curvas de indiferencias y los axiomas que

representamos desde un comienzo.

En nuestra función entonces, U representa el nivel de utilidad que alcanza el individuo, que depende de la cantidad consumida del bien x e y, y de la preferencia de los individuos dadas por la forma funcional $U()$.

Ahora que ya introducimos las curvas de indiferencia, permitámonos volver a un par de los conceptos definidos anteriormente, y formalizarlos un poco mas.

- **La curva de indiferencia** notar que desde la función de utilidad podemos obtener una expresión también para la curva de indiferencia, que nos sirve para aterrizar este concepto, supongamos la siguiente función de utilidad:

  $$U(x, y) = \alpha x + \beta y$$

  Si quisiéramos obtener la curva de indiferencia que entrega un nivel de utilidad igual a 10, entonces debemos fijar el nivel de utilidad en aquel numero, y despejar y o x, entonces:

  $$10 = \alpha x + \beta y$$

  $$y = \frac{10 - \alpha x}{\beta}$$

  Donde esta última expresión nos entrega la curva de indiferencia para alcanzar un nivel de utilidad 10, podríamos generalizar algo más esta expresión, y construir la curva de indiferencia para un nivel de utilidad general $\bar{u}$, que correspondería a:

  $$y = \frac{\bar{u} - \alpha x}{\beta}$$

  Notar que lo anterior indica como debe cambiar la cantidad de unidades consumidas del bien y tras cambios en el consumo del bien x manteniendonos en un nivel de utilidad $\bar{u}$, para la función de utilidad particular que definimos.

- **Curvas de indiferencia con diferente grado de sustitubilidad**, también podemos darle una forma funcional[8] a cada una de las curvas de indiferencia que definimos anteriormente:

  - **Grado sustitubilidad intermedio**, que fue nuestro primer ejemplo, es representado por una de las funcionas más utilizadas en la economía denominada **Cobb- Douglas**, que son de la forma:

$$U(x,y) = x^{\alpha}y^{\beta}$$

  - **Sustitutos Perfectos**, que son representados por una **función lineal** de la forma:

$$U(x,y) = \alpha x + \beta y$$

  - **Complementos perfectos**, que son representados por una **leontief** de la forma:

$$U(x,y) = Min[\alpha x, \beta y]$$

Finalmente, revisemos con la debida dentención la TMS.

2.2.4.1 La tasa marginal de sustitución del consumo (TMS o RMS)

Ya nos aventuramos a decir que **la pendiente de la curva de indiferencia corresponde a la tasa marginal de sustitución de consumo** (TMS) o **relación marginal de sustitución** (RMS) , permitámonos revisar este concepto con algo mas de profundidad.

La tasa marginal nos dice por tanto el número de unidades de un bien a las que está dispuesto a renunciar un consumidor a cambio de una unidad adicional del otro bien, manteniendonos en el mismo nivel de utilidad.

Es necesario antes del comprender del todo este concepto, recordar lo que es la **Utilidad marginal**, la *utilidad marginal corresponde al incremento de la utilidad tras aumentar en 1 unidad el consumo de uno de los bienes*,

[8]Estas se desprender desde que son las funciones que sus curvas de nivel representan cada una de las curvas de indiferencia que ya discutimos, la comprensión de este punto escapa de los alcances de este apunte.

podemos expresar entonces la utilidad marginal, digamos sobre el bien x, matemáticamente como:

$$Umg_x = \frac{\Delta U(x,y)}{\Delta x} \tag{2.2.4.2}$$

Como el cambio sobre x es marginal, entonces lo anterior lo podemos reescribir como:

$$Umg_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x} \tag{2.2.4.3}$$

Que no es más que la derivada parcial de la función de utilidad respecto al bien x.
Análogamente la utilidad marginal para el bien y resulta ser:

$$Umg_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y} \tag{2.2.4.4}$$

Con esto en mente, formalicemos matemáticamente la tasa marginal de x respecto a y ($TMS_{x,y}$), que corresponderá a cuanto estoy dispuesto a renunciar del bien y (es decir la utilidad correspondiente por dejar de consumir unidades de y, $-Umg_y = \frac{\partial U(x,y)}{\partial y}$, tras recibir una unidad del bien x (es decir la utilidad que recibo por ello, $Umg_x = \frac{\partial U(x,y)}{\partial x}$), para mantener mi utilidad constante. Esto es:

$$TMS_{x,y} = -\frac{\frac{\partial U(x,y)}{\partial x}}{\frac{\partial U(x,y)}{\partial y}} = -\frac{Umg_x}{Umg_y} \tag{2.2.4.5}$$

Como se observa la $TMS_{x,y}$[9] es entonces la división de las utilidades marginales. Este es un importantisimo concepto, que con la **relación de precios** que ya definimos, nos ayudan a comprender la condición de equilibrio del consumo de los agentes, que determinará cuanto demanda cada individuo de cada uno de los bienes.

2.3 La condición de optimalidad

A continuación estudiaremos la condición de optimalidad, desprenderemos esta primero graficamente, para luego inferior su representación matemática, luego revisaremos los casos particulares de funciones.

[9]Podríamos haber desprendido esta definición de una manera mas formal, tras diferenciar la función de utilidad respecto a cada uno de los bienes, y hacer el cambio en la utilidad 0, pero esto requiere conocimiento de herramientas matemáticas aún no revisadas.

2.3.1 El consumo optimo gráficamente

Consideremos un individuo que consumo 2 bienes, x e y, cuyas preferencias por estos bienes están ordenadas por la función $u(x, y)$, ademas los precios de x e y son p_x y p_y respectivamente, finalmente el individuo cuenta con un nivel de ingreso I.

Con la información anterior, podemos construir la restricción presupuestaria del individuo, en la cual podemos ver el conjunto de factibilidad de canastas a la que este puede acceder:

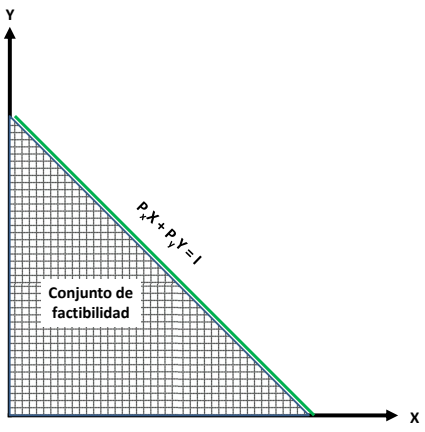


Figura 2.13: restricción presupuestaria y conjunto de canastas factibles

De la misma forma, las preferencias representadas en la función de utilidad nos entregan un mapa de curvas de indiferencias del individuo:

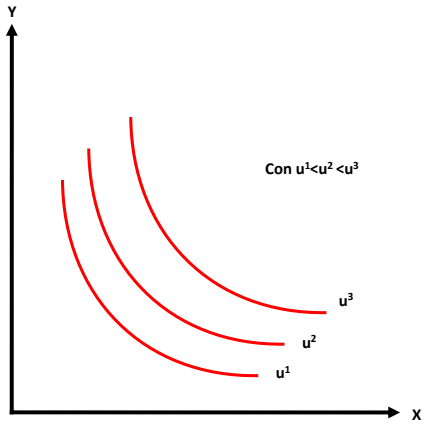


Figura 2.14: mapa de restricción presupuestaria

Con esta información, podemos ya intuir que el punto optimo de consumo, se debe dar **sobre la ecuación de restricción presupuestaría**, pies sobre ella se puede acceder, dado un nivel de ingreso, a la mayor cantidad de bienes y por tanto a la mayor utilidad.

La pregunta que nos cabe hacer ahora, es ¿cuál es el punto sobre la restricción presupuestaria que nos entregara el nivel óptimo de consumo?. La respuesta a esta pregunta, es que **será aquel punto en que la curva de indiferencia corte tan solo una vez a la restricción presupuestaria**. Gráficamente:

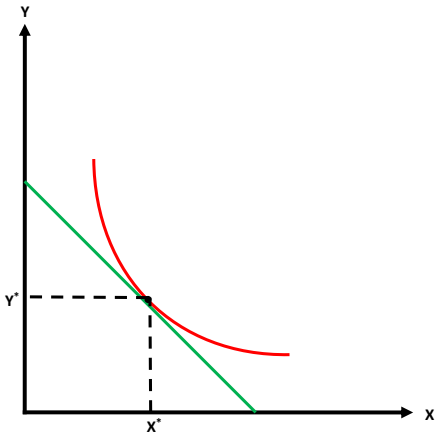


Figura 2.15: Canasta optima de consumo

Pero ¿por qué se da sobre este punto y no otro?, para ello permitámonos una situación gráfica inicial que no cumpla con lo que acabamos de definir, por ejemplo como la siguiente figura:

Figura 2.16: Canastas sub-optima de consumo

¿Por qué no consumir la canasta a o b de la figura?, no la consumiríamos

pues es posible acceder con aquella restricción presupuestaria a curvas de nivel mas lejanas del origen, que entregan por tanto un mayor nivel de utilidad, y que aún estén dentro de nuestro presupuesto. Por lo tanto el individuo querrá llevar la curva de indiferencia, y con ello su utilidad, lo mas lejana del origen, y esto se da justamente cuando la curva corta en un solo punto a la restricción presupuestaria, gráficamente esto es:

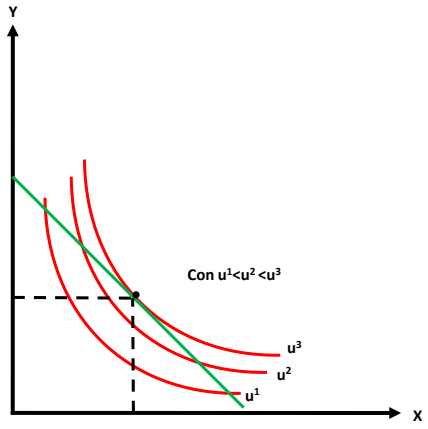


Figura 2.17: Curvas de indiferencia con mayor utilidad

. Por tanto, tras un inspección gráfica podemos observar que la **condición de optimalidad**, se da sobre la canasta que cumple con que **la curva de indiferencia es tangente a la restricción presupuestaria**, es decir, **cuando sus pendientes son iguales**.

Para seguir interiorizando en esta condición, hagamos una revisión matemática de este equilibrio, con las herramientas que ya hemos definido.

2.3.2 El consumo optimo matemáticamente

Como acabamos de desprender en el optimo se da que: **la curva de indiferencia es tangente a la restricción presupuestaria**, es decir, **cuando sus pendientes son iguales**, notemos ahora que ya hemos definido la pendiente de la función de utilidad, TMS, y la pendiente de la restricción presupuestaria, la relación de precios. Entonces, tendremos que en el equilibrio

se cumple la siguiente **condición de optimalidad**:

$$TMSx_y = \frac{p_x}{p_y} \tag{2.3.2.1}$$

De lo que obtenemos:

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{p_x}{p_y} \tag{2.3.2.2}$$

De esta última relación, podemos reescribirla para interpretar el óptimo de una interesante forma:

$$\frac{Umg_x}{p_x} = \frac{Umg_y}{p_y} \tag{2.3.2.3}$$

Leyendo esta última ecuación, nos dice que: **en el optimo se cumple que la utilidad marginal por peso gastado en el bien x, se iguala a la utilidad marginal por peso gastado en el bien y**.
Discutamos porque esta condición resulta ser de equilibrio, para ello situémonos en las siguientes 2 situaciones:

1. $\frac{Umg_x}{p_x} > \frac{Umg_y}{p_y}$, en este caso la utilidad marginal por peso gastado en el bien x es mayor a la del bien y, ¿cuál seria el comportamiento optimo del agente?, en este caso el agente tendría incentivos a aumentar su consumo por el bien x (pues comprar utilidad a través de ese bien le es más barato), entonces si aumenta el consumo del bien x, en nuestra ecuación el termino Umg_x se haría mas pequeño[10], con esto car el lado izquierdo, ¿hasta cuando el individuo sustituirá del bien y por el bien x?, la respuesta ha esto es, hasta que la condición anterior se iguale, pues ahí le es igual de barato comprar utilidad a través de cualquiera de los bienes
2. $\frac{Umg_x}{p_x} > \frac{Umg_y}{p_y}$, en este caso la utilidad marginal por peso gastado en el bien y es mayor a la del bien x, análogamente al caso anterior, el individuo sustituirá del bien x por el bien y hasta que la condición anterior se iguale.

[10]Pues la utilidad marginal es decreciente en el bien, esto se desprende del hecho de que ha medida que voy aumentando el consumo de un bien, este me entrega cada vez menos utilidad, pues ya tengo mucho de él.

Con este ejercicio queda demostrado que el individuo tiene incentivos para consumir hasta el punto que nos indica nuestra condición de optimalidad: $\frac{Umg_x}{p_x} = \frac{Umg_y}{p_y}$.

2.3.3 La condición de optimalidad en diferentes escenarios

La condición que acabamos de desprender se cumple por lo general, salvo excepciones que no es posible aplicarla por limitaciones de las herramientas matemáticas o por no ser correcta conceptualmente, estos casos corresponden a los bienes complementos perfectos (con la función leontief) y los bienes sustitutos perfectos (con la función lineal) correspondientemente.

Revisaremos ambos casos a continuación:

2.3.3.1 Optimo en bienes complementos perfectos

La dificultad de encontrar el optimo en estos casos, es dada por que **no podemos definir la TMS en funciones leontief** (que es la que representa este tipo de preferencias), a pesar de esto, no estamos del todo perdidos, sabemos que de todas formas existe un punto optimo, gráficamente:

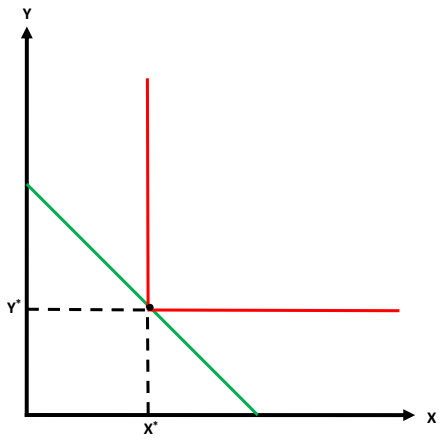


Figura 2.18: Consumo optimo con bienes complementos perfectos

Para obtener entonces dicha canasta, procedemos a calcularla de la siguiente forma, supongamos los mismos parámetros ya definidos, y la función

de utilidad leontief:

$$Min[\alpha x, \beta y]$$

Lo que el individuo hará para maximizar su utilidad, es gastar su nivel de ingreso de tal forma que consuma en las proporciones en que recibe utilidad, esta proporción la podemos obtener desde la función de utilidad, y esta dada por:

$$\alpha x = \beta y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\beta}{\alpha}$$

Sabemos entonces que el comportamiento optimo del individuo sera consumir en estas proporciones, para encontrar entonces la cantidad optima, usemos esa condición y reemplacemosla en la restricción presupuestaria (esto último para encontrar una expresión para la cantidad demandada de cada bien, en función de los ingresos y los precios). Entonces tenemos:

$$\frac{x}{y} = \frac{\beta}{\alpha}$$

$$x = \frac{y\beta}{\alpha}$$

y de la restricción presupuestaria tenemos:

$$p_x x + p_y y = I$$

reemplazando la ecuación anterior:

$$p_x \frac{y\beta}{\alpha} + p_y y = I$$

de lo que obtenemos:

$$y(\frac{px\beta}{alpha} + p_y) = I$$

$$y\frac{p_x\beta + p_y\alpha}{\alpha} = I$$

$$y^* = \frac{I\alpha}{p_x\beta + p_y\alpha}$$

y como:

$$\alpha x = \beta y$$

Entonces:

$$x^* = \frac{I\beta}{p_x\beta + p_y\alpha}$$

Donde x^* e y^* corresponden a las cantidades optimas de consumo de cada uno de los bienes.

2.3.3.2 Optimo en bienes sustitutos perfectos

Cuando estamos bajo preferencias de sustitutos perfectos, encontraremos habitualmente soluciones esquinas, en rigor podemos observar 3 casos, cuando sólo consumo del bien x, cuando solo consumo del bien y, o cuando hay infinitas combinaciones de canastas.

Repitamos el ejercicio de encontrar las canastas optimas gráficamente, pero con este tipo de preferencias, con esto obtendremos rápidamente que las posibles soluciones, deprendiendo de la relación que existe entre las pendientes de la curva de indiferencia y la relación de precios, están dadas por:

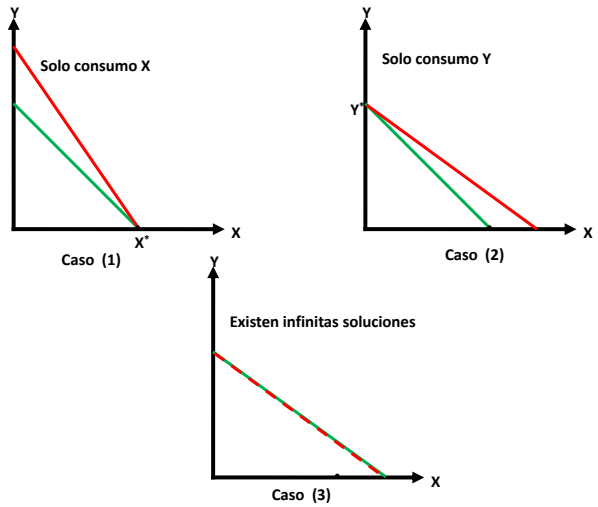


Figura 2.19: Casos posibles de canastas optimas, con bienes sustitutos perfectos

Entonces tenemos los 3 casos, donde:

1. cuando la curva de indiferencia tiene mayor pendiente que la restricción presupuestaria, nos ubicamos en el caso 1, y solo consumimos del bien x

2. cuando la curva de indiferencia tiene menor pendiente que la restricción presupuestaria, nos ubicamos en el caso 2, y solo consumimos del bien y

3. cuando la curva de indiferencia tiene la misma pendiente que la restricción presupuestaria, nos ubicamos en el caso 3, y nos es indiferente entre escoger cualquier canasta sobre la restricción presupuestaria.

Una forma mas intuitiva de ver estas soluciones es la siguiente:

$$\begin{cases} \text{si} \quad \dfrac{Umg_x}{Umg_y} > \dfrac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow \dfrac{Umg_x}{p_x} > \dfrac{Umg_y}{p_y} \quad \Rightarrow \quad \text{sólo consumo del bien x} \\ \text{si} \quad \dfrac{Umg_x}{Umg_y} < \dfrac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow \dfrac{Umg_x}{p_x} < \dfrac{Umg_y}{p_y} \quad \Rightarrow \quad \text{sólo consumo del bien y} \\ \text{si} \quad \dfrac{Umg_x}{Umg_y} = \dfrac{p_x}{p_y} \Leftrightarrow \dfrac{Umg_x}{p_x} = \dfrac{Umg_y}{p_y} \quad \Rightarrow \quad \text{soy indiferente entre las canastas} \end{cases}$$

lo anterior nos indica, por ejemplo el primer caso, cuando la pendiente de la curva de indiferencia es mayor a la pendiente de la restricción presupuestaria, es equivalente al observar, que la utilidad marginal por peso gastado en el bien x es mayor, y como los bienes son sustitutos perfectos, consumo solo del bien x.

2.4 Efecto ingreso y efecto sustitución

Ya que sabemos cómo encontrar el óptimo de la decisión de consumo, vamos a analizar qué ocurre cuando hay un cambio en precios. Para esto imaginemos que tenemos una restricción presupuestaria y una curva de indiferencia que es tangente (estamos en el optimo). Ahora ¿Qué ocurre cuando disminuye el precio del bien x ?, se producen dos efectos. Por un lado, el bien y es relativamente más caro, y por lo tanto, tenderemos a sustituirlo por el bien x. Este efecto se denomina **Efecto Sustitución**.

Por otro lado, la disminución del precio amplia la restricción presupuestaria, aumentando nuestro **ingreso real**[11] , y entonces podemos comprar más

[11]El ingreso real se refiere a la cantidad de bienes que podemos comprar con el dinero, mientras el ingreso nominal se refiere a la cantidad nominal de dinero con la que contamos.

de ambos bienes. Este efecto se denomina **Efecto Ingreso**.

Entonces para encontrar las magnitudes de estos dos efectos, debemos mantener el ingreso real constante, y para esto debemos dar o quitar ingreso de modo que en la nueva relación de precios, el consumidor pueda alcanzar el nivel de utilidad inicial, es decir, esté indiferente al nivel inicial de utilidad. De esta forma, la distancia entre la cantidad inicial y la nueva canasta indiferente será el efecto sustitución, y la distancia entre la nueva canasta y la canasta inicial será el efecto ingreso.

Para facilitar la comprensión de esto, desarrollemos el proceso gráfico con más detención:

Partamonos dando un equilibrio inicial:

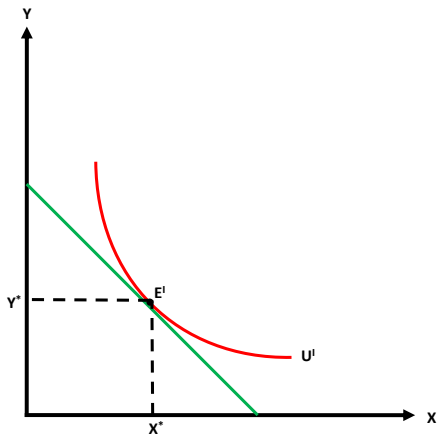


Figura 2.20: equilibrio inicial

Luego bajemos el precio del bien, lo que como ya vimos cambia la pendiente de la restricción presupuestaría, dada la nueva restricción presupuestaria alcanzamos un nuevo nivel de optimo, lo que nos interesa ahora, es estudiar los efectos ingreso y sustitución que se esconden detrás de este cambio.

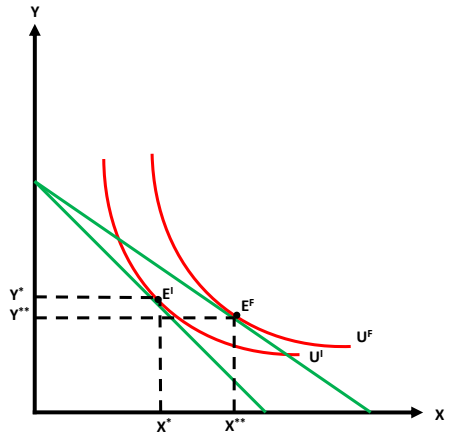


Figura 2.21: Nuevo equilibrio

Como indicamos anteriormente, para separar estos efectos, debemos bajar[12] la nueva restricción paralela[13] hasta que sea tangente al primer nivel de utilidad, quedando finalmente:

[12]En este caso particular la bajamos pues partimos desde la situación inicial en que caía el precio del bien x.

[13]Para mantener el ingreso real constante.

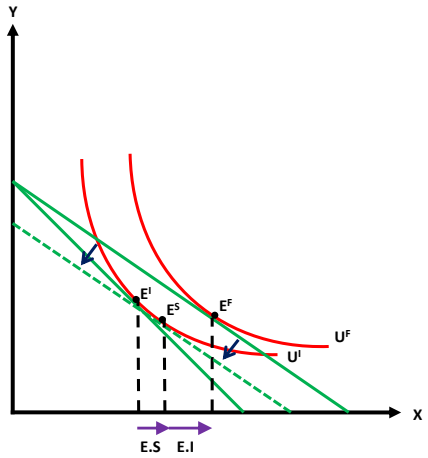


Figura 2.22: efecto sustitución y efecto ingreso

En la imagen se observar que desde el punto a al punto b aislamos el efecto sustitución, y del punto b al punto c obtenemos el efecto ingreso.

De este ejemplo podemos observar que tras una caída del precio del bien x, el efecto sustitución e ingreso son positivos. Podemos decir que por el signo de este último efecto, que el bien que estamos analizando es un **bien normal** Respecto al **signo del efecto sustitución** no podemos decir mucho respecto al tipo de bien, pues este es **siempre igual** (si cae el precio de bien x, siempre consumiré más de él por este efecto, independiente de la naturaleza bien)[14].

De la misma forma, podemos clasificar a los **bienes inferiores**, como **aquellos que su efecto ingreso es negativo**, observemos el siguiente ejemplo gráfico donde el bien x resulta ser un bien inferior:

[14]En rigor es nunca consumiré menos de aquel bien, pues se puede dar el caso de que este efecto sea 0 en los sustitutos perfectos.

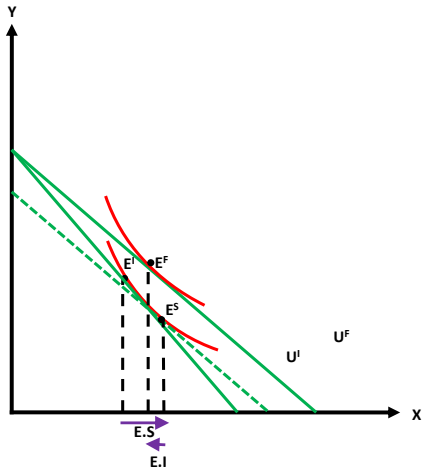


Figura 2.23: efecto sustitución e ingreso, de un bien inferior

.

Lo primero que cabe destacar es que en esto tipo de **bienes inferiores, el efecto sustitución va en dirección contraria al efecto ingreso**, es interesante notar también que, en **los bienes normales, el efecto sustitución refuerza al efecto ingreso.**

Ahora es interesante formular la siguiente pregunta, ¿puede el efecto sustitución ingreso ser más grande que el efecto sustitución?, esta pregunta es interesante en cuanto que si se llegase a cumplir, estaríamos bajo el escenario en que, tras una caída del precio del bien x terminaría demandando menos de aquel bien, lo que resulta ser bastante poco intuitivo.

La respuesta a la pregunta que formulamos resulta ser afirmativa, es más, **aquellos bienes inferiores que el efecto ingreso ingreso es más grande que el efecto sustitución se definen como bienes giffen**, a pesar de factibilidad teórica en la practica resulta no presentarse evidencia respecto a estos vienes.

Graficamente, el efecto sustitución y el efecto ingreso de un bien giffen se ve como sigue:

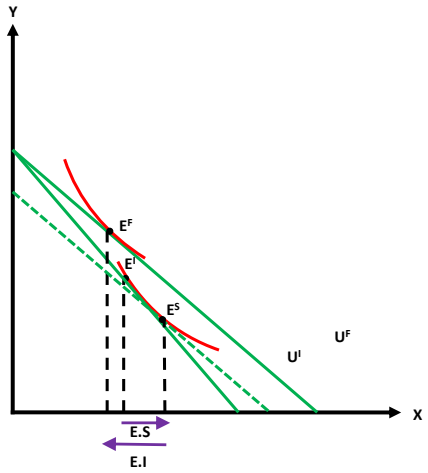


Figura 2.24: efecto sustitución e ingreso, bien giffen

.

Para cerrar ideas de los conceptos presentados, podemos resumir la nueva clasificación de bines condicionado a la naturaleza de sus efectos de la siguiente forma, **tras una caída del precio del bien** x:

Tipo de Bien	Efecto Sustitución	Efecto Ingreso	E.S v/s E.I
Bien normal	+	+	-
Bien inferior	+	-	E.S ¿E.I
Bien giffen	+	-	E.S ¡E.I

Tabla 2.1: Tabla resumen, tipo de bienes

También podríamos agregar a los **bienes superiores, que son aquellos que su demanda crece más que proporcionalmente al incremento del ingreso**.

2.5 Determinando la curva de demanda

Ya hicimos un repaso por todos los conceptos claves necesarios para poder desprender la curva de demanda, cabe destacar que existen 2 tipos de demanda que procederemos a desprender, **la demanda marshaliana**, que

considera el efecto sustitución y el efecto ingreso. Y **la demansa Hicksiana** que sólo **considera el efecto sustitución**.

2.5.1 Demanda Marshaliana

Entonces la demanda marshaliana es aquella función de demanda que relaciona la cantidad demandada de un bien, ante variaciones de los precios relativos y el ingreso real del individuo.

Cómo ya mencionamos, esta demanda entonces considera el efecto total, es decir el efecto ingreso más el efecto sustitución, en el calculo de las variaciones de la cantidad final demandada.

Matemáticamente tendremos que las funciones de demandas marshalianas se presentan de la siguiente forma: $x^m = (p_x, p_y, I)$, es decir como funciones que la cantidad depende del precio de aquel bien (p_x), de los bienes asociados (p_y), y del nivel de ingreso (I)

Procedamos desprendiendo dicha demanda gráficamente, como ya lo hemos realizados, partamos de un equilibrio inicial, luego reduzcamos sistemáticamente el precio del bien x, y veamos como cambia para cada nueva relación de precios relativos la cantidad demandada para el bien x.

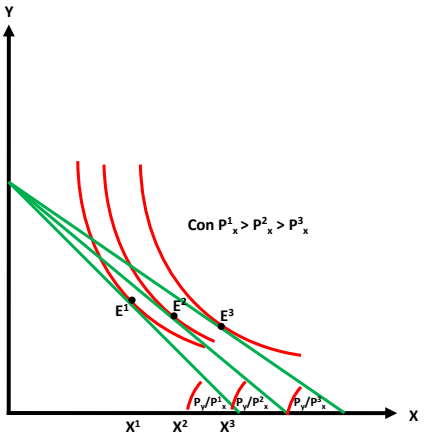


Figura 2.25: Cambios en la demanda de x, tras cambios en su precio

Ahora, nos basta con tan solo llevar dichos resultados a un plano (P_x, x) en donde representamos la demanda que estamos acostumbrados a observar, para ello llevemos graficamos ordenadamente, el precio del bien x y la cantidad demandada a ese precio a este nuevo plano, es decir graficaremos las coordenadas (P_x^1, x^1), (P_x^2, x^2), (P_x^3, x^3)..., de lo que obtenemos la demanda marshaliana:

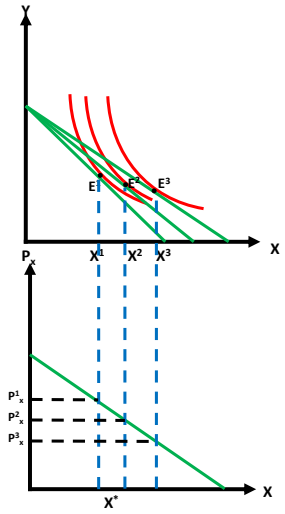


Figura 2.26: demanda marshaliana

Como podemos observar la demanda obtenida tiene pendiente negativa, pues representa las preferencias por bienes normales. Un ejercicio interesante propuesto para el lector, es desprender las demandas marshalianas de un bien giffen, y observar que estas cumplen con la particularidad de tener pendiente positiva.

2.5.2 Demanda Hicksiana

Entonces la demanda hicksiana es aquella función de demanda que relaciona la cantidad demandada de un bien, ante variaciones de los precios relativos y el ingreso real del individuo.

Cómo ya mencionamos, esta demanda entonces considera solo el efecto sustitución (ignora el efecto ingreso), en el calculo de las variaciones de la

cantidad final demandada.

Matemáticamente tendremos que las funciones de demandas hiscksianas se presentan de la siguiente forma: $x^h = (p_x, p_y, u)$, es decir como funciones que la cantidad depende del precio de aquel bien (p_x), de los bienes asociados (p_y), y del nivel de utilidad (u)

Procedamos desprendiendo dicha demanda gráficamente, como lo realizamos en el ejemplo anterior, reduzcamos el precio del bien x sistemáticamente, y ordenemos los puntos de equilibrio que obtenemos en un plano (P_x, x), de este proceso obtenemos:

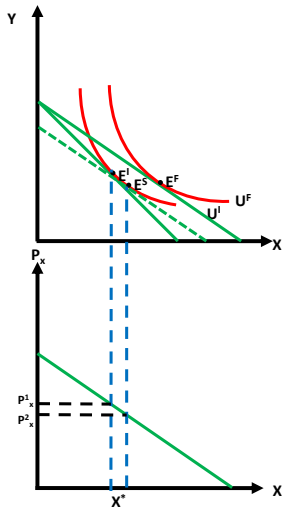


Figura 2.27: demanda hicksiana

Como podemos observar la demanda obtenida tiene pendiente negativa (y siempre la tendrá). Un ejercicio interesante propuesto para el lector, es desprender las demandas marshalianas de un bien complementos perfectos, y observar que estas cumplen con la particularidad de ser complementos inelasticas, eso puesto la sustitución entre bienes complementos perfectos es siempre igual a 0.

2.5.3 La demanda agregada

Hasta el momento hemos desprendido la demanda individual de cada mercado, pero lo cierto es que cuando se nos presenta una demanda de un

mercado esta corresponde a la suma de todas las demandas individuales de los individuos por el bien de interés, por tanto aprenderemos ahora como conseguir la demanda agregada a partir de las demandas individuales.

Comencemos primero consiguiendo esta demanda de forma gráfica, supongamos que existen dos demandas individuales que conforman la demanda agregada de un determinado mercado, para obtener esta última entonces debemos saber cuanto estarán dispuesto a demandar estos individuos cuando el precio del bien tiene cierto valor, y esto no será más que la suma de las cantidades individuales que esta dispuesta a demandar cada individuo a ese determinado precio, de esta forma **la demanda agregada corresponde a la suma horizontal de las demandas individuales**, gráficamente esto corresponde a lo siguiente:

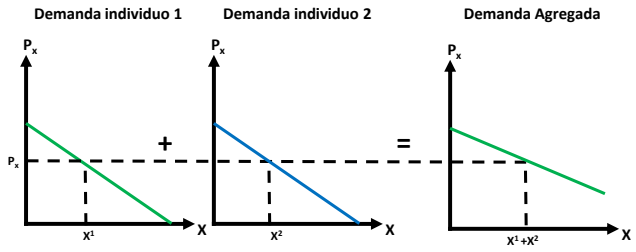


Figura 2.28: La demanda agregada

Permitámonos formalizar la demanda agregada matemáticamente, supongamos que las demandas marshalianas de cada individuo k por los i bienes existentes en la economía están dadas por una familia de funciones de la forma $x_i^k(p_1, p_2, ..., p^m, I)$, donde existen n individuos y m bienes, entonces la demanda agregada para alguno de los bienes, digamos $i = 1$, es:

$$X_1(p_1, p_2, ..., p^{i=m}, I) = \sum_{k=1}^{n} x_i^k(p_1, p_2, ..., p^{i=m}, I) \qquad (2.5.3.1)$$

Lo anterior nos dice entonces, que para encontrar la demanda agregada a partir de las demandas individuales, despejamos de estas últimas la cantidad en función del precio y sumamos, veamos un ejemplo para aterrizar esta idea.

Supongamos un bien que presenta la demanda de 2 individuos, las cuales son $x^1 = 10 - p$ y $x^2 = 20 - p$, entonces la demanda de mercado será:

$$\begin{aligned} x^1 &= 10 - p \\ x^2 &= 20 - p \\ = X &= 30 - 2p \end{aligned}$$

2.6 Modelo de consumo intertemporal

El modelo del consumidor que presentamos anteriormente es útil en cuanto nos dice en un momento determinado cuanto consumirá cada individuo de cada bien, o al menos nos ayuda a ver como los agentes sistematizan su decisión de consumo. De todas formas el modelo anteriormente asume implícitamente un escenario estático, el agente decide en un momento determinado del tiempo sin considerar por ejemplo como cambiaría su consumo si sabe que en un par de meses recibirá un shock de ingresos.

Entonces para responder a preguntas que nacen desde el tratar de comprender la decisión de consumo de los individuos desde un escenario temporal, se nos presenta el modelo de consumo intertemporal, que no es más que una extensión de lo ya estudiado hasta el momento, donde ahora nuestro agente escogerá entre **consumo presente** y **consumo futuro**.

Partamos entonces revisando los supuestos de este nuevo modelo.

2.6.1 Supuestos del MCI

En el caso del Modelo de Consumo Intertemporal, tendremos los siguientes supuestos:

- El agente que estudiaremos es un **agente representativo**, es decir, sus elecciones representarán las elecciones de un determinado grupo y no elecciones individuales.

- El individuo solo vive dos periodos: T_1 y T_2. Los cuales van a asociados a dos niveles de consumo C_1 y C_1 respectivamente.
- El agente dispone de una dotación de dinero en cada periodo, Y_1, Y_2 respectivamente.
- Los **precios están dados**, es decir, el agente acepta los precios de mercado, lo asumiremos por ahora como $P_{t=1} = 1$ y $P_{t=2} = 2$.
- El agente es capaz de relevarnos sus **preferencias**, es decir, es capaz de decirnos qué canasta prefiere entre un grupo de estas.
- Finalmente, asumiremos que **el individuo es racional**. Para ser racional un individuo debe cumplir dos condiciones:
  1. Debe tener **preferencias completas**
  2. Debe tener **preferencias transitivas**

2.6.2 Restricción presupuestaria intertemporal

Al igual como lo estudiamos en la teoría del consumidor de elección de consumo de 2 bienes, en este modelo definimos una restricción presupuestaria que representará todas las canastas de consumo presente y futuro a las que puede acceder el consumidor dado determinados parámetros, su comprensión no debería ser algo completamente nuevo.

Asumamos primero la ausencia de un sistema financiero que nos permita ahorrar o endeudarnos, deberemos consumir en cada periodo el ingreso que tenemos asignado, es decir, en T_1 nuestro consumo (C_1) será Y_1, mientras que en T_2 nuestro consumo (C_2) será Y_2, es decir, consumiremos nuestra dotación inicial. Gráficamente:

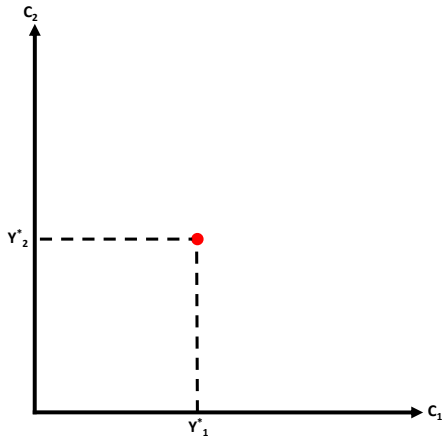


Figura 2.29: Restricción presupuestaria sin mercado financiero

Supongamos ahora que hay un **sistema financiero** que nos permite **ahorrar** o **endeudarnos** a una tasa de interés r. Esto significa, que nuestro agente puede ahorrar todo su ingreso Y_1 en el periodo T_1 y en el periodo T_2 tendrá un ingreso de $(1+r)Y_1 + Y_2$, o bien, puede endeudarse por el valor presente de sus ingresos futuros, es decir, tener un ingreso en el periodo T_1 de $Y_1 + \dfrac{Y_2}{(1+r)}$. De esta forma, si unimos estos dos puntos, formaremos **la restricción presupuestaria intertemporal**.

Para obtener matemáticamente la restricción presupuestaria, consideremos que en el periodo T_1, nuestro ingreso Y_1 lo podemos destinar a consumo C_1 o bien a ahorro S[15]. Es decir:

$$Y_1 = C_1 + S \tag{2.6.2.1}$$

Por otro lado, sabemos que el ingreso que nos quede en T_2 será totalmente destinado al consumo C_2 (ya que todo el ingreso debe ser consumido, nada se pierde). Este ingreso en T_2 equivale al ingreso del periodo Y_1 más el ahorro actualizado por los intereses. Es decir:

$$C_2 = Y_2 + (1+r)S \tag{2.6.2.2}$$

[15]Este término representa tanto deuda como ahorro, dependiendo del signo. Por convención si es positivo significará ahorro y si es negativo significará deuda.

Ahora, si despejamos el ahorro de ambas ecuaciones podemos juntarlas y hacer una sola restricción intertemporal. Entonces, de ambas ecuaciones se deduce que:

$$S = Y_1 - C_1 \tag{2.6.2.3}$$

$$S = \frac{C_2}{(1+r)} - \frac{Y_2}{(1+r)} \tag{2.6.2.4}$$

Igualando ambas ecuaciones tenemos:

$$S = S$$

$$Y_1 - C_1 = \frac{C_2}{(1+r)} - \frac{Y_2}{(1+r)}$$

y ordenando llegamos finalmente a la expresión de la restricción presupuestaría:

$$\underbrace{Y_1 + \frac{Y_2}{(1+r)}}_{\text{Ingreso en valor presente}} = \underbrace{C_1 + \frac{C_2}{(1+r)}}_{\text{Consumo en valor presente}} \tag{2.6.2.5}$$

Donde la interpretación es la misma que ya estudiamos en el modelos anterior, el lado izquierdo representa todo el ingreso que tiene el individuo en ambos periodos en valor presente, mientras que el lado derecho el gasto total en consumo que el individuo destina en amos periodos.

Esto nos dice una importante conclusión: el valor del ingreso presente debe ser equivalente al valor del consumo presente, es decir, el individuo nunca aumenta o disminuye su riqueza a lo largo del tiempo, solo la distribuye.

Ahora, para poder graficar la restricción presupuestaria intertemporal solo debemos despejar C_2 de la ecuación , obteniendo:

$$C_2 = (1+r)Y_1 + Y_2 - (1+r)C_1 \tag{2.6.2.6}$$

Donde vemos que el término que acompaña a C_1 nos dice la pendiente de la recta, siendo esta negativa y de valor $-(1+r)$[16].
Gráficamente:

[16]De esto se concluye que mayores tasas de interés generan restricciones presupuestarias intertemporales más empinadas, mientras que menores tasas generan restricciones más planas

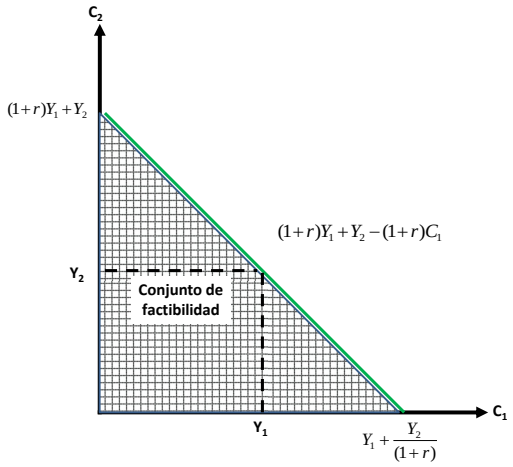


Figura 2.30: Restricción presupuestaria con mercado financiero

2.6.2.1 Estática comparativa

Permitamonos hacer un poco de estática comparativa con la restricción presupuestaria intertemporal, veamos como cambia esta tras cambios en la tasa de interés r o en alguno de los niveles de ingreso de algún periodo.

- **Cambios en** r, es fácil observar que $-(1+r)$ es la pendiente de la ecuación que define la restricción presupuestaria, ¿qué pasa si aumenta r?, si aumenta r entonces cambiara la pendiente de la restricción, pero notemos que el punto dentro de la restricción presupuestaria (Y_1, Y_2) no cambia, pues independiente de la tasa de interés si no me endeudo no ahorro podré acceder como máximo a aquel punto, entonces la restricción presupuestaria cambiara su pendiente pivoteando entorno a este punto, ampliando las posibilidades de consumo del futuro y reduciendo las del presente
  Gráficamente:

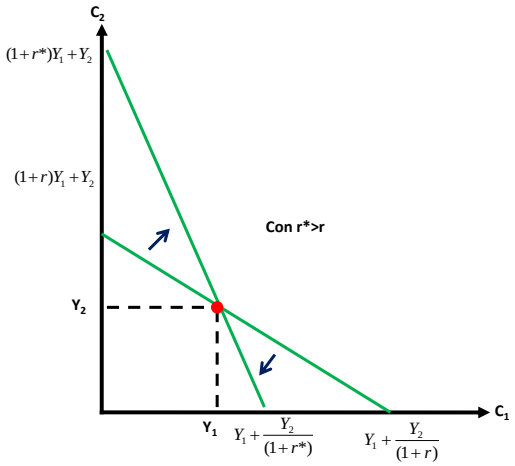


Figura 2.31: Restricción presupuestaria tras cambios en r

- Cambios en los niveles de Y_i, podemos observar que los niveles de ingreso representan el coeficiente de posición de la restricción presupuestaria, y no afectan la pendiente de esta, por tanto tras cambios en el nivel de ingreso, esperamos que la restricción presupuesta se mueva paralelamente, por ejemplo un incremento en Y_1 cambiaría graficamente la pendiente de la siguiente forma:

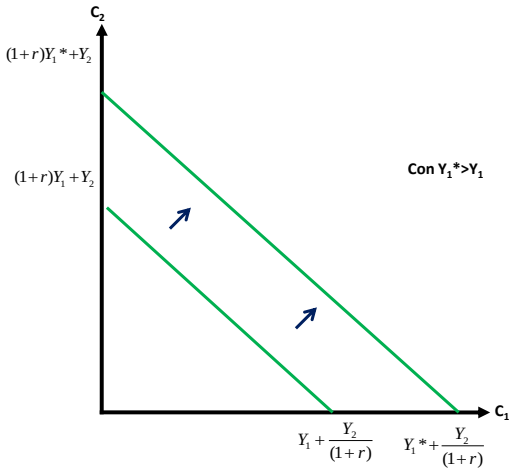


Figura 2.32: Restricción presupuestaria tras cambios en Y_1

2.6.3 Elección intertemporal

¿Pero qué nivel de consumo decidirá el agente?. Para ver esto, solo basta encontrar en qué punto la restricción presupuestaria intertemporal es tangente a la curva de indiferencia del agente.

A modo general pueden dar tres casos:

- Que el equilibrio se dé en la dotación inicial, donde **no hay ahorro o deuda**. Gráficamente:

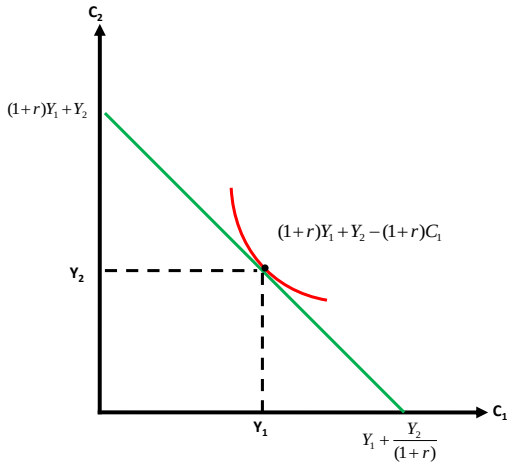


Figura 2.33: Equilibrio sin ahorro ni deuda

- Que el equilibrio se dé a la izquierda de la dotación inicial. De esta forma el individuo **ahorra** en el primer periodo, entonces el individuo es **acreedor**. Gráficamente:

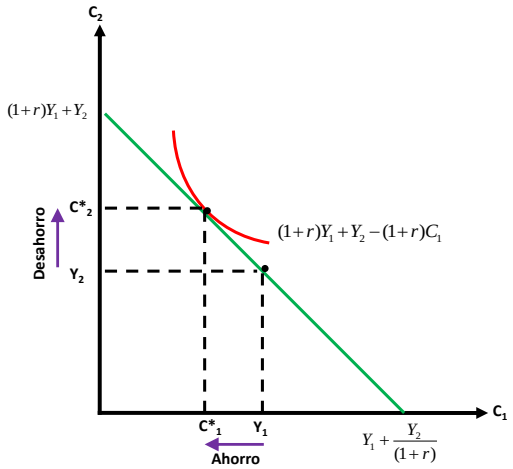


Figura 2.34: Equilibrio con ahorro

- Que el equilibrio se dé a la derecha de la dotación inicial. De esta forma, el individuo se endeuda en el primer periodo, entonces el individuo es **deudor**. Gráficamente:

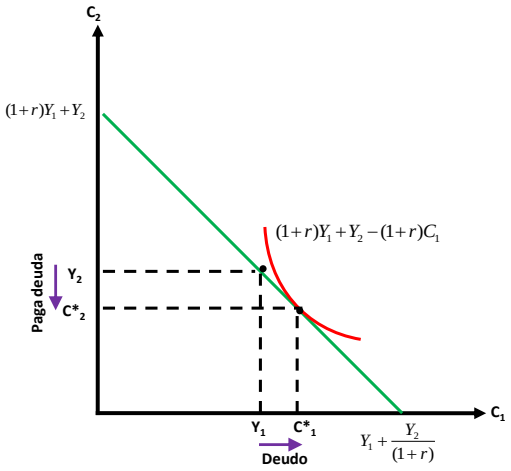


Figura 2.35: Equilibrio con deuda

Formalicemos un poco más esta condición de equilibrio, tal como lo hicimos para el modelo anterior, usamos que existe una función de utilidad donde representa las preferencias de los individuos por el consumo en el periodo 1 c_1 y por el consumo del periodo 2 c_2, esta es:

$$u(c_1, c_2) \tag{2.6.3.1}$$

Podemos entonces, desde la función de utilidad conocer las utilidades marginales de consumir en cada periodo, esto desde derivar respecto a cada uno de los consumos la función de utilidad de la misma forma que lo hicimos para el modelo de consumo anteriormente, entonces tendremos:

$$\frac{\partial u(c_1, c_2)}{\partial c_1} = Umg_{c_1} \tag{2.6.3.2}$$

y

$$\frac{\partial u(c_1, c_2)}{\partial c_2} = Umg_{c_2} \tag{2.6.3.3}$$

Y tal como ya lo hicimos, podemos expresar la TMS_{c_1,c_2}, que es la pendiente de la curva de indiferencia, como la división de las utilidades marginales, de tal forma tenemos:

$$TMS_{c_1,c_2} = \frac{Umg_{c_1}}{Umg_{c_2}} \tag{2.6.3.4}$$

Finalmente, podemos observar gráficamente que la en equilibrio se cumple que la pendiente de la restricción presupuestaria intertemporal $(1+r)$, es tangente a la pendiente de la curva de indiferencia TMS_{c_1,c_2}, por tanto en el modelo de consumo intertemporal, **la condición de equilibrio es**:

$$(1+r) = TMS_{c_1,c_2} \tag{2.6.3.5}$$

que la podemos expresar como:

$$(1+r) = \frac{Umg_{c_1}}{Umg_{c_2}} \tag{2.6.3.6}$$

Condición que podemos escribir para facilitar su compresión de la forma:

$$Umg_{c_2} = \frac{Umg_{c_1}}{(1+r)} \tag{2.6.3.7}$$

Recordemos que asumimos los precios de cada periodo iguales a 1, también es útil recordar que anteriormente llegamos a que en equilibrio se cumplia: $\frac{Umg_{x_1}}{p_1} = \frac{Umg_{x_2}}{p_2}$. En esencia la nueva condición que encontramos es idéntica a la anterior.

Esta nueva condición de equilibrio nos dice que: *el agente distribuirá su consumo entre el periodo 1 y 2, de tal forma que la utilidad marginal por peso gastado de consumir en el periodo 2, se iguale a la utilidad marginal de consumir en el periodo 1* .

Es importante observar que podemos ver la tasa de interés como un costo de oportunidad asociado a consumir en el primer periodo, pues si yo consumo en el presente estoy perdiendo la oportunidad de ahorrar ese dinero y recibir en el futuro el retorno dado por la tasa de interés, lo podemos entender entonces como el precio de consumir en ese periodo.

Finalmente es importante mencionar que en este modelo igual podemos observar individuos con preferencias por el consumo presente o futuro como complementos perfectos o sustitutos perfectos, es este escenario para encontrar la condición de optimalidad bastaría con aplicar la metodología que ya aprendimos en la sección 2.3.3.

2.7 Modelo de Ocio Consumo

El Modelo de Ocio Consumo es otra aplicación del Modelo de Elección del Consumidor,. donde se busca determinar la oferta laboral de los individuos.

La intuición detrás de este modelo es que las personas destinan su hora a trabajar o a consumir ocio, este último lo podemos entender como un bien, sobre el cual el individuo puede decidir cuanto consumir de él, una vez conocemos cuanto el individuo demanda de ocio entonces por diferencia podemos obtener cuanto horas dedica a trabajar.

De la misma forma que en las secciones anteriores, veremos los supuestos de este modelo, construiremos la restricción presupuestaria, y luego veremos la elección de ocio y consumo optima.

2.7.1 Supuestos del MOC

El Modelo de Ocio Consumo tiene los siguientes supuestos:

- El agente que es estudiaremos es un **agente representativo**, es decir, sus elecciones representarán las elecciones de un determinado grupo y no elecciones individuales.
- El agente dispone de una cantidad de tiempo T (medida en horas) que debe distribuir entre dedicarlos al Ocio (θ) o bien al Trabajo (L). Además, sabemos que el individuo consume bienes que tienen un precio.
- Los **precios de los bienes están dados** (digamos p), es decir, el agente acepta los precios de mercado. Además sabemos que recibe un salario w por hora de trabajo.
- El agente dispone además de un **ingreso no laboral** (Y_{nl}), el cual proviene de diversas fuentes no relacionadas con el trabajo.

- El agente es capaz de **relevarnos** sus **preferencias**.
- Finalmente, asumiremos que el individuo es **racional**.

2.7.2 Restricción presupuestaria

Para construir la restricción presupuestaria de modelo de ocio y consumo debemos considerar 2 familias de restricciones que tiene el agente, una **restricción monetario**, el agente no puede gastar mas dinero del que genera como ingresos, y una **restricción temporal**, entre ocio y consumo el individuo no puede gastar más horas que el total de tiempo que tiene T.

Construyamos entonces cada una de estas restricciones:

- **Restricción monetaria:** El individuo entones no puede gastar en consumir mas de que genera como ingresos, sabemos que una parte de los ingresos es independiente de las horas no trabajadas y corresponde al ingreso no laboral Y_{nl}, y genera ingresos por las horas trabajadas, por tanto si trabaja L horas y el mercado remunera la hora trabaja en w, su salario laboral será Lw, finalmente sabemos que el individuo gasta en consumir bienes C a un precio p, su gasto es entonces pC, lo anterior genera la siguiente restricción monetaria:

$$\underbrace{wL + Y_{nl}}_{Ingresos} = \underbrace{pC}_{Gasto} \tag{2.7.2.1}$$

- **Restricción temporal:** Sabemos ademas que el individuo reparte sus horas T entre trabajar l y consumir ocio θ, por lo que debe cumplirse:

$$T = l + \omega \tag{2.7.2.2}$$

De la restricción temporal podemos despejar l, obteniendo:

$$l = T + \theta$$

reemplazando esto último en la restricción monetaria obtenemos la restricción del modelo ocio y consumo consolidada:

$$w(t - \theta) + Y_{nl} = pC$$

y reordenando tenemos:

$$wt + Y_{nl} = pC + w\theta \tag{2.7.2.3}$$

Esta última ecuación es similar a las restricciones presupuestarias ya construidas anteriormente, es directo observar que el lado izquierdo corresponde al nivel de ingresos que puede acceder el individuo, mientras el lado derecho corresponde a los bienes entre los cuales debe escoger el individuo multiplicado por sus respectivos precios. Notar que **el precio del ocio corresponde al nivel de salarios**, ¿por qué?, esto se debe a que **el salario representa el costo de oportunidad de no trabajar**, cuando consumo ocio dejo de trabajar, y cuando dejo de trabajar dejo de recibir el salario que paga el mercado, es decir su costo.

Ahora podemos graficar la restricción que obtuvimos en un plano (θ, C), para ello despejamos C de nuestra restricción obteniendo:

$$C = \frac{wT - w\theta + Y_{nl}}{p}$$

Ahora bien, como un supuesto adicional, se tiende a considerar que el precio de los bienes de consumo es 1. Esto, más que un supuesto económico, es un supuesto que ayuda a simplificar la matemática relacionada. Entonces tenemos que:

$$C = wT - w\theta + Y_{nl} \tag{2.7.2.4}$$

De esta última ecuación podemos observar que que la pendiente de la restricción presupuestaria corresponde a $-w$[17].

Gráficamente tenemos:

[17] En rigor sería $-\frac{w}{p}$, pues en nuestro caso asumimos el precio igual a 1.

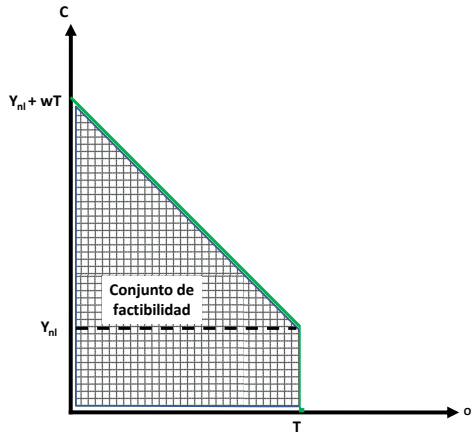


Figura 2.36: Restricción presupuestaria de modelo ocio consumo

El máximo consumo se determina trabajando con la ecuación de la recta, haciendo el ocio igual a cero, además, es fácil intuir que el máximo es T, dado que no es posible trabajar más que T[18] . Notar que una de las características del ingreso no laboral (Y_{nl}) es que nos permitirá consumir sin tener que trabajar.

2.7.2.1 Estática comparativa

Realicemos 2 ejercicios de estática comparativa para estudiar como se comporta la restricción presupuestaria tras cambios en los parámetros, para ello revisemos cambios en el nivel salarial w, y el ingreso no laboral Y_{nl}.

- **Cambios en** w, como ya comentamos la pendiente de la restricción presupuestaria es $-w$, entonces cambios en este parámetro cambiaran la inclinación de nuestra restricción, la particularidad resulta ser que la sección de la restricción que va desde 0 al Y_{nl} no cambia, supongamos un incremento del salario, entonces gráficamente este cambio es de la siguiente forma:

[18]Dado que la restricción no es una línea recta, sino que está acotada, no es posible determinar el máximo nivel de ocio haciendo el consumo cero.

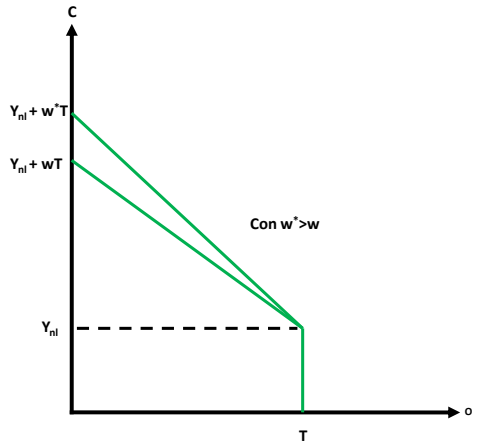


Figura 2.37: Cambios en la restricción tras incrementos de w

- **Cambios en** Y_{nl}, el ingreso no laboral representa gráficamente la cantidad de consumo a la que puede acceder el individuo independiente de las horas destinas a trabajar, permitámonos 2 ejercicios, ¿cómo luciría la restricción presupuestaria si $Y_{nl} = 0$?, de ocurrir esto la restricción presupuestaría no tendría una sección vertical, gráficamente:

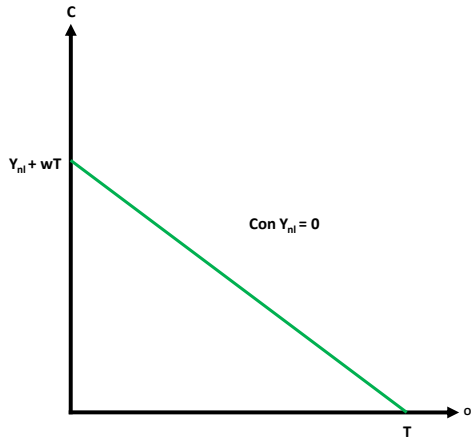


Figura 2.38: Restricción con $Y_{nl} = 0$

Finalmente, asumamos un incremento del ingreso no laboral, gráficamente esto se vería como una extensión de la sección vertical de la restricción, pues ahora sin trabajar puede acceder a una mayor canasta de consumo que antes, esto gráficamente es:

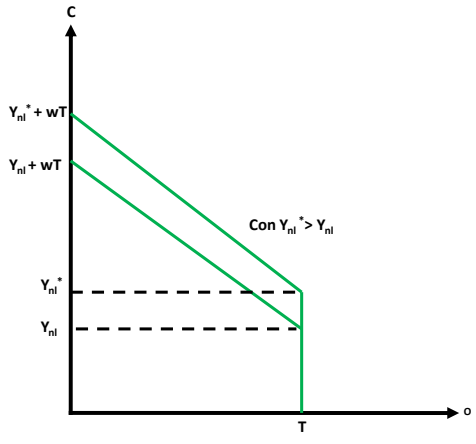


Figura 2.39: Cambios en la restricción tras incrementos de Y_{nl}

2.7.3 Elección de Ocio y Consumo

Para encontrar el óptimo de ocio y consumo que el agente consumirá, como ya lo hemos resuelto en las secciones anteriores, solo debemos encontrar el punto de tangencia entre la curva de indiferencia y la restricción presupuestaria. Gráficamente:

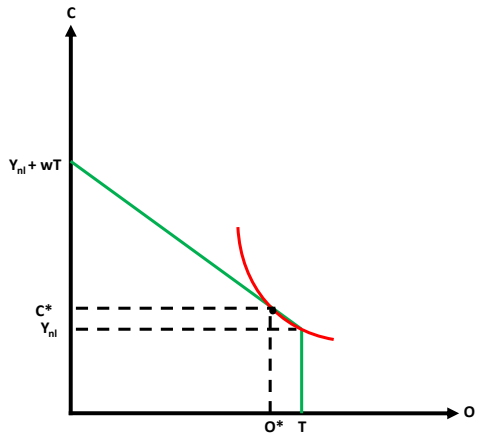


Figura 2.40: Optimo de consumo y ocio

Donde vemos que C^* es el nivel óptimo de consumo y θ^* es el nivel óptimo de ocio. Pero nos queda resolver algo, ¿cuánto se trabaja?. El nivel de trabajo lo podemos determinar a través de la restricción temporal, dado que lo que no se utiliza para ocio se trabaja, es decir, el trabajo está dado por:

$$L^* = T - \theta^* \tag{2.7.3.1}$$

Por otro lado, sabemos que C^* es el equivalente al nivel de ingreso que tenemos (dado que consumimos todo nuestro ingreso), y en esta situación el nivel de ingreso corresponde a lo que recibimos por trabajar más el ingreso no laboral, es decir:

$$C^* = wL^* + Y_{nl}$$

Entonces, podemos expresar nuestro gráfico de la siguiente forma:

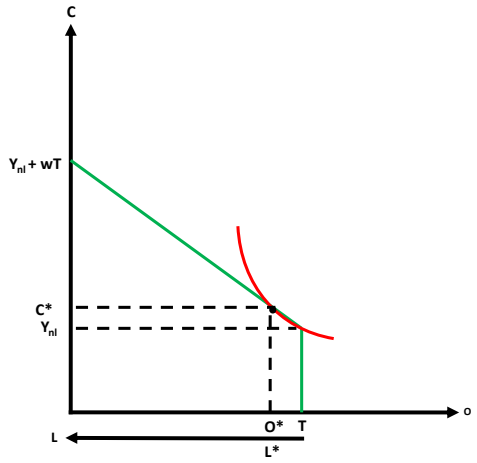


Figura 2.41: Optimo de consumo, ocio y trabajo

Notemos también, que cuando el individuo posee un ingreso no laboral, puede consumir y no trabajar, dándose la siguiente situación:

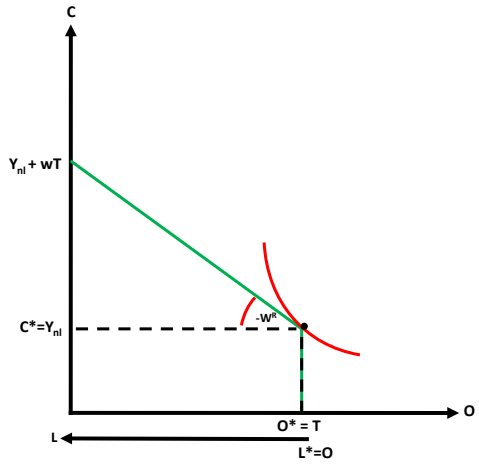


Figura 2.42: Salario de reserva

En este caso, aquella restricción presupuestaria tiene un salario tal que deje indiferente al individuo entre trabajar o dedicarse al ocio, este se deno-

mina **salario de reserva**.

Finalmente para cerrar la elección del optimo, formalicemos el equilibrio matemáticamente como ya lo hemos hecho, entonces Partamos definiendo una función de utilidad que representa las preferencias de los individuos por el consumo C y el ocio θ, esta es:

$$u(C, \theta) \tag{2.7.3.2}$$

Podemos entonces, desde la función de utilidad conocer las utilidades marginales del consumo y el ocio, esto desde derivar respecto a cada de estos parámetros la función de utilidad, entonces tendremos:

$$\frac{\partial u(C, \theta)}{\partial C} = Umg_C \tag{2.7.3.3}$$

y

$$\frac{\partial u(C, \theta)}{\partial \theta} = Umg_\theta \tag{2.7.3.4}$$

Ahora podemos expresar la $TMS_{C,\theta}$, que es la pendiente de la curva de indiferencia, como la división de las utilidades marginales, de tal forma tenemos:

$$TMS_{\theta,C} = \frac{Umg_\theta}{Umg_C} \tag{2.7.3.5}$$

Finalmente, podemos observar gráficamente que la en equilibrio se cumple que la pendiente de la restricción presupuestaria w, es tangente a la pendiente de la curva de indiferencia $TMS_{C,\theta}$, por tanto en el modelo de ocio consumo, **la condición de equilibrio es**:

$$w = TMS_{\theta,C} \tag{2.7.3.6}$$

que la podemos expresar como:

$$w = \frac{Umg_\theta}{Umg_C} \tag{2.7.3.7}$$

Condición que podemos escribir de la forma:

$$Umg_C = \frac{Umg_\theta}{w} \tag{2.7.3.8}$$

Esta nueva condición de equilibrio nos dice que: *el agente distribuirá su consumo y ocio, de tal forma que la utilidad marginal por peso gastado de*

consumir, se iguale a la utilidad marginal por peso gastado destinado al ocio, pues recordemos que como ya mencionamos el nivel de salario w representa el costo del ocio, y definimos por simplicidad los precios como $p = 1$.

Finalmente es importante mencionar que en este modelo también es posible observar diferentes funciones de utilidad, donde la condición de optimalidad presentada aquí no se cumple, estas funciones fueron revisadas en la sección2.3.3.

2.7.4 Oferta de trabajo

Ahora que ya tenemos nuestro modelo formulado, nos interesa saber cómo será la oferta laboral del individuo respecto al nivel de salario que enfrente. Para esto hagamos el siguiente análisis:

Si el salario aumenta, se van a generar dos situaciones:

- Por un lado, podemos pensar que **aumenta el costo de oportunidad de las horas de ocio**, dado que renunciamos a una mayor cantidad de dinero por cada hora que dediquemos al ocio (Efecto Sustitución). Esto lleva a que aumente el nivel de trabajo y disminuya el nivel de ocio
- Por otro lado, en algún momento podemos pensar que vamos a tener un nivel de salario tan alto que frente a un nuevo aumento de este, **pensaremos en trabajar menos y dedicar más tiempo al ocio** (Efecto Ingreso). Esto lleva a que disminuya el nivel de trabajo y aumente el nivel de ocio.

De esta forma, veremos que dependiendo de la magnitud de estos efectos se dará que aumente o disminuya el nivel de trabajo frente a aumentos de salario. Por lo general, para el análisis económico, se considera que durante un primer momento domina el efecto sustitución y luego, pasado un cierto salario, domina el efecto ingreso.

Si tomamos esto en cuenta obtenemos el siguiente gráfico:

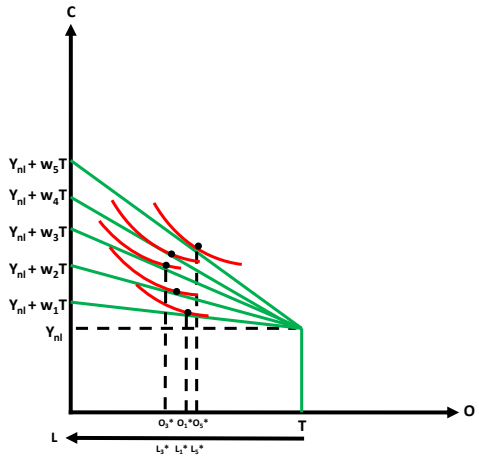


Figura 2.43: La decisión de horas trabajada con diferentes niveles de w

Es posible apreciar que para los salarios w_2 y w_3 , el nivel de ocio se reduce (por lo tanto el trabajo aumenta), mientras que para los niveles de salarios w_4 y w_5 , el nivel de ocio aumenta (por lo tanto el trabajo disminuye). Si hacemos un gráfico de salario con oferta de trabajo, obtenemos:

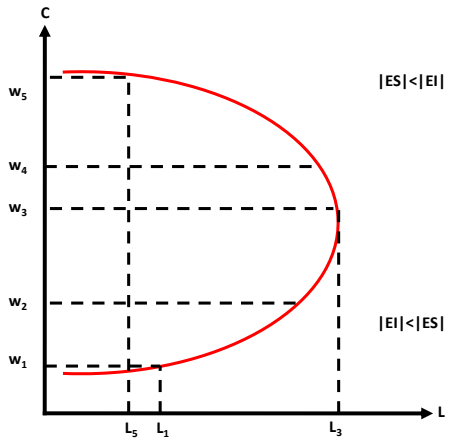


Figura 2.44: La oferta laboral

En el gráfico se observa la curva de **oferta de trabajo** del individuo, que en un comienzo tiene la forma de las curvas de oferta (pendiente positiva), sin embargo, la interacción entre los efectos puede variar su pendiente, lo que conlleva una curva de oferta con pendiente negativa, lo cual no es intuitivo pero factible.

También cabe destacar que en el salario ambos efectos son iguales, y el individuo no modifica su elección frente a aumentos o disminuciones marginales de salario. Este salario se denomina **salario de inflexión**.

2.8 Ejercicios resueltos

2.8.1 Comentes Resueltos

1. Un incremento en el precio de los neumáticos tendrá un efecto sobre la cantidad transada de automóviles que podrá medirse a través de la elasticidad precio cruzada. Por otro lado, si cambia el precio de los automóviles esto afectará la cantidad transada de neumáticos, en consecuencia, ambas elasticidades cruzadas son iguales.

   Respuesta

   La primera aseveración del comente es cierta, la elasticidades precios cruzadas nos dice cómo afecta la demanda por un bien cuanto cambia el precio de algún bien relacionado. En el caso del comente, esperaríamos que la elasticidad precio cruzada sea negativa, pues incrementos en el precio de los neumáticos, disminuirá la compra de automóviles, pues se trata de bienes complementarios. Con la misma lógica podemos esperar que la elasticidad precio cruzada de los neumáticos en términos del precio de los automóviles sea negativa. Sin embargo, la segunda aseveración es falsa, pues ambas elasticidades cruzadas no tienen por qué ser iguales. Más aún, la intuición nos indica que un aumento de 10 % en el precio de los autos va a provocar una fuerte caída en su demanda y en consecuencia una fuerte disminución en la demanda por neumáticos. Por otro lado, un aumento de 10 % en el precio de los neumáticos va a provocar una caída menor en la compra de autos. La razón es que el efecto ingreso de uno y otro caso es muy distinto.

   Trabajando más la última idea, notemos que podemos suponer que neumáticos y autos son bienes complementos perfectos, por lo tanto el efecto

sustitución será igual a 0. Luego, el cambio porcentual en el consumo de un bien dados cambios porcentuales en el precio del otro bien (elasticidad precio cruzada) dependerá solo del efecto ingreso. Al respecto, notemos que un cambio porcentual de por ejemplo un 10 % en el precio de los automóviles produce un cambio mucho más fuerte en el ingreso real que un cambio porcentual del mismo 10 % en los precios de los neumáticos, dado que el gasto en automóviles es mucho más alto que el gasto en neumáticos.

2. Considere dos bienes de consumo (X, Y), y sus respectivos precios (P_x, P_y). Entonces, la pendiente (en valor absoluto) de la recta presupuestaria representa el costo de oportunidad de una unidad adicional del bien X medido en unidades del bien Y, que exige el mercado.

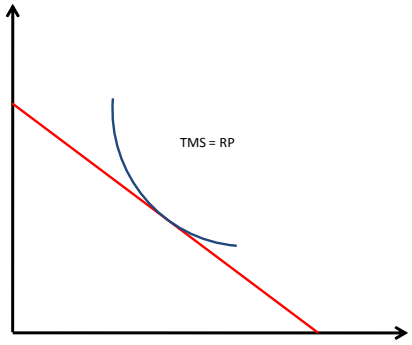
   Respuesta

   Efectivamente. Esto quiere decir que, por cada unidad de bien X que el individuo está consumiendo a precios P_x, él podría estar gastando P_x en consumir unidades de Y, en efecto, (P_x/P_y) unidades del bien Y. Es decir, por consumir una unidad de bien X se está dejando de consumir (P_x/P_y) unidad del bien Y. Esto, por definición, es el costo de oportunidad de una unidad de X medido en unidades de bien Y.

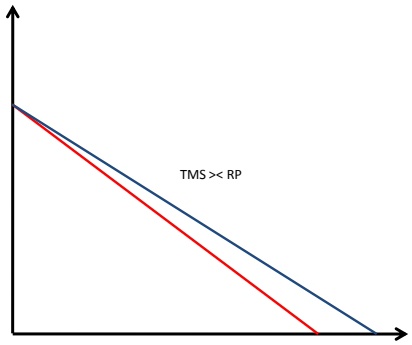
3. Siempre que la relación marginal de sustitución entre bienes de un consumidor sea diferente a la relación de precios, éste podrá aumentar su bienestar comprando una canasta distinta.

   Respuesta

   Siempre y cuando las preferencias son estrictamente convexas (salvo para preferencias de complementos perfectos), se debe cumplir en equilibrio que la tasa marginal de sustitución es igual a la relación de precios, y por tanto, si es que estas son diferentes, se puede mejorar la situación del consumidor cambiando la canasta que este puede comprar. Sin embargo, cuando las preferencias no son estrictamente convexas (por ejemplo, sustitutos perfectos) se puede cumplir que en equilibrio el consumidor especialice su consumo en un solo bien, y por tanto, cuando el individuo maximice su utilidad estará en una situación en la que la tasa marginal de sustitución es diferente a la relación de precios, de esta forma, no puede aumentar su bienestar comprando otra canasta. Gráficamente se puede observar que:



Mientras que:



4. El excedente que un individuo obtiene de consumir un determinado bien se incrementa si su nivel de ingreso aumenta.

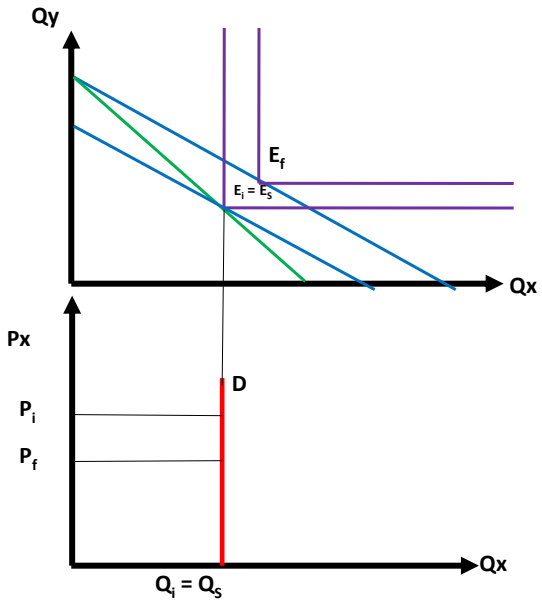
   Respuesta

   En general aumentaría el excedente si el bien es normal o superior, sin embargo si el bien es inferior el excedente podría reducirse ya que el consumo va en dirección contraria al cambio en el ingreso. Junto con lo anterior, se debe considerar que en términos de preferencia se cumpla que más es preferido a menos (monotocidad estricta de las preferencias).

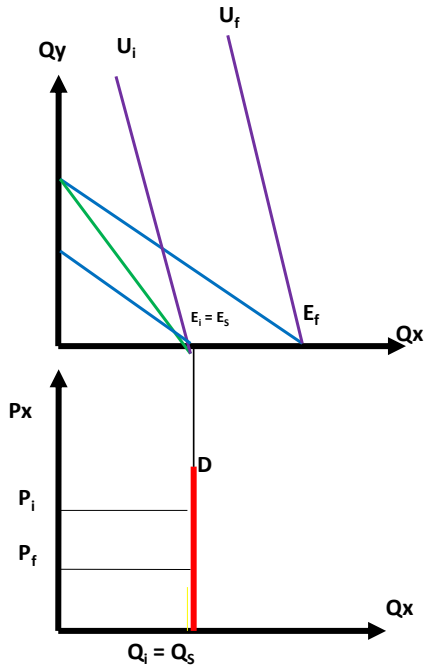
5. Discuta verbal y gráficamente la siguiente afirmación: *Si la demanda por porotos y fideos para Juan son bienes perfectos complementos, mientras que para Joaquín son bienes perfectos sustitutos, entonces las correspondientes funciones demanda precio compensadas individuales tendrán algún grado de elasticidad.*

Respuesta

La afirmación es falsa, debido a que cuando los bienes son perfectos complementos en el consumo la función demanda precio compensada es representada por una línea recta vertical que tiene elasticidad cero en todos sus puntos. Es suficiente para invalidar la afirmación. En el caso del individuo para el cual porotos y fideos son perfectos complementarios, la función demanda precio compensada tiene elasticidad igual a cero, es insensible a los cambios en el precio, pues al bajar el precio de uno de los bienes el efecto sustitución toma el valor cero, solo existe efecto ingreso, el cual no se considera en la construcción de la función demanda compensada.



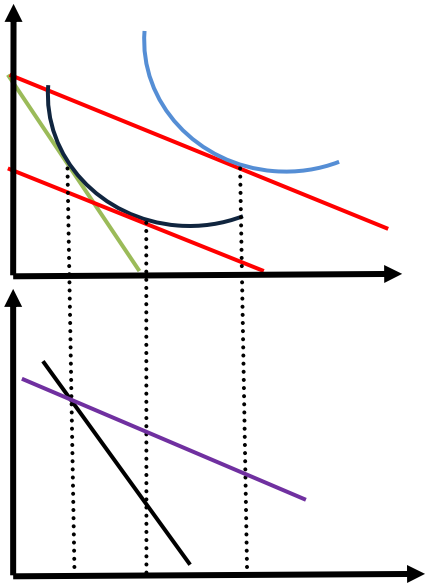
Cuando ambos bienes son sustitutos por el lado del consumo para el otro individuo, la función demanda precio compensada también podría tener elasticidad igual a cero en todo su recorrido. Esto ocurre cuando: $TMgS_{Porotos,Fideos} > \frac{P_{Fideos}}{P_{Porotos}}$. *Otra vez el efecto sustitución tomaría el valor cero, solo habría efecto ingreso, y la función demanda compensada sería una línea recta vertical.*



6. A lo largo de la curva de demanda marshalliana el ingreso real está constante y el ingreso nominal varía, mientras que a lo largo de la curva de demanda compensada lo que varía es el ingreso real y se mantiene constante el ingreso nominal.

   Respuesta *Falso. En el caso de la demanda compensada lo que varía es el ingreso nominal, el que baja a medida que el precio baja (con menos ingreso nominal puedo mantener mi bienestar si el precio baja) y sube a medida que el precio sube (si el precio sube sólo puedo mantener mi bienestar si mi ingreso nominal también lo hace). El ingreso real*

(indicador de bienestar) está constante pues la demanda compensada sólo considera el efecto sustitución y por lo tanto refleja cambios en la cantidad demandada (en respuesta a cambios de precios) que son consistentes con estar siempre en la misma curva de indiferencia. En cambio, la demanda marshalliana refleja cambios en la decisión de consumo frente a cambios en precio considerando tanto el efecto sustitución como el efecto ingreso (pérdida o ganancia de bienestar). Una confirmación de esto se obtiene al evaluar, utilizando la demanda marshalliana, la ganancia o pérdida de excedente de consumidor en respuesta a una disminución o aumento del precio del bien.

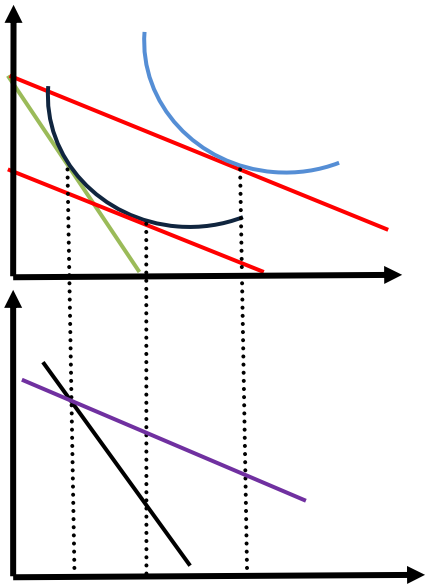


7. Si los consumidores gastan una parte significativa de su ingreso en un bien neutro (recuerde que el consumo de un bien neutro no cambia con el ingreso), se puede esperar que la demanda por dicho bien tenga una elasticidad precio mayor que si el bien fuese normal. **Respuesta** *Falso, en el caso de los bienes neutros el efecto ingreso es cero, mientras que en el caso de los bienes normales el efecto ingreso y el efecto sustitución*

actúan en la misma dirección, y en consecuencia la demanda tiende a ser más sensible a cambios de precios. Por lo tanto, que un bien sea neutro es un factor que tiende a reducir la elasticidad en relación al caso en que el bien sea Por cierto, no se puede afirmar que la demanda marshalliana de un bien normal sea más elástica que la de un bien neutro, puesto que la elasticidad de un bien depende, además de si es normal, inferior o neutro, de otros factores tales como la existencia de sustitutos.

8. Considere un individuo que genera ingresos en el presente y en el futuro. Actualmente se encuentra en su punto de equilibrio intertemporal, donde no presta ni pide prestado recursos en el mercado de capitales. Luego si aumenta la tasa de interés incrementará su ahorro, cambiando sus niveles de consumo en el presente y en el futuro.

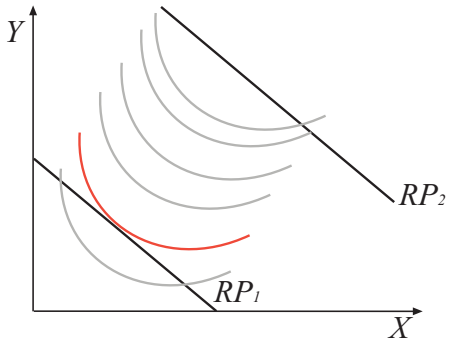
   Respuesta *En el punto de equilibrio inicial el individuo se encuentra justo en el punto de indiferencia entre ahorrar o endeudarse. Un aumento de la tasa de interés es un incentivo para que empiece a ahorrar y eso es lo que se ve en el gráfico. Por lo tanto, el equilibrio debe estar hacia arriba del punto de dotación inicial (flujo de ingresos), a lo largo de la nueva recta de presupuesto. El efecto sustitución lleva a consumir menos en el presenta (aumenta el ahorro) y más en el futuro, pues se encareció el consumo en el presente y se abarató en el futuro. La riqueza aumentó en valor futuro, por ende, el efecto riqueza lo lleva a consumir más en ambos periodos, pues se acepta que consumo presente y futuro, son ambos, bienes normales o superiores. El efecto sustitución es mayor al efecto riqueza, por lo ya señalado. Por ello, en neto se consume menos en el presente, generándose un ahorro. Aumenta el consumo en el futuro, pues se traspasa ingreso presente hacia el futuro,* $s(1+r)$.



9. Si tenemos una restricción presupuestaria muy alta podríamos encontrarnos en una zona donde no haya ninguna curva de utilidad, por lo tanto no es recomendable tener una restricción presupuestaria de estas características. Comente.

   Respuesta:

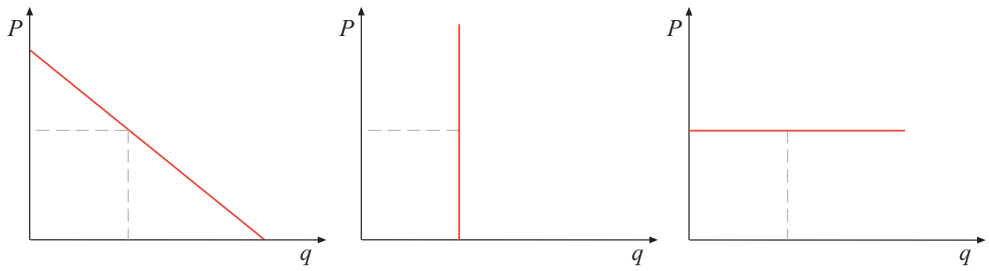
   Falso, pues una de las propiedades de curvas de indiferencia es que existe un mapa de curvas de indiferencia, por lo tanto no importa que tan alta sea nuestra restricción presupuestaria, podemos encontrar un equilibrio.



10. Las curvas de demanda y de oferta son importantes porque son capaces de reflejar la valorización que dan tanto demandantes como oferentes, aun en el caso de una demanda u oferta completamente elástica o completamente inelástica. Comente.

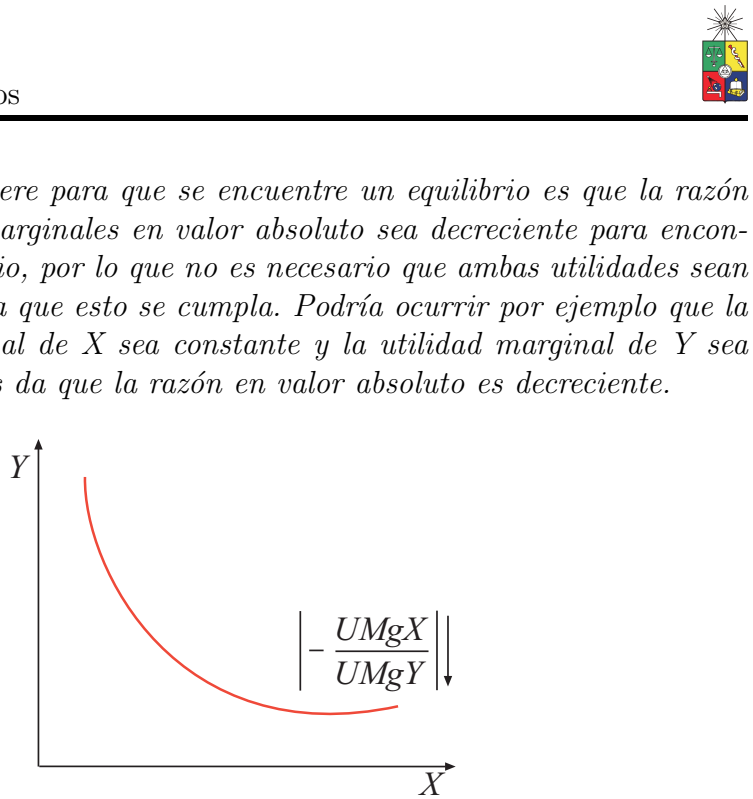
    Respuesta:

    Verdadero, las curvas de demanda y oferta reflejan la valorización que hacen oferentes y demandantes. Por ejemplo en el caso de los demandantes, sabemos que su curva de demanda refleja su disposición a pagar, pero si la curva de demanda es infinitamente inelástica diremos que esta dispuesto a pagar cualquier precio por comprar la cantidad que quiere comprar; si tenemos una demanda infinitamente elástica, diremos que esta dispuesto a comprar cualquier cantidad, pero a un determinado precio.



11. En un modelo de dos bienes, se requiere que las utilidad marginales sean decrecientes para encontrar una solución. Comente.

    Respuesta:

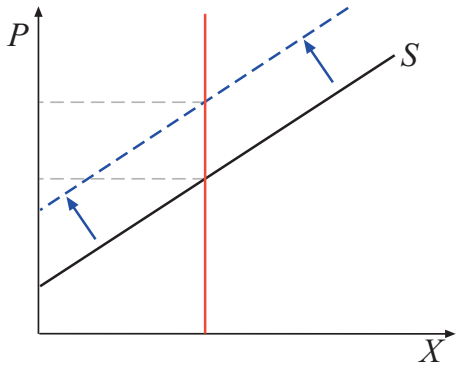


Lo que se requiere para que se encuentre un equilibrio es que la razón de utilidades marginales en valor absoluto sea decreciente para encontrar un equilibrio, por lo que no es necesario que ambas utilidades sean decreciente para que esto se cumpla. Podría ocurrir por ejemplo que la utilidad marginal de X sea constante y la utilidad marginal de Y sea creciente, y nos da que la razón en valor absoluto es decreciente.

12. Un impuesto siempre provoca pérdida social ya que se produce menos de la cantidad socialmente óptima. Comente.

Respuesta:

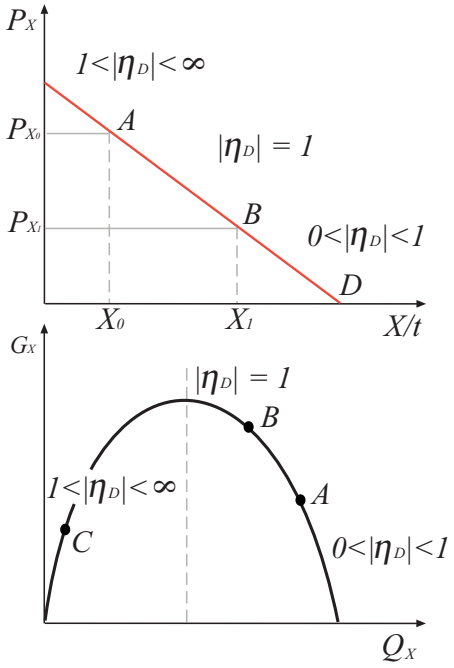
Incierto, pues en un caso extremo podemos ver que aun cuando se aplique un impuesto, la cantidad socialmente óptima no cambiará. Si analizamos el caso de una demanda completamente inelástica, y aplicamos un impuesto a los oferentes, vemos claramente que la cantidad de equilibrio sigue siendo la misma (pero téngase presente que en este caso el precio no será el mismo).



13. Juanito tiene una demanda por lechugas representada por la ecuación $q_1 = a - bP_1$, con a y b mayor que cero. Juanito actualmente adquiere una lechuga a un precio \$x que corresponde a un punto en que su demanda es inelástica. El gobierno ha decidido poner un precio mínimo a las lechugas de \$x+a, $a > 0$, por lo tanto Juanito inambiguamente aumentará su gasto en lechugas. Comente.

    Respuesta:

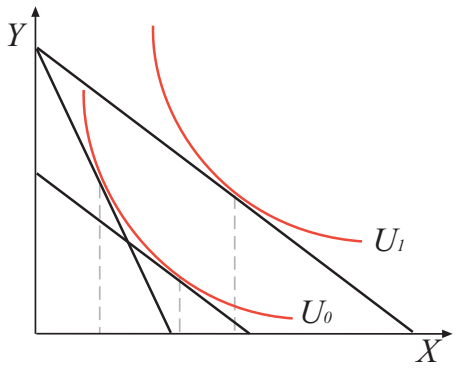
    Falso. El efecto sobre el gasto dependerá del valor de α. La demanda de tipo lineal tiene la característica de que la elasticidad precio no es constante. Ante un aumento del precio la cantidad consumida disminuirá (elasticidad precio negativa), sin embargo si α es pequeño y nos mantenemos en el tramo inelástico, la disminución en el precio será menos que compensada por la cantidad reducida y el gasto aumentará. En cambio, si pasamos al tramo elástico el gasto puede aumentar, pero también disminuir. Por lo tanto no podemos afirmar que sucederá con el gasto. En el gráfico, si estamos inicialmente en A y ante la disminución del precio consumimos B, el gasto aumentará. No obstante de A a C el gasto disminuye.



14. Dos personas tienen las mismas preferencias, sin embargo escogen canastas distintas. Esto es claramente indicio de un comportamiento irracional. Comente.

Respuesta:

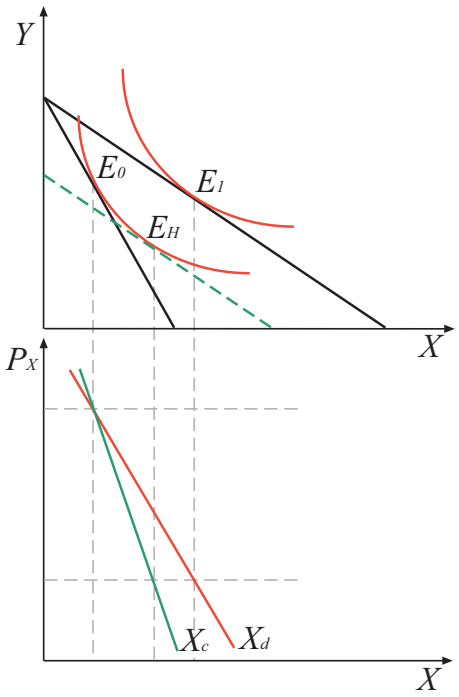
Falso. Dos individuos pueden consumir distintas canastas aún teniendo las mismas preferencias no representando un comportamiento irracional si es que estos se ven enfrentados a distintos ingresos o precios relativos.



15. Cuando tenemos bienes normales, la curva de demanda marshalliana es más inelástica que la curva de demanda compensada. Comente.

    Respuesta:

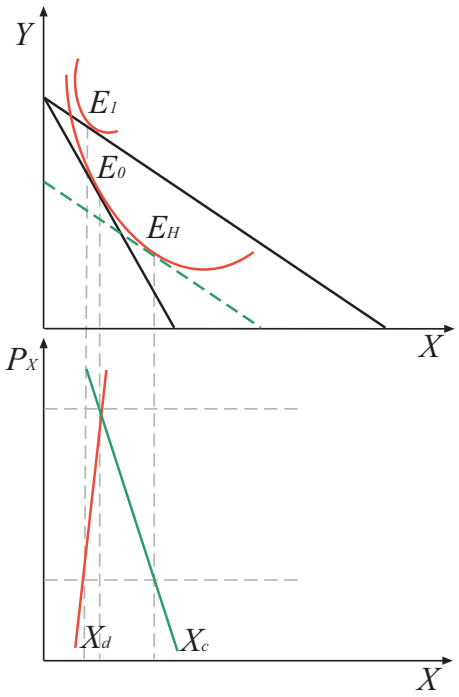
    Verdadero, pues cuando ambos bienes son normales tenemos que el efecto sustitución y el efecto ingreso van en el mismo sentido (se refuerzan) y como la demanda marshalliana considera ambos efectos, y la demanda compensada solo considera efecto sustitución, la primera es mas elástica.



16. Si la curva de demanda marshalliana tiene pendiente positiva, la curva de demanda compensada también tendrá pendiente positiva. Comente.

    Respuesta:

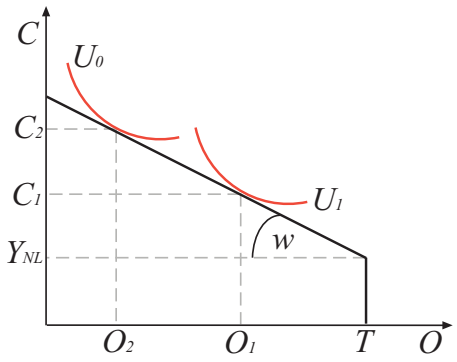
    Falso, porque lo que hace que la curva de demanda marshalliana tenga pendiente positiva es un efecto ingreso negativo y mayor en valor absoluto que el efecto sustitución, y como la curva de demanda compensada solo considera efecto sustitución, no se ve afectada por un efecto ingreso negativo.



17. En el modelo de ocio-consumo, los individuos que trabajan menos lo hacen porque consideran al trabajo un mal. Comente.

    Respuesta:

    Falso, pues en el el modelo consumo solo existen dos bienes, el ocio y el consumo. El trabajo es solo el factor productivo que hace posible el consumo (a traves del salario). Los individuos que trabajan menos puede explicarse por una mayor preferencia al ocio que al consumo lo que conlleva a que trabajen menos. En el gráfico vemos que el individuo 1 prefiere más el ocio y el inviduo 2 prefiere más el consumo.



18. Para algunos individuos la fanta y la cerveza son bienes sustitutos y para otros complementos. Comente.

Respuesta:

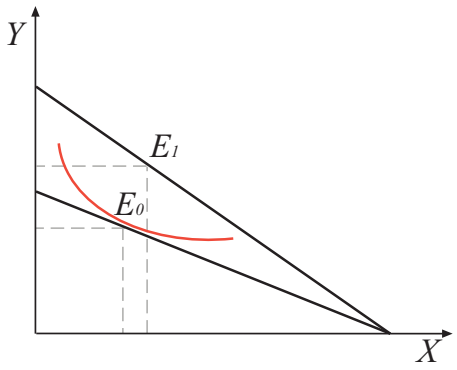
Si consideramos la ecuación cruzada de Slutsky:

$$\eta^{T}_{X,Py} = \eta^{S}_{X,Py} - \alpha_Y \cdot \eta_{I,Py}$$

Podemos ver que los ambos bienes pueden (para personas distintas, pero con las mismas preferencias) ser complementos y sustitutos a la vez. Esto es porque los bienes pueden ser complementos brutos y sustitutos netos.

Entonces si el primer término de la ecuación de Slutsky es positivo ($\eta^{S}_{X,Py} > 0$) *los bienes serán sustitutos netos, pero si consideramos el segundo termino, puede ocurrir que toda la ecuación sea negativa* ($\eta^{T}_{X,Py} < 0$) *y en este caso los bienes serían complementos brutos.*

El gráfico muestra el caso de bienes complementos brutos.

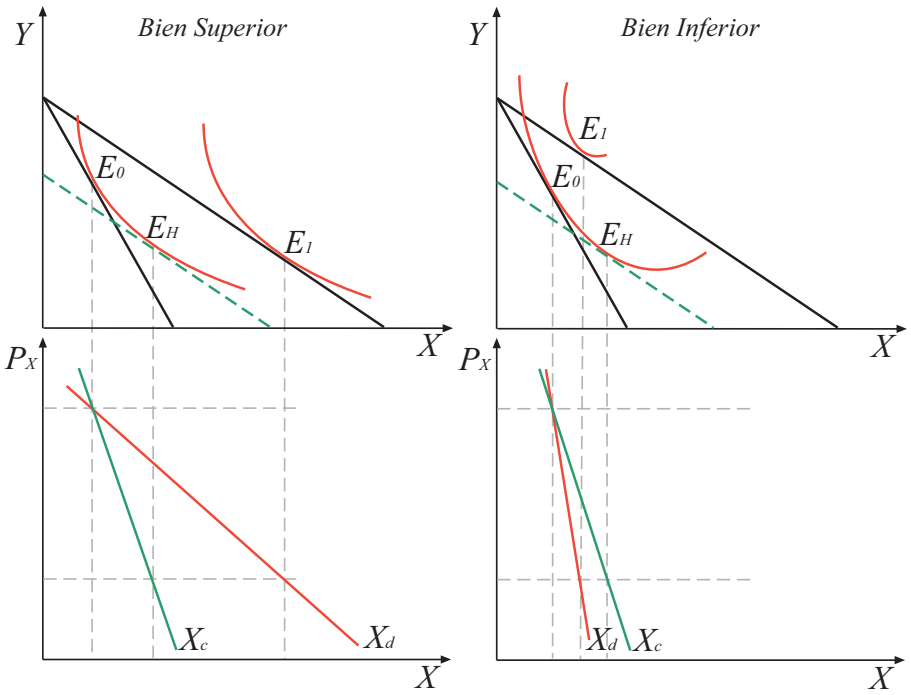


19. Un estudiante de otra universidad comento: al analizar los bienes superiores o inferiores, podemos concluir que sus demandas compensadas son iguales, dado que ellas representan situaciones de la economía que son extremas, dado eso, se representan de la misma manera. Comente.

    Respuesta:

    Para una disminución del precio del bien X.

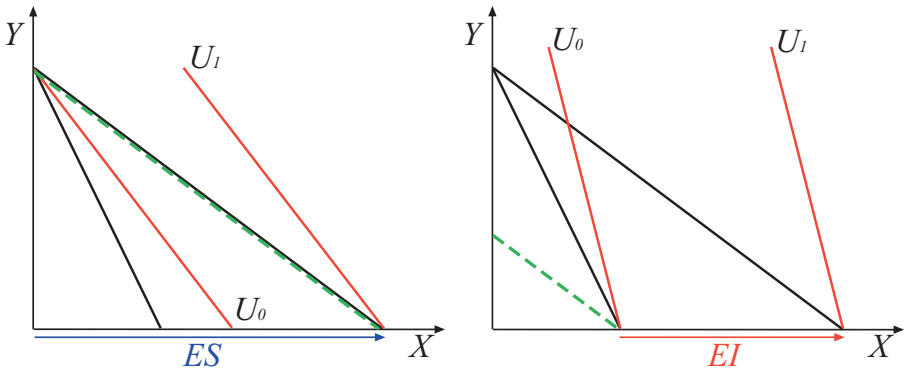
    El comente es falso, las demandas compensadas de bienes inferiores y superiores serán distintas, además la pendiente de la demanda compensada del bien superior será más elástica que la de la demanda compensada del bien inferior. También es importante reflexionar que la demanda compensada del bien superior estará bajo la demanda Marshalliana y la del bien inferior sobre la demanda Marshalliana. Por ende no serán iguales.



20. Cuando las curvas de indiferencia de un individuo son lineales y existe una disminución en el precio de X, entonces el efecto ingreso para X es cero. Comente.

Respuesta:

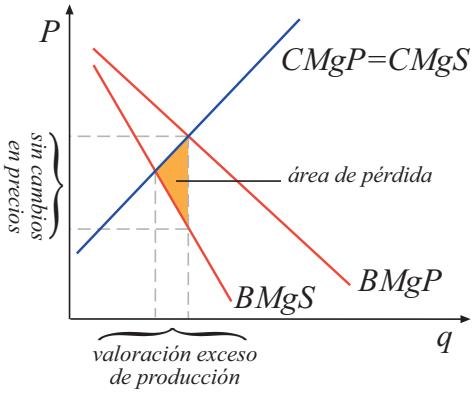
Incierto, porque sabemos que cuando las preferencias son lineales, ocurrirá una solución esquina (son bienes perfectos sustitutos), por ende consumirá aquel bien que sea mas barato relativamente. Entonces, si suponemos que bajó el precio de X y con esta baja X es más barato relativamente, puede haber ocurrido uno de los siguientes casos; (1) si originalmente Y era más barato relativamente solo ocurrirá un ES ($\Rightarrow EI = 0$); ó (2) si originalmente X eras más barato relativamente, solo ocurrirá un EI ($\Rightarrow ES = 0$).



21. Medir la pérdida en eficiencia ya sea por la valoración de consumir o producir unidades adicionales o por el no aprovechamiento de trapasos de excedentes por parte del productor o consumidor, debería arrojar similares resultados que el caso de un bien donde su consumo provoca una externalidad negativa.

    Respuesta:

    Falso. Para el caso de una externalidad negativa en el consumo, privadamente se está demandando mas que en el óptimo social, lo cual genera una pérdida de eficiencia. Sin embargo, dado que no hay cambio en los precios, no podemos medir esta pérdida de eficiencia como una pérdida en el traspaso de excedentes.



22. El valor de un pasaje del transantiago es igual al costo monetario más

todo lo que pudo haber hecho miestras espera.

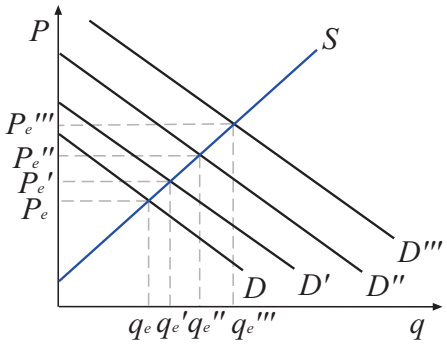
Respuesta:

Verdadero. El valor del pasaje de Transantiago debería reflejar por completo todos los costos involucrados, incluido el costo en tiempo que tiene el usurario al viajar por este medio, el cual lo priva de realizar otras actividades productivas rentables. Además del costo económico, está el costo de oportunidad, que abarca todas las otras actividades en que podrýa haberse ocupado el usuario en vez de estar viajando.

23. Si aumenta el precio de un bien sustituto con respecto al precio de los encendedores eléctricos, esto provocará ceteris paribus, un aumento en la demanda por encendedores eléctricos y, por tanto, el precio de equilibrio, lo que traera un nuevo incremento en el precio del sustituto y así sucesivamente, de modo que eso prueba que los mercados están interrelacionados.

Respuesta:

Depende. El análisis es diferente para el caso de estudiar un equilibrio parcial con el equilibrio general. Al hablar de equilibrio parcial, nos referimos al análisis del mercado de un sólo bien, independiente al resto. En el caso de estar observando un equilibrio parcial, el comente es verdadero. Sin embargo, bajo un analisis de equilibrio general, en dónde se analizan simultaneamente todos los mercados en la economá, los ajustes son instantáneos. En ambos casos, se ve una interrelación de ambos mercados.

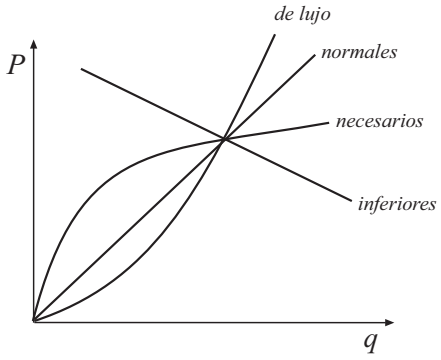


24. No está demás reflexionar sobre la mala distribución del ingreso en

CHILE, sobre todo porque los bienes caros sólo podran ser consumidos por personas de altos ingresos, los bienes de valor medio por la gente de clase media, y los bienes cuyo precio son bajos serán mayoritariamente consumidos por personas de escasos recursos. Qué suerte que exista el mercado, la situacion podrýa haber sido peor.

Respuesta:

Falso. El análisis económico no permite realizar juicios de valor respecto a la situación que se dá. Eso cabe dentro de la economía normativa. Por lo demás, bajo un análisis positivista, la curva de demanda no refleja distribución de ingresos. Eso sí, hay ciertos bienes que sí guardan relación con el ingreso de sus consumidores. Los bienes suntuarios o de lujo, están relacionados a ingresos más altos, los bienes inferiores a ingresos bajos. Las demandas de estos bienes son muy elásticas. Pero hay otros bienes, como los necesarios, que no indican necesariamente una relación como la que expresa el comente.

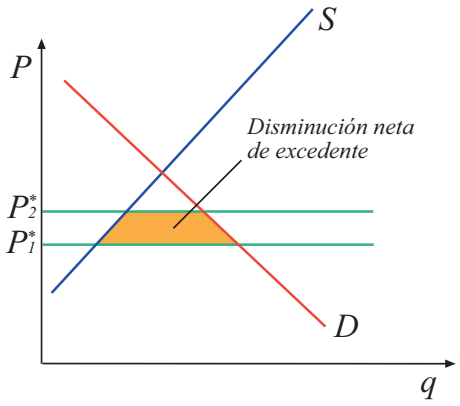


25. Si el precio internacional para un bien que compite con importaciones se aproxima al precio doméstico que existía antes de abrir el mercado al comercio internacional, mejorará notablemente el excedente de los productores y perjudicará a los consumidores.

Respuesta:

Verdadero. Al aumentar el precio internacional, y acercarse al precio de equilibrio doméstico, disminuye la cantidad importada y consumida de dicho bien, pero aumenta su producción local. Esto significa un mayor

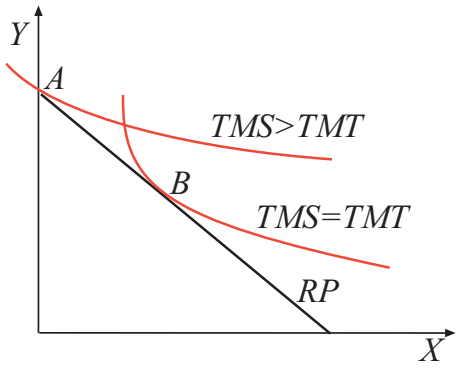
excedente para los productores, pero que no alcanza a compensar un menor excedente para los consumidores.



26. Bajo el supuesto de una economía con dos bienes, un individuo al maximizar su utilidad frente a una restricción presupuestaria, obtendrá el consumo de un solo bien (solución esquina) cuando la utilidad marginal de uno de los bienes es mayor que la del otro bien. Comente y recuerde ser preciso.

Respuesta:

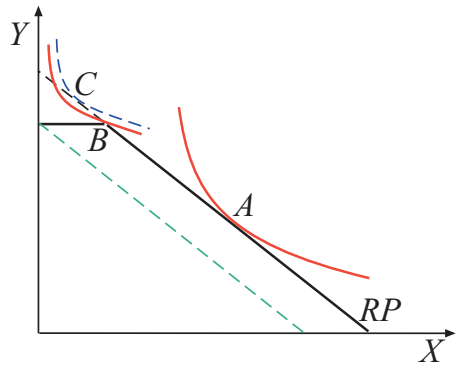
Incierto. Esta situación podría darse sólo en el caso en que la relación de precio (TMT o TMIM) sea igual a 1, con lo cual si la utilidad marginal de un bien fuera mayor que la del otro, tendría solución esquina (ver punto A de la figura), sin embargo, puede ocurrir que a pesar de tener mayor utilidad marginal igual se cumpla la condición de equilibrio con igualdad, y nos encontremos en el punto B de la figura. Por lo tanto, no es condición suficiente para asegurar solución esquina.



27. El año pasado un conjunto de trabajadores de una gran empresa, protestaban, porque les quitaron el bono de $21.000 por concepto de colación para construir un casino, el cual se encargará de proporcionar dichas colaciones. Los trabajadores argumentan que su utilidad se verá reducida. Comente y recuerde ser preciso.

Respuesta:

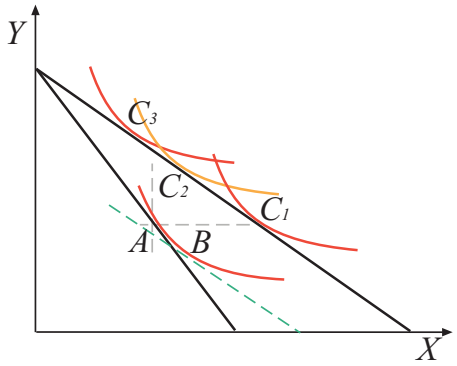
Incierto. Cuando se cambia una cantidad del ingreso por una dotación de bienes que tienen un valor equivalente a la reducción del ingreso, la recta presupuestaria quedaría cortada, tal y como se aprecia en la figura. Sin embargo, si los trabajadores se encontraran en el punto A no sufrirían ningún cambio en su utilidad, pero para aquellos trabajadores que tuvieran su nivel de utilidad en el punto C, deberían reducirla, ya que ahora no puede ser financiada y se encontrarían en el punto B, en este caso la utilidad si se vería reducida.



28. Un bien que presenta una curva de demanda con pendiente positiva se explica porque el bien es un bien inferior. Comente y recuerde ser preciso.

Respuesta:

Falso. Para que un bien sea inferior, el efecto-sustitución debe ser opuesto al efecto-ingreso, lo cual no asegura que la pendiente sea positiva, por ejemplo, en la figura la combinación A , B y C_2, genera un ES mayor que el EI con sentido opuesto, por lo que se trata de un bien inferior, aunque la demanda compensada y ordinaria tiene pendiente negativa. Para que la demanda de un bien tenga pendiente positiva éste debe ser inferior, pero tan inferior que el efecto-ingreso en magnitud debe ser mayor que el efecto sustitución (ver figura en la combinación A , B y C_3). Otra forma de verlo, es a través de que la elasticidad-ingreso la cual debe ser negativa y de gran magnitud, además la participación del bien en la canasta debe ser alta, con lo cual se consigue una elasticidad-precio del bien, positiva.

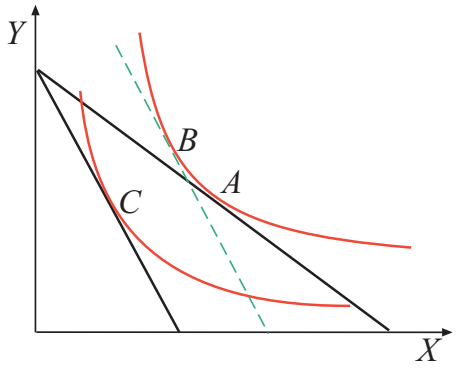


29. En televisión nacional es habitual que los periodistas señalen que frente a un alza en el precio de uno de los bienes que constituye la canasta de consumo de los individuos, éstos verán disminuida su utilidad. Comente y recuerde ser preciso.

Respuesta:

Basados en el principio de ceteris paribus, el periodista podría tener razón en su conjetura, tal y como se observa en la figura, sin embar-

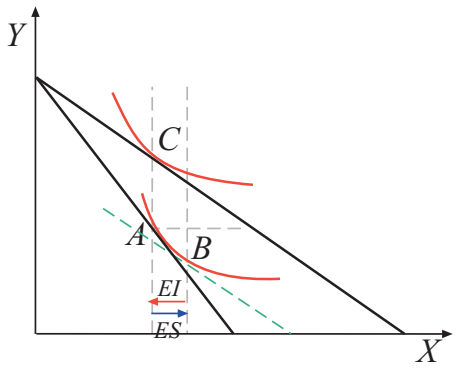
go, si otros precios hubiesen disminuido, entonces, el periodista estará equivocado en su afirmación.



30. Si la curva de demanda ordinaria es completamente inelástica para el caso del bien, se debe a que éste debe ser inferior. Comente y recuerde ser preciso.

Respuesta:

Verdadero. Para que la demanda sea completamente inelástica, frente a un cambio en precio la cantidad demandada no debe cambiar, por lo tanto, el efecto-sustitución (ES) debe ser anulado por el efecto-ingreso (EI), razón por la cual deben estar en sentidos opuestos, asíque corresponde a un bien inferior (ver figura).



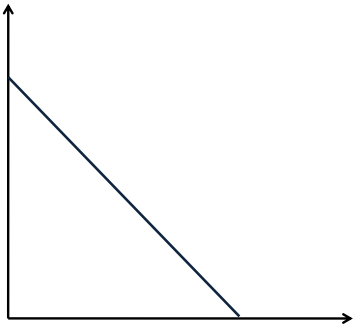
2.8.2 Matemáticos Resueltos

1. Para Juan una unidad del bien x es siempre tan atractiva como dos unidades del bien y, considerando lo anterior, se pide lo siguiente.

   a) Dibuje las curvas de indiferencia de Juan, ¿qué tipo de bienes son?.

   Respuesta

   El enunciado señala que ?Para Juan una unidad del bien x es siempre tan atractiva como dos unidades del bien y". Eso quiere decir que siempre él está indiferente entre consumir una unidad del bien x o dos unidades del bien y. Por lo tanto, ambos bienes son perfectos sustitutos en la relación indicada, y las curvas de indiferencia lucen como:



   b) Para precios $P_x = 3$, $P_y = 2$, y una renta $M = 60$ unidades monetarias, encuentre la canasta óptima. (Explique su procedimiento).

   Respuesta

   La relación marginal de sustitución es $1/2$. *Es decir, el consumidor está dispuesto a intercambiar dos unidades del bien y por una unidad del bien x. Por su parte, en el mercado la relación de precios es* $P_y/P_x = 2/3$, *es decir, una unidad del bien x se intercambia por* $2/3$ *unidades del bien y. Luego el consumidor valora más el bien x en relación al bien y que el resto del mercado, por lo que le conviene consumir sólo bien x. Entonces:*

$$x = \frac{M}{p_x} = 20$$

$$y = 0$$

c) Suponga que el precio del bien x se reduce a $\bar{P}_x = 2$. Derive los efectos sustitución, ingreso y total del cambio de precio en el consume de x.

Respuesta

El costo de oportunidad del bien x en el mercado disminuye, por lo tanto resulta inmediato que el consumidor va a seguir consumiendo sólo bien x. Luego:

$$x = \frac{M}{p_x} = 30$$
$$y = 0$$

Entonces el Efecto ingreso es igual a 10, y el efecto sustitución es igual a 0.

d) Para un precio $P_y = 3$ y una renta $M = 40$, derive la función de demanda de Juan.

Respuesta

Para Juan una unidad del bien x es tan atractiva como dos unidades del bien y. Luego si Px es mayor que 6 Juan no consume bien x, pero si el precio del bien x es menor que 6 sólo consume bien x, y el consumo está dado por:

$$x = \frac{M}{p_x}$$

Como consideremos $p_x = 2$, *entonces* $x = 20$, *e* $y = 0$.

2. Llamar a Europa cuesta \$100 por minuto. Una empresa de telecomunicaciones ofrece una tarifa de \$50 a cambio de un pago mensual de \$5,000.

a) ¿Cuántos minutos al mes tendría que llamar una persona para que le convenga contratar el plan?.

Respuesta

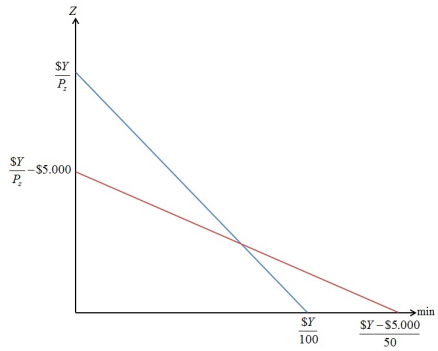
El costo del plan es \$5.000 al mes y el ahorro por minuto es de \$50. Luego para que a la persona le convenga contratar el plan debe llamar al menos 100 minutos al mes.

b) Dibuje la restricción presupuestaria de un consumidor que tiene una renta de \$Y por mes con y sin plan.

Respuesta

Lo más interesante es que las curvas se cruzan cuando se llaman 100 minutos. se puede mostrar que con plan la restricción presupuestaria parte más abajo pero su pendiente es la mitad.

Gráficamente tendremos:



Donde la línea azul es sin plan y la rojo es con plan. Notar que ambas rectas se interceptan en 100 minutos.

c) Una persona que sin plan llamaba 90 minutos al mes, ¿estará mejor o peor con el plan?.

Respuesta

Si la persona habla 90 minutos sin plan, entonces habrá una curva de indiferencia que es tangente a la restricción presupuestaria para la canasta (90, Y-9.000). Dado que las curvas de indiferencia no se cortan, no hay ninguna canasta tangente a la nueva restricción presupuestaria que esté por sobre la curva de indiferencia que maximiza el bienestar sin plan. Luego si elige el plan estará peor.

d) Una persona que sin plan llamaba 120 minutos al mes, ¿aumentará los minutos de llamada con el plan?. Suponga que llamar por teléfono a Europa es un bien normal.

Respuesta

A esta persona claramente le conviene contratar el plan. Si hablase los mismos 120 minutos que llamaba sin plan tendría un ahorro mensual de $1.000. Si llamar a Europa es un bien normal, entonces por este efecto aumentará el número de llamadas. Además el precio de las llamadas disminuyó, por lo que llamar a Europa se hace más atractivo, lo que también lleva a que se hable más.

3. Suponga la siguiente función de utilidad del individuo:

$$u = X^{3/4}Y^{1/4}, \quad donde: \quad Umg_x = \frac{3}{4}\left(\frac{Y}{X}\right)^{1/4} \quad y \quad Umg_y = \frac{1}{4}\left(\frac{X}{Y}\right)^{3/4}.$$

El precio del bien X es representado por P_x, el precio del bien Y por P_y, y el ingreso nominal del individuo por I.

a) Obtenga las condiciones que se dan en el equilibrio y derive la Curva de Engel del bien X.

Respuesta

Sabemos que la condición de equilibrio u óptimo del consumidor está dada por:

$$\frac{Umg_x}{Umg_y} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow \frac{Umg_x}{p_x} = \frac{Umg_y}{p_y}$$

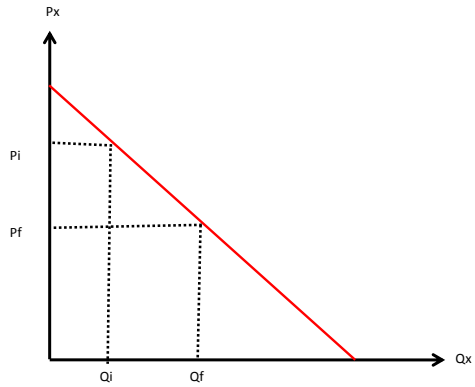
reemplazando y reduciendo:

$$\frac{3Y}{X} = \frac{p_x}{p_y} \Rightarrow Y = \frac{XP_x}{3P_y}$$

Luego, la canasta óptima de consumo se encuentra reemplazando la condición de equilibrio encontrada, en la restricción presupuestaria. La restricción presupuestaria está dada por:

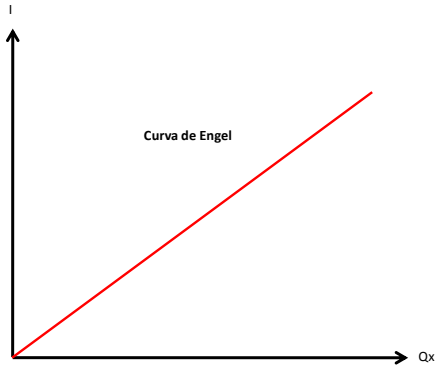
$$Xp_x + Yp_y = I \Rightarrow Xp_x + \left[\frac{XP_x}{3P_y}\right]p_y = I$$

Despejando X obtenemos la demanda marshaliana: $X^m = \dfrac{3I}{4P_x}$



Considerando lo anterior, buscamos una expresión para derivar gráficamente la curva de Engel:

$$I = \frac{x4P_x}{3}$$



b) Se sabe que el precio del bien X (P_x) es igual a \$1, el del bien Y (P_y) es \$2, y el ingreso nominal del individuo es \$400. Determine las cantidades consumidas en el equilibrio.

Respuesta

Sabemos que el precio de X (P_x) es igual a \$1, el de Y (P_y) es \$2, y el ingreso nominal del individuo es \$400. Considerando la Demanda Marshaliana y reemplazando los valores dados, tenemos:

$$X^m = \frac{3I}{4P_x} \rightarrow X^m = 300$$

Reemplazando X^m en la condición de equilibrio, encontramos Y^m:

$$Y^m = \frac{X^m}{6} = \frac{300}{6} = 50$$

c) ¿Cómo cambia su respuesta si el precio de X baja a \$0,5?. Muestre gráficamente su resultado, mostrando el Efecto Sustitución y el Efecto Ingreso, identificando que tipo de bienes son X e Y (inferior, neutro o normal).

Respuesta

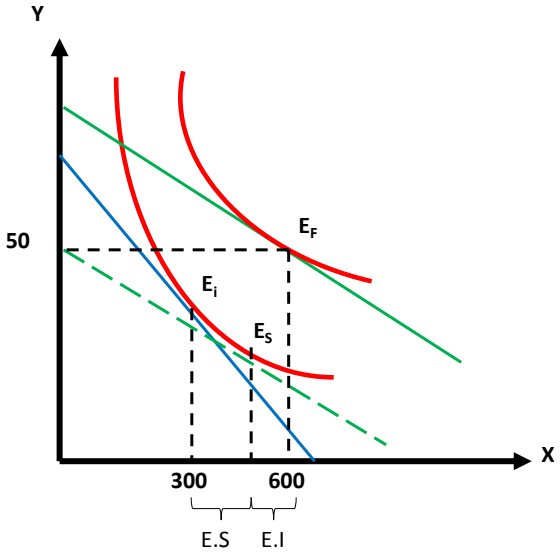
Entonces reemplazando en:

$$X^m = \frac{3I}{4P_x}$$

Obtenemos

$$X^m = 600 \rightarrow Y = 50$$

Graficamente tenemos:

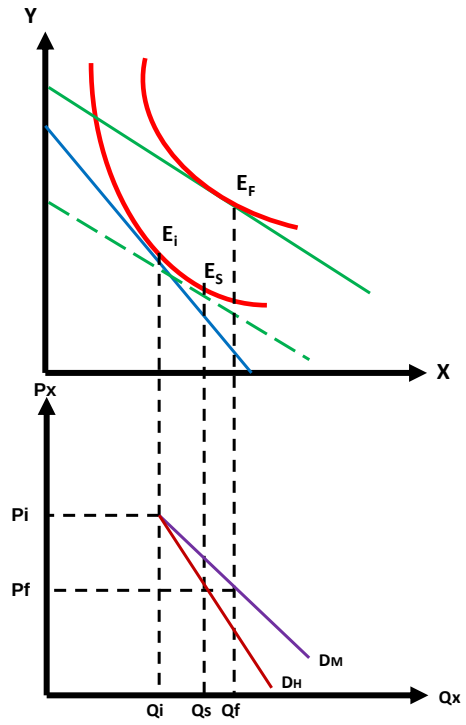


Considerando el gráfico superior, se aprecia que ambos efectos van en la misma dirección (hacia la derecha), donde por efecto ingreso aumenta el consumo de ambos bienes, por lo que estamos hablando de bienes que son normales.

d) Dado el cambio de precio anterior, obtenga gráficamente las demandas Marshaliana y Hicksiana del bien X.

Respuesta

Tenemos entonces:



4. Utilizando el modelo de consumo intertemporal y el respectivo análisis gráfico y conceptual, se pide que analice los siguientes aspectos. Asuma que Dotación de ingresos en términos de valores monetarios es la siguiente: $(I_p, I_f) = (I_p^0, 2I_p^0)$. La tasa de colocación de créditos (R_c) es diferente de la tasa de captación de los ahorros (R_a).

   a) Obtenga el costo de oportunidad de consumir en el presente, y el costo de oportunidad de consumir en el futuro.

   Respuesta

   En Costo de Consumir en el Presente es $\frac{P_{cp}}{P_{cf}} = (1 + R)$. *Donde R es la tasa de interés. Y Costos del consumir en el futuro es el inverso de la expresión anterior. Ahora si debe traer un peso del futuro al presente deberá endeudarse y la tasa relevante es* R_{col}. *Por el contrario si quiere llevar ingresos del presente al futuro debe ahorrar y la tasa relevante es* R_{cap}.

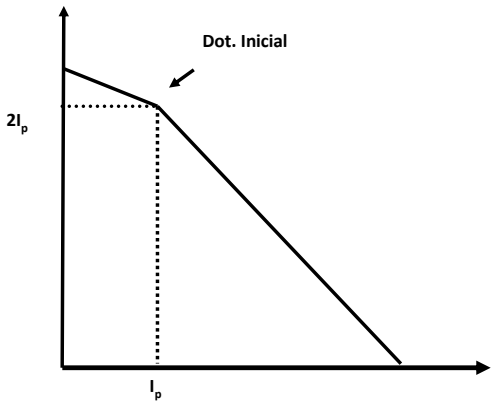
(b) Exprese matemáticamente la restricción presupuestaria en pesos del período presente. Y grafíquela.

Respuesta

La restricción presupuesta en pesos del período presente, expresa el consumo y el ingresos del periodo presente. La expresión general es:

$$C_p + \frac{C_f}{(1+R)} = I_p + \frac{2Ip}{(1+R)}.$$

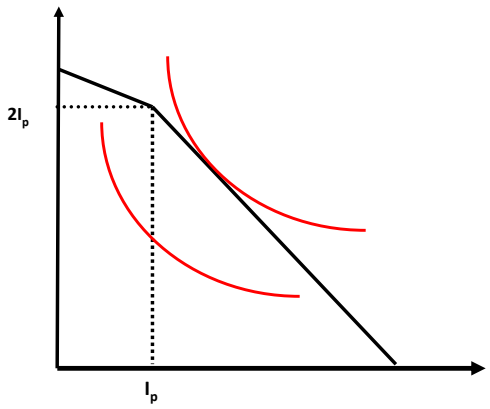
Luego se debe considerar que si el C_p es mayor I_p, deberá endeudarse y descontar a una $R_c ol$. Por el contrario, si C_p es menor que el I_p, entonces el agente puede ahorrar, y por tanto, la tasa que le da el banco es $R_c ap$. De lo que se concluye que la restricción, se construye por partes, y que depende de donde este la dotación. (El grado de inclinación de la recta depende de la tasa de interés). En este caso los recursos traídos del futuro se castigan a una tasa mayor que los recursos llevados del presente hacia el futuro. La restricción debe pasar por el punto de dotación, ya que es desde ahí que es posible construir.



(c) ¿Puede estar indiferente el consumidor entre ahorrar o endeudarse en un caso como este?.

Respuesta

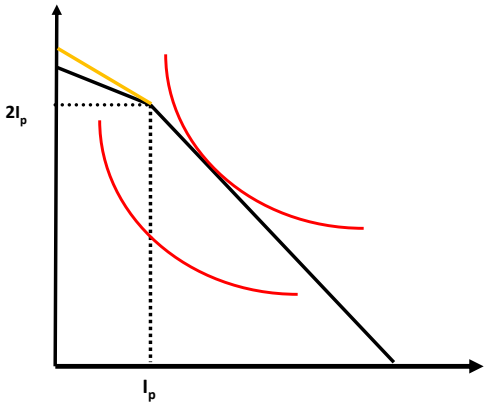
Es poco probable que un consumidor este indiferente en este caso, ya que la solución del modelo es que el consumidor suaviza consumo y por tanto, el lleva ingresos del período donde tiene más ingreso al período donde tiene menos. En este caso, lo más probable es se endeude, y la solución podría ser la siguiente. (Por tanto, depende de la dotación del consumidor y de la forma de las preferencias)



(d) ¿Es posible diferenciar el efecto sustitución y el efecto ingreso frente a un aumento de la tasa de interés de captación de ahorros?.

Respuesta

Si aumenta la tasa de interés de colocación, dada la situación inicial de la dotación del consumidor, para analizar el efecto sustitución e ingreso tendríamos que ver la magnitud del incremento. La tasa de colocación debería incrementarse fuertemente, de lo contrario la situación inicial del consumidor es poco probable que cambie.



5. Fabián, ándrea y Francisco, tienen una problemática, no saben a que fiesta ir, tienen que elegir entre una que se realizará este sábado y otra la próxima semana. Ellos en su conjunto fueron capaces de juntar para la fiesta de este sábado \$200 dólares, y para la segunda fiesta esperan recibir ingresos por \$320 dólares.

   Las preferencias de estos amigos acerca de ir a la fiesta de este sábado (f_1) y el próximo sábado (f_2) pueden representarse mediante la siguiente función de utilidad:

$$U(f_1, f_2) \quad = \quad f_1 f_2 \tag{2.8.2.1}$$

   Suponiendo que el precio de la fiesta de este sábado, es $P_1 = 1$ y el precio de la fiesta del próximo sábado es igual a $P_2 = 2$, y el tipo de interés de mercado es es del 20 %.

   a) Obtenga la restricción presupuestaria de los amigos y represéntela gráficamente.

   Respuesta:

   La restricción que tiene que cumplirse para los amigos es que el ingreso presente más el ingreso futuro, en valor presente, debe

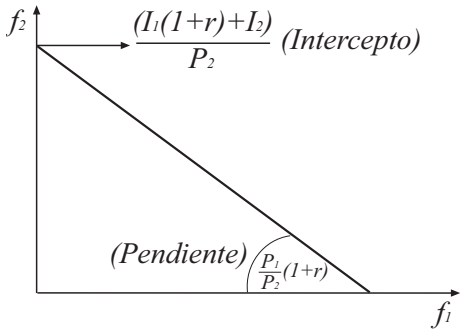
ser igual al consumo (de fiestas) presente más el futuro en valor presente, es decir:

$$I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} = f_1 + \frac{f_2}{(1+r)}$$

Para poder representarla gráficamemte, podemos hacer el siguiente despeje:

$$\begin{aligned} I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= f_1 + \frac{f_2}{(1+r)} \Big/ \cdot (1+r) \\ I_1(1+r) + I_2 &= f_1(1+r) + f_2 \\ f_2 &= I_1(1+r) + I_2 - f_1(1+r) \end{aligned}$$

$$f_2 = \underbrace{(I_1(1+r) + I_2)}_{Intercepto} - \underbrace{(1+r)}_{Pendiente} f_1$$



b) Derive las funciones de demanda de consumo por fiestas de esta semana y la próxima, y la función de ahorro de los amigos.

Respuesta:

Lo primero que debemo hacer es encontrar la pendiente de la función de utilidad (que es la tasa marginal de sustitución de consumo intertemporal).

$$TMgSC_{2,1} = -\frac{\partial U/\partial f_1}{\partial U/\partial f_2} = -\frac{f_2}{f_1}$$

Ahora igualamos las pendientes (oviamos el signo menos, porque ambas son negativas), así obtenemos el óptimo.

$$\begin{aligned} \frac{f_2}{f_1} &= 1+r \\ \Rightarrow f_2 &= f_1(1+r) \\ \Rightarrow f_1 &= \frac{f_2}{(1+r)} \end{aligned}$$

Ahora reemplazamos estas condiciones de optimo en la restricción para obtener las demandas (recuerde que hay que reemplzar una a la vez).

$$\begin{aligned} I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= f_1 + \frac{f_2}{(1+r)} \\ I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= f_1 + \frac{(f_1(1+r))}{(1+r)} \\ I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= f_1 + f_1 \\ I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= 2f_1 / \cdot (1+r) \\ I_1(1+r) + I_2 &= 2(1+r)f_1 \\ \Rightarrow f_1^d &= \frac{I_1(1+r)+I_2}{2(1+r)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= f_1 + \frac{f_2}{(1+r)} \\ I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= \left(\frac{f_2}{(1+r)}\right) + \frac{f_2}{(1+r)} \\ I_1 + \frac{I_2}{(1+r)} &= 2\frac{f_2}{(1+r)} \Big/ \cdot (1+r) \\ I_1(1+r) + I_2 &= 2f_2 \\ \Rightarrow f_2^d &= \frac{I_1(1+r)+I_2}{2} \end{aligned}$$

El ahorro de los amigos será la diferencia entre lo que se recibe hoy (ingreso presente) y lo que se consume hoy (consumo presente),

entonces:

$$\begin{aligned} A &= I_1 - f_1^d \\ A &= I_1 - \left(\frac{I_1(1+r)+I_2}{2(1+r)}\right) \Big/ Vamos a multiplicar por un 1 conveniente. \\ A &= \frac{2(1+r)I_1}{2(1+r)} - \left(\frac{I_1(1+r)+I_2}{2(1+r)}\right) \\ A &= \frac{2(1+r)I_1 - I_1(1+r) - I_2}{2(1+r)} \\ A &= \frac{I_1(1+r) - I_2}{2(1+r)} \end{aligned}$$

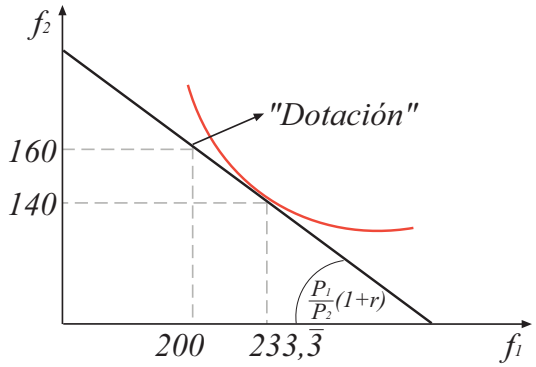
c) En el equilibrio, ¿Los amigos serán prestamistas (acreedores) o prestatarios (deudores)? Y, según su respuesta, ¿Cuánto presta o pide prestado?

Respuesta:

Para saber esto, tenemos que reemplazar los datos entregados en las respectivas funciones de demanda, entonces:

$$\begin{aligned} f_1^d &= \frac{I_1(1+r)+I_2}{2(1+r)} \\ \Rightarrow f_1^* &= \frac{200(1+0{,}2)+320}{2(1+0{,}2)} \\ \Rightarrow f_1^* &= 233{,}333... \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2^d &= \frac{I_1(1+r)+I_2}{2} \\ \Rightarrow f_2^* &= \frac{200(1+0{,}2)+320}{2} \\ \Rightarrow f_2^* &= 280 \end{aligned}$$



Dados nuestros resultados, es fácil ver que los amigos son deudores. Especificamente, lo que hacen es pedir prestado \$40 al futuro (próxima semana) que valen \$33,3̄ hoy.

Un análisis es haber reemplazado los datos en la función de ahorro, de haber hecho hubiesemos obtenido:

$$\begin{aligned} A &= \frac{I_1(1+r) - I_2}{2(1+r)} \\ \Rightarrow A^* &= \frac{200(1+0{,}2) - 320}{2(1+0{,}2)} \\ \Rightarrow A^* &= -33{,}333... \end{aligned}$$

Con este resultado vemos que existe un desahorro igual a \$ 33,333..

Luego, para saber cuánto se ha pedido prestado, hay que multiplicar esta cantidad (sin considerar el signo) por $(1+r)$. *Definamos* P *como lo que se ha pedido prestado.*

$$\begin{aligned} P^* &= (1+r)33{,}333... \\ \Rightarrow P^* &= (1{,}2)33{,}333... \\ \Rightarrow P^* &= 40 \end{aligned}$$

d) ¿A partir de qué tipo de interés pasarían los amigos de ser prestatarios a prestamistas?

Respuesta:

Sabemos que existe valor de tasa de interés que nos hace cambiarnos de prestatarios a prestamistas, en este punto específico, tiene

que cumplirse que:

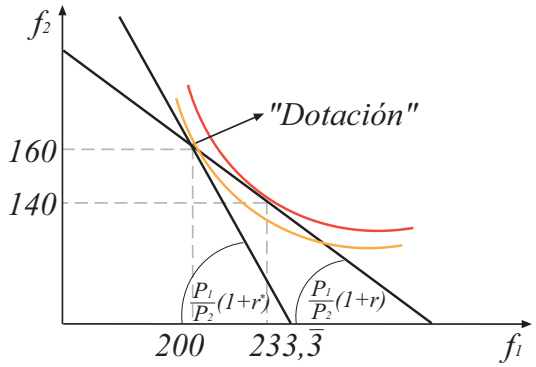
$$f_1^d = I_1 y f_2^d = I_2$$

Entonces:

$$\begin{aligned}
f_1^d &= I_1 \\
\frac{I_1(1+r)+I_2}{2(1+r)} &= I_1 \\
I_1(1+r)+I_2 &= 2(1+r)I_1 \\
I_2 &= (1+r)I_1 \\
\frac{I_2}{I_1} &= 1+r \\
r^* &= \frac{I_2}{I_1} - 1 \\
\Rightarrow r^* &= \frac{320}{200} - 1 = 0{,}6
\end{aligned}$$

Sabemos que con la otra condición nos tiene que dar el mismo resultado, pero para estar seguros tambien lo haremos.

$$\begin{aligned}
f_2^d &= I_2 \\
\frac{I_1(1+r)+I_2}{2} &= I_2 \\
I_1(1+r)+I_2 &= 2I_2 \\
I_1(1+r) &= I_2 \\
1+r &= \frac{I_2}{I_1} \\
r^* &= \frac{I_2}{I_1} - 1 \\
\Rightarrow r^* &= \frac{320}{200} - 1 = 0{,}6
\end{aligned}$$



Notar que (en este caso) al cambiar la tasa de $r = 0{,}2$ a $r^* = 0{,}6$, los amigos obtendrían una menor utilidad.

6. Imagine un individuo con la siguiente función de utilidad:

$$U(O, C) = O^{\alpha} C^{\beta} \tag{2.8.2.2}$$

(2.8.2.3)

Además usted conoce los siguiente:

$$Y_{NL} = Y_{NL}^0 \tag{2.8.2.4}$$
$$w = w_0 \tag{2.8.2.5}$$
$$\alpha + \beta = 1 \tag{2.8.2.6}$$

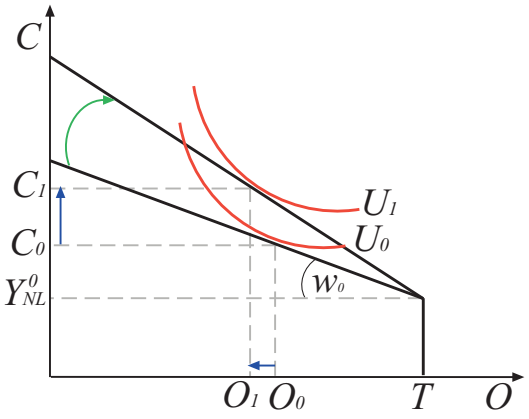
Con esta información explique conceptual y graficamente cada una de las siguientes situaciones planteadas (cada letra es independiente de la anterior). Indicando claramente que ocurre con el consumo, el ocio y el trabajo.

a) Un alza de w_0 a w_1.

Respuesta:

Frente a un alza en el salario por hora ocurre que aumentan los incentivos a trabajar más por ende disminuye las horas dedicadas al ocio, lo que implica (como se dijo antes) que aumentan las horas dedicadas al trabajo, como ahora se trabajan más horas y se recibe

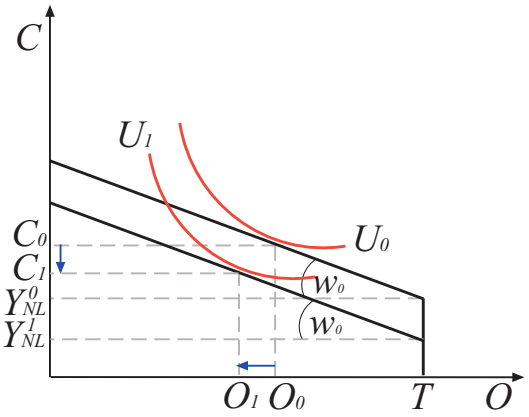
un salario mayor por esas horas trabajadas, es posible acceder a un mayor consumo. Por lo tanto el agente mejora.[19].



b) Una disminución del ingreso no laboral a Y^1_{NL}.

Respuesta:

Frente a una disminución del ingreso no laboral ocurre que tienen que disminuir las horas dedicadas al ocio para poder aumentar las horas dedicadas al trabajo y así no disminuya tanto el consumo. Por lo tanto el agente empeora.



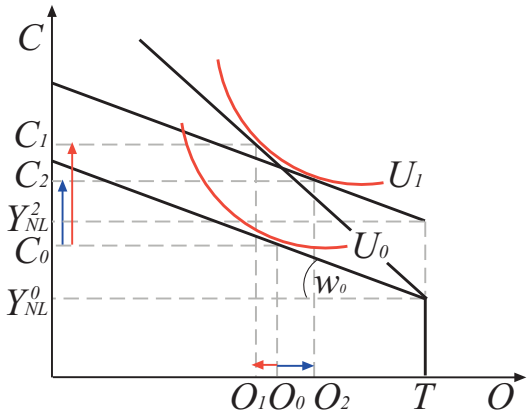
[19]También era valido hacer un análisis donde ocurriera que un aumento en el salario tiene un efecto positivo en el ocio, esto ocurre cuando ya se esta ganando un sueldo muy alto

c) Imagine dos opciones, la primera es un alza de w_0 a w_1 y la segunda es un alza del ingreso no laboral a Y_{NL}^2 que lo deja en la misma utilidad que la primera opción. ¿Existe diferencia en el trabajo, ocio y consumo? ¿Le da lo mismo cual opción tomar si es que existe diferencia en trabajo, ocio y consumo?

Respuesta:

Si comparamos la primera alternativa con la segunda tenemos que en la primera disminyen las horas dedicadas al ocio (por ende aumenta el trabajo) y en la segunda aumentan las horas de ocio (por ende disminuye el trabajo). En ambos casos podemos ver que aumenta el consumo, pero en la primera alternativa aumenta mas que en la segunda, explicado en parte por que en esta alternativa se trabajan más horas a un sueldo mayor, pudiendo así optar a un mayor consumo.

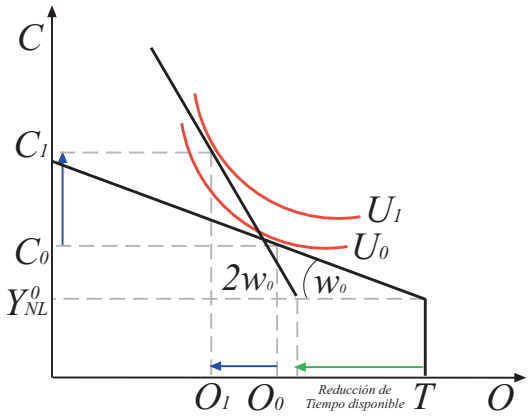
Como se acaba de explicar a pesar de que ambas alternativas nos dejan en la misma utilidad, las canastan optimas en cada alternativa son distintas. A pesar de esto, podemos decir con certeza que le da lo mismo cual alternativa elegir, pues ambas lo dejan en la misma curva de utilidad (o de indiferencia), y este es el concepto clave que hay detreas de las curvas de utilidad. Por lo tanto con ambas alternativas el agente mejora lo mismo.



d) Imagine un trabajo que duplica w_0, pero disminuye la cantidad de tiempo disponible, debido a que el nuevo trabajo está mas lejos.

Respuesta:

Si duplicamos el salario pero disminuimos el tiempo disponible, podemos ver en este caso que, disminuyen las horas dedicadas al ocio, pero en este caso el trabajo disminuye (recuerde que el trabajo se mide desde el tiempo disponible hasta la cantidad de ocio elegida), pero a pesar de que el trabajo haya disminuido tenemos que el consumo aumenta (el salario ahora es el doble). Por lo tanto el agente mejora.

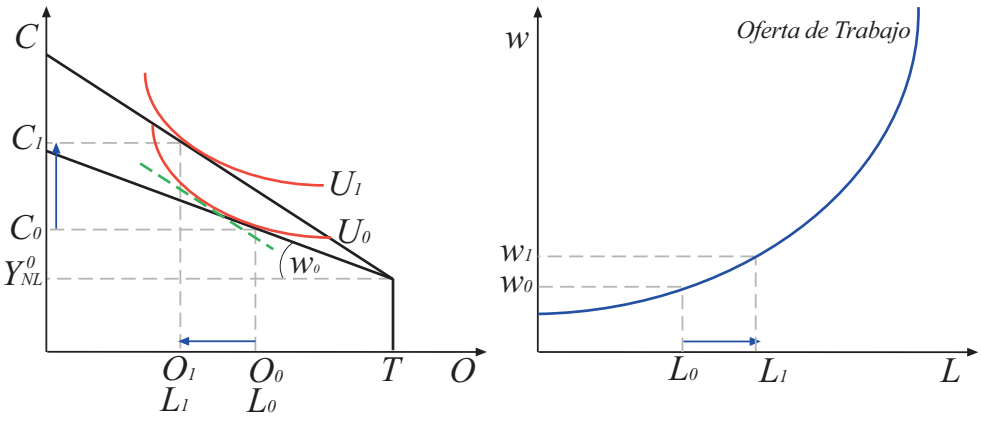


e) Encuentre la oferta de trabajo cuando el ocio es un bien inferior.

Respuesta:

Primero recordemos que para que un bien sea inferior, el equilibrio final debe quedar a la izquierda del equilibrio a la Hicks (o Slutsky y aunque no es necesario que queda a la izquierda del equilibrio inicial, puede ocurrir), entonces dado que el ocio es un bien inferior, tenemos que frente a un alza en el salario, el individuo siempre va a escoger trabajar mas (aunque el salario sea muy alto), por ende si sube el salario siempre va a escoger destinar menos horas al ocio. Como siempre elige trabajar mas a un mayor salario, tambien siempre podrá consumir mas. En este caso el agente mejora, pero sus preferencias son distintas.

Al obtener la oferta de trabajo del individuo tenemos que esta siempre será creciente con respecto al salario, y no como cuando el ocio es un bien normal donde en un punto es decreciente respecto al salario.



7. En un Mercado que se encuentra en Equilibrio, la Oferta y la Demanda vienen dadas por:

$$U(X,Y) = X^{1/3}Y^{2/3} \tag{2.8.2.7}$$

donde X e Y son los 2 bienes en cuestión, con esta información encuentre lo siguiente:

a) Considere que la pendiente de la curva de indiferencia es: $\frac{Y}{X}$, entonces, encuentre y grafique el equilibrio del consumidor en función de los precios y el ingreso.

Respuesta:

Lo primero que haremos será calcular la pendiente de la restricción presupuestaria. ($I = XP_X + YP_Y$)

$$\begin{aligned} I &= XP_X + YP_Y \\ YP_Y &= I - XP_X \\ Y &= \frac{I - XP_X}{P_Y} \\ Y &= \frac{I}{P_Y} - X \cdot \frac{P_X}{P_Y} \\ \Rightarrow m &= \frac{P_X}{P_Y} \end{aligned}$$

Ahora igualamos las pendientes[20]*, para encontrar la condición de optimo y despejar X e Y, para poder reemplazarlas (cada una por separado) en la restricción presupuestaria:*

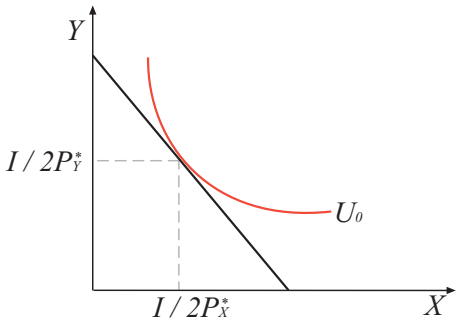
$$\begin{aligned} Condiciondeoptimo \frac{P_X}{P_Y} &= \frac{Y}{X} \\ \Rightarrow Y &= \frac{XP_X}{P_Y} \\ \Rightarrow X &= \frac{YP_Y}{P_X} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I &= XP_X + YP_Y \\ I &= XP_X + \left(\frac{XP_X}{P_Y}\right) P_Y \\ I &= XP_X + XP_X \\ I &= 2XP_X \\ X^* &= \frac{I}{2P_X^*} \end{aligned}$$

Análogamente, podemos encontrar la cantidad optima de Y:

$$Y^* = \frac{I}{2P_Y^*}$$

[20]Si uno calculaba la pendiente de la curva de indiferencia, encontraba una expresión distinta a la entregada en el enunciado. Si alguien la calculo y la ocupo en su respuesta, no tendrá ninguna incidencia en el puntaje obtenido a pesar de tener resultados diferentes a esta pauta (siempre y cuando estén correctamente realizados).



b) Encuentre las funciones de demanda de X e Y. También obtenga las elasticidad-precio y la elasticidad ingreso de X.

Respuesta:

Las funciones de demanda se obtienen reemplazando la condición de optima en la restricción presupuestaria (es el mismo proceso que se realizo en (a)).

$$\begin{aligned} I &= XP_X + YP_Y \\ I &= XP_X + \left(\frac{XP_X}{P_Y}\right) P_Y \\ I &= XP_X + XP_X \\ I &= 2XP_X \\ X^d &= \frac{I}{2P_X^*} \end{aligned}$$

Análogamente obtenemos

$$Y^d = \frac{I}{2P_Y^*}$$

$$
\begin{aligned}
X^d &= \frac{I}{2P_X^*} \Big/ \frac{d}{dP_X} \\
\frac{dX^d}{dP_X} &= \frac{I}{2}(-1)\frac{1}{P_X^2} \Big/ \frac{P_X}{X^d} \\
\eta_{X,P_X} &= -\frac{1}{2P_X^2} \cdot \frac{P_X 2P_X}{I} \\
\eta_{X,P_X} &= -1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
X^d &= \frac{I}{2P_X^*} \Big/ \frac{d}{dI} \\
\frac{dX^d}{dI} &= \frac{I}{2P_X} \Big/ \frac{I}{X^d} \\
\eta_{X,I} &= \frac{1}{2P_X} \cdot \frac{I2P_X}{I} \\
\eta_{X,I} &= 1
\end{aligned}
$$

c) Ahora suponga que conoce lo siguiente: $I = 6561$; $P_X = 81$; y $P_Y = 54$. Calcule las cantidades de equilibrio y encuentre la utilidad que obtiene en dicho equilibrio.

Respuesta:

Para calcular lo pedido simplemente hay que reemplazar:

$$
\begin{aligned}
X^* &= \frac{I}{2P_X^*} = \frac{6561}{2 \cdot 81} \\
X^* &= 40{,}5
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
Y^* &= \frac{I}{2P_Y^*} = \frac{6561}{2 \cdot 54} \\
Y^* &= 60{,}75
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
U^* &= (40{,}5)^{1/3}(60{,}75)^{2/3} \\
U^* &= 53{,}07
\end{aligned}
$$

8. En un Mercado que se encuentra en Equilibrio, la Oferta y la Demanda vienen dadas por:

$$4q_x = P - 20 \quad (2.8.2.8)$$
$$P = 100 - q_x \quad (2.8.2.9)$$

a) Asumiendo que la cantidad producida por los demandantes en el periodo cero es igual a $q_0 = 8$. Calcule y grafique los equilibrios para el periodo 0, 1 y 2.

Respuesta:

En t_0 lo que tenemos que hacer es reemplazar la cantidad ofrecida en la demanda:

$$\begin{aligned} P_0 &= 100 - 8 \\ \Rightarrow P_0 &= 92 \end{aligned}$$

En t_1 tenemos que reemplazar P_0 en la oferta para obtener la cantidad:

$$\begin{aligned} 4q_1 &= 92 - 20 \\ \Rightarrow q_1 &= 18 \end{aligned}$$

Ahora que tenemos la cantidad, reemplazamos en la demanda para obtener el precio:

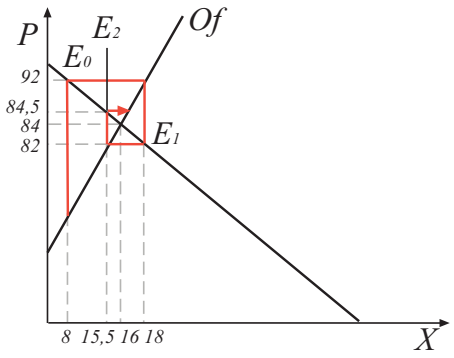
$$\begin{aligned} P_1 &= 100 - 18 \\ \Rightarrow P_1 &= 82 \end{aligned}$$

En t_2 tenemos que reemplazar P_1 en la oferta para obtener la cantidad:

$$\begin{aligned} 4q_2 &= 82 - 20 \\ \Rightarrow q_2 &= 15{,}5 \end{aligned}$$

Ahora que tenemos la cantidad, reemplazamos en la demanda para obtener el precio:

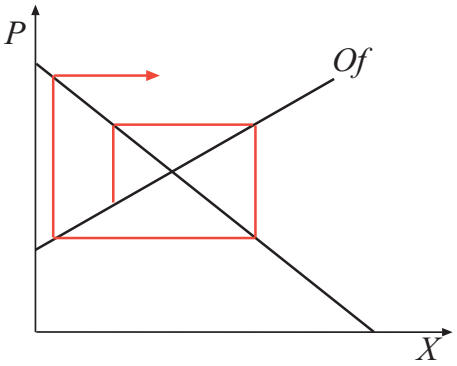
$$\begin{aligned} P_2 &= 100 - 15{,}5 \\ \Rightarrow P_2 &= 84{,}5 \end{aligned}$$



b) De un ejemplo de un mercado que se actúe de esta manera y explique por qué. ¿Qué tendría que ocurrir para el proceso o moviendo que usted describió en la parte (b) sea exactamente el contrario?

Respuesta:

El mercado agrícola tiende a actuar de esta forma, y esto es porque la decisión de que cultivar, qe será la cosecha del próximo periodo, depende del precio actual. Si la curva de oferta se hiciera mas elástica, el movimiento que tendrían los precios sería explosivo.



9. En el mercado de los zapatos la demanda biene dada por $P_D = 3500 - 2Q$, mientras que la oferta corresponde a $P_S = 1420 + 8Q$ representa la cantidad de zapatos que se demandara u ofertará, según corresponda en esta economá.

   a) Si se cobra un impuesto a los zapatos de λ pesos por unidad producida, ¿cuáles seŕyan el o los precios y cantidad transada con

respecto al equilibrio?

Respuesta:

El equilibrio de Mercado se obtiene al igualar P_D con P_S:

$$\begin{aligned} P_D &= P_S \\ 3500 - 2Q &= 1420 + 8Q \\ 10Q &= 2080 \\ Q^* &= 208 \end{aligned}$$

Reemplazando la cantidad de equilibrio en P_S o en P_D obtenemos en precio de equilibrio.

$$\begin{aligned} P^* &= 3500 - 2Q \\ P^* &= 3500 - 2 \cdot 208 \\ P^* &= 3084 \end{aligned}$$

Por lo tanto el equilibrio es $P^* = 3084$ y $Q^* = 208$.

Ahora se cobra un impuesto de λ por unidad producida, esto es:

$$\begin{aligned} P_S + \lambda &= P_D \\ 1420 + 8Q + \lambda &= 3500 - 2Q \\ 10Q &= 2080 - \lambda \\ Q &= 208 - \frac{\lambda}{10} \end{aligned}$$

Resultando la cantidad transada con un impuesto de λ

Ahora, para poder obtener los precios de equilibrio basta con reemplazar esta cantidad encontrada en P_S y en P_D.

$$\begin{aligned} P_S &= 1420 + 8Q \\ P_S &= 1420 + 8 \cdot \left(208 - \frac{\lambda}{10}\right) \\ P_S &= 3084 - \frac{4}{5}\lambda \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_D &= 3500 - 2Q \\ P_D &= 3500 - 2 \cdot \left(208 - \frac{\lambda}{10}\right) \\ P_D &= 3084 + \frac{\lambda}{5} \end{aligned}$$

b) ¿Qué subsidio por unidad disminuirá el precio de mercado en $30?

Respuesta:

Sabemos que el precio de mercado es $3.084, el nuevo precio tiene que ser $.30 menor, por lo tanto es $3.054.

Aplicando el subsidio, S, obtenemos:

$$P_S - S = P_D = 3054$$

Reemplazando el precio en la demanda, obtenemos la cantidad transada con el subsidio.

$$\begin{aligned} P_D &= 3500 - 2Q \\ 3054 &= 3500 - 2Q \\ 2Q &= 446 \\ Q &= 223 \end{aligned}$$

Por lo tanto, la cantidad transada con el subsidio es de 223 unidades, reemplazando esta cantidad en el precio que recibe el oferente menos el subsidio, obtenemos la cuantýa del subsidio.

$$\begin{aligned} P_S - S &= 3054 \\ 1420 + 8Q - S &= 3054 \\ 1420 + 8 \cdot 223 - S &= 3054 \\ S &= 150 \end{aligned}$$

El subsidio que cumple la condicion de disminuir el precio de mercado en $30 es uno de $150.

10. Suponga una economía en la cual existen sólo dos bienes y que el individuo representativo en ésta posee la siguiente función de utilidad:

$$u(x,y) \quad = \quad x^{\varepsilon-1}y \tag{2.8.2.10}$$

donde x corresponde a la cantidad que consume el individuo del primer bien X, e y es la cantidad respectiva del bien Y , además ε es un parámetro mayor estricto de 1.

Por otro lado, se sabe que el precio del bien Y es igual a 1 y el precio del bien X es p.

a) Determine las demandas Marshallianas para este individuo si debe gastar todo su presupuesto en el consumo de estos bienes y éste asciende a 100 unidades monetarias.

Respuesta:

El individuo debe resolver el siguiente problema:

$$\begin{array}{ll} \text{máx} & u(x,y) = x^{\varepsilon-1}y \\ s.a. & 1 \cdot y + p \cdot x = 100 \end{array}$$

La condición de equilibrio para resolver este problema es igualar la tasa marginal de sustitución con la relación de precio (TMT o TMIM), lo cual se consigue de la siguiente manera.

$$TMS = \frac{(\varepsilon-1)}{1}\frac{y}{x} \quad = \quad \frac{p}{1} = TMT$$

Relación de la cual se obtiene que

$$y \quad = \quad \frac{p}{(\varepsilon-1)}x$$

Reemplazando este último resultado en la recta presupuestaria se tiene que:

$$1 \cdot \left(\frac{p}{(\varepsilon - 1)} x \right) + p \cdot x \quad = \quad 100$$

Por lo que al despejar el valor x, se obtiene el consumo óptimo del bien X, es decir,

$$x^* \quad = \quad \frac{100(\varepsilon - 1)}{\varepsilon p}$$

Por lo tanto, para el bien Y se tiene que:

$$y^* \quad = \quad \frac{p}{(\varepsilon - 1)} x^* = \frac{100}{\varepsilon}$$

b) Suponga ahora que $\varepsilon = p = 2$. En base a esto, determine el efecto sustitución y el efecto ingreso si el precio del bien disminuye en una unidad monetaria y grafíquelo.

Respuesta:

Con estos valores se tiene que las demandas óptimas corresponden a $x^* = 25$ *y* $y^* = 50$*, por lo que, la utilidad máxima corresponde a* $u^* = 1250$.

Para obtener la nueva canasta con la baja en el precio del bien X, basta con reemplazar en la solución encontrada en la parte anterior, pero con $\varepsilon = 2$ *y* $p = 1$*, es decir,* $x^N = 50$ *y* $y^N = 50$.

Ahora, para separar el efecto sustitución e ingreso, es necesario imponer la nueva relación de precios sobre la misma iso-utilidad (anterior al cambio de precio), en base a lo cual se obtendrá el aumento por efecto sustitución y por efecto ingreso (en este caso se deberá a que se trata de un bien normal), es decir,

$$nuevarelaciondeprecios = \frac{p_x}{p_y} = 1$$

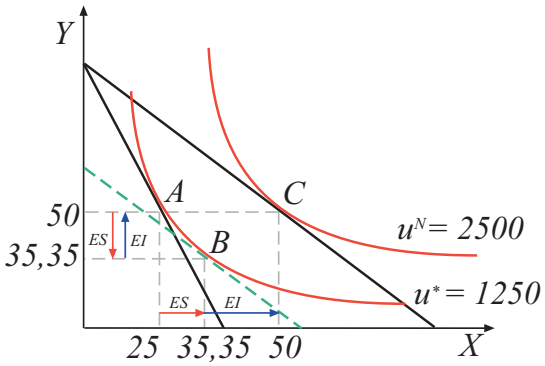
Por lo tanto, la condición de equilibrio se reduce a $y = x$*, que en la iso-utilidad de 1250, se tiene*

$$\begin{aligned} u(x,y) = xy &= 1250 \\ x \cdot x = x^2 &= 1250 \\ x^s = y^s &= 35{,}35 \end{aligned}$$

Por lo tanto, los efectos son:

$$\begin{aligned} EfectoSustitucion &= x^s - x^* = 35{,}35 - 25 = 10{,}35 \\ &= y^s - y^* = 35{,}35 - 50 = -14{,}65 \\ EfectoIngreso &= x^N - x^s = 50 - 35{,}35 = 14{,}65 \\ &= y^N - y^s = 50 - 35{,}35 = 14{,}65 \end{aligned}$$

Este aumento en el consumo se puede observar en la figura, la cual muestra el efecto sustitución cuando pasamos del punto A al punto B y el efecto ingreso cuando pasamos del punto B al punto C (según HICKS).

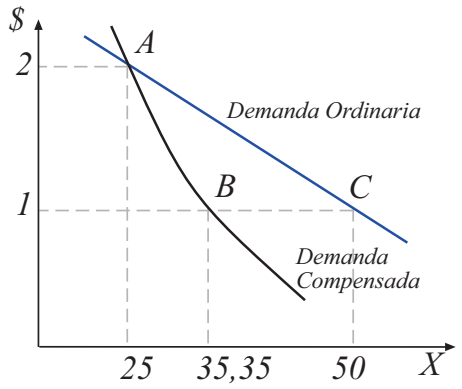


c) Utilizando los resultados de la parte (b), grafique la demanda ordinaria y compensada del bien, y determine si este es un bien normal o inferior.

Respuesta:

Frente a una disminución en el precio para un bien normal, la curva de demanda ordinaria debe quedar por sobre la curva de demanda compensada, y tal como se observa en la figura, la demanda

ordinaria es mayor, por lo tanto, el bien X en este problema es un bien normal.



CAPÍTULO 3

LA TEORÍA DEL PRODUCTOR

3.1 Introducción

En el capítulo anterior comenzamos el estudio de la microeconomía estudiando el comportamiento del consumidor y la determinación de la curva de demanda. En este capítulo nos centraremos en estudiar la contraparte de la Teoría del Consumidor, que es la Teoría del Productor, que se centra en estudiar a las empresas y cómo éstas toman sus decisiones de producción, siendo uno de nuestros objetivos principales determinar sus curvas de oferta.

3.2 Teoría de Producción

Como mencionamos en la introducción, la Teoría del Productor estudia el comportamiento de las empresas, pero se centra en empresas que producen algún bien o servicio. El hecho que las empresas analizadas produzcan algún bien o servicio, es que nos permite asumir la existencia de una función de producción.

Las funciones de producción son funciones que relacionan una cantidad de factores productivos con la cantidad máxima de producto final que se puede producir. Por ejemplo, supongamos que queremos hacer vasos de jugo

de naranja (V_{JN}) y sabemos que dos naranjas (N) nos dan el jugo necesario para un vaso. De esta forma, obtenemos una función de producción de la forma:

$$V_{JN} = f(N) = \frac{N}{2} \tag{3.2.0.1}$$

Notar que una de las características de las funciones es que nos dicen la mayor cantidad posible de producir dados los insumos. Es decir, con cuatro naranjas, sabemos que podemos hacer dos vasos de naranja, pero también podemos hacer uno si así quisiéramos. Por lo tanto, no solo podemos producir aquellos puntos que nos indica la función, sino todos aquellos puntos bajo la función.

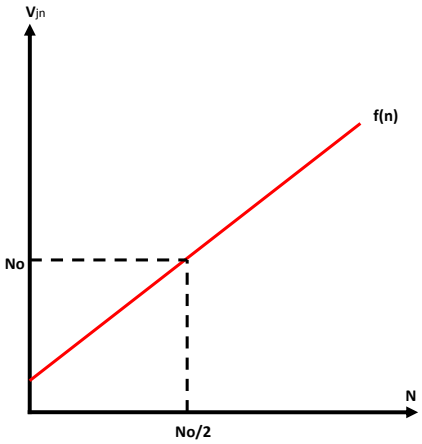


Figura 3.1: Función de producción de las naranjas

Ahora bien, para efectos de este curso asumiremos que la función de producción tiene dos factores productivos, trabajo (L) y capital (K). Por trabajo entenderemos mano de obra y por capital entendemos maquinaria, instalaciones, vehículos, etc. De esta forma, las funciones de producción serán expresadas como:

$$Y(K, L) = f(K, L) \tag{3.2.0.2}$$

Al igual que en las funciones de utilidad, hay funciones de producción que son usuales, entre ellas se encuentran:

- La función Cobb-Douglas, que representa aquellas funciones de producción donde ambos factores tienen una importancia relativa denotada en este caso por α y β, ess de la forma:

$$f(K, L) = K^{\alpha} L^{\beta} \tag{3.2.0.3}$$

- La función Sustitutos Perfectos, que representa aquellas funciones de producción donde ambos factores tienen la misma función dentro de la producción, supongamos naranajas y limones, cuya finalidad es hacer jugo cítricio, independiente del sabor, la cual tiene la forma:

$$f(K, L) = \alpha K + \beta L \tag{3.2.0.4}$$

- La función Leontieff o de Complementos Perfectos, que representa aquellas funciones de producción donde se requiere una proporción fija de factores para poder producir, supongamos agua y café para una cafetería, la cual tiene la forma:

$$f(K, L) = min\{\alpha K, \beta L\} \tag{3.2.0.5}$$

3.2.1 Supuestos de la Función de Producción

- **De la nada, nada sale**. La función de producción evaluada en 0 debe dar 0, esto es, si no tengo insumos, no puedo producir.

$$f(0, 0) = 0 \tag{3.2.1.1}$$

- Deben ser funciones monótonas, es decir, dado un nivel de factores de producción, si aumentamos marginalmente un factor de producción, el nivel de producto total debe, a lo menos, mantenerse igual.

- Deben ser funciones convexas, esto es, si tengo 2 combinaciones de insumos, digamos (K_1, L_1) y (K_2, L_2) y ambas producen Y, entonces, cualquier combinación convexa de estos insumos deben producir al menos Y.

3.2.2 Producto Marginal

Al igual como lo definimos en la teoría del consumidor, la **productividad marginal**, corresponderá a **cuanto aumenta mi producción total tras aumentar en 1 unidad un factor productivo**, como ya intuirá el lector, esta corresponde a las variaciones marginales de la función de producción respecto a cambios de una de sus variables (K o L), por tanto, matemáticamente tendremos que la Pmg_k o Pmg_l será la derivada parcial de la función de producción respecto a K y L correspondientemente, esto es:

$$Pmg_k = \frac{\partial F(K,L)}{\partial K} \tag{3.2.2.1}$$

$$Pmg_l = \frac{\partial F(K,L)}{\partial L} \tag{3.2.2.2}$$

Formalicemos aún más este concepto, supongamos que tenemos un nivel dado de producción con una cantidad determinada de capital y trabajo, y decidimos aumentar en un delta la cantidad de trabajo (ΔL), de esta forma podemos definir el aumento de producto como:

$$\frac{\Delta Y}{\Delta L} = \frac{f(K, L+\Delta L) - f(K,L)}{\Delta L} \tag{3.2.2.3}$$

Por tanto, cuando ΔL tiende a 0, es decir, este cambio es muy pequeño, tenemos que esta es la definición de derivada parcial.

$$\lim_{\Delta L \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta L} = \frac{f(K, L+\Delta L) - f(K,L)}{\Delta L} = \frac{\partial Y}{\partial L} = PMgL \tag{3.2.2.4}$$

De igual forma podemos definir el producto marginal del capital como:

$$\lim_{\Delta K \to 0} \frac{\Delta Y}{\Delta K} = \frac{f(K+\Delta K, L) - f(K,L)}{\Delta K} = \frac{\partial Y}{\partial K} = PMgK \tag{3.2.2.5}$$

3.2.2.1 Ley de Rendimientos Marginales Decrecientes

¿Qué ocurre con el producto marginal mientras aumentamos la cantidad de trabajadores? Esta ha sido una de las preguntas típicas y la respuesta es bastante intuitiva, si aumentamos la cantidad de trabajadores en una fábrica y mantenemos todo lo demás constante, veremos que en un comienzo la productividad de cada trabajador aumenta, dado que pueden dedicarse a distintas áreas y especializarse, sin embargo, llegará un momento en donde

los nuevos trabajadores paulatinamente comenzarán a entorpecer el funcionamiento de los demás trabajadores, y esto, se traducirá en una disminución del producto marginal.

De esta forma podemos ver que el producto marginal de un factor (supongamos trabajo) se comportará gráficamente de la siguiente forma:

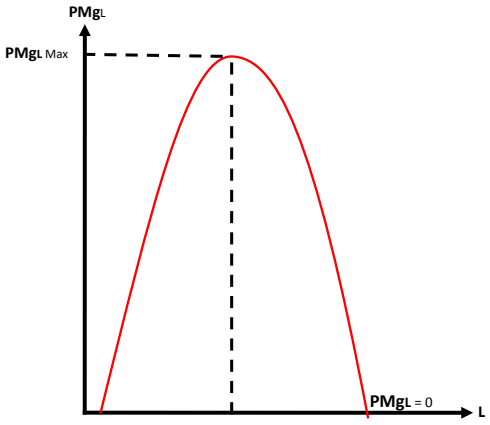


Figura 3.2: Pmg_l a incrementos de L

Mientras que si lo vemos en un gráfico producto/factor:

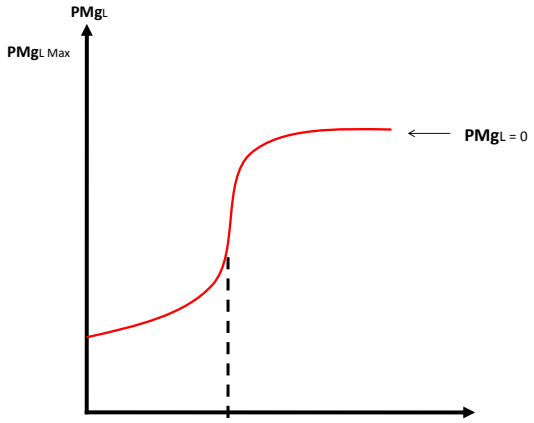


Figura 3.3: cambios $F(K, L)$ a incrementos de L

3.2.3 Producto Medio

Supongamos ahora que nos interesa saber el promedio de la producción por unidad de factor que tenemos. Esta medida se denomina Producto Medio, y se determina como el promedio simple, es decir, la cantidad de producto divida por la cantidad de factor que tenemos. De esta forma el producto medio del trabajo se define como:

$$PMeL = \frac{Y}{L} \tag{3.2.3.1}$$

Mientras que el del capital:

$$PMeK = \frac{Y}{K} \tag{3.2.3.2}$$

Ahora que ya sabemos cómo es el producto medio, nos interesa saber qué forma gráfica tiene, y para esto, haremos el siguiente análisis matemático, partiendo de una igualdad conocida:

$$Y = Y$$

Que al agregarle un uno conveniente se convierte en:

$$Y = \frac{Y}{L}L$$

Lo cual, si derivamos con respecto a L, obtenemos:

$$\frac{\partial Y}{\partial L} = \frac{\partial \frac{Y}{L}}{\partial L}L + \frac{Y}{L}$$

Reemplazando por las definiciones:

$$PMgL = \frac{\partial PMeL}{\partial L}L + PMeL \tag{3.2.3.3}$$

De donde podemos dirimir que:

- **Si el producto medio es creciente, $\frac{\partial PMeL}{\partial L} > 0$, entonces la curva de producto medio está bajo la curva de producto marginal ($PMgL > PMeL$).**
- **Si el producto medio es decreciente, $\frac{\partial PMeL}{\partial L} < 0$, entonces la curva de producto medio está bajo la curva de producto marginal ($PMgL < PMeL$).**
- **Si el producto medio esta en su máximo, $\frac{\partial PMeL}{\partial L} = 0$, entonces la curva de producto medio es igual a la curva de producto marginal ($PMgL = PMeL$).**

De esta forma podemos obtener la siguiente gráfica del producto medio y el producto marginal:

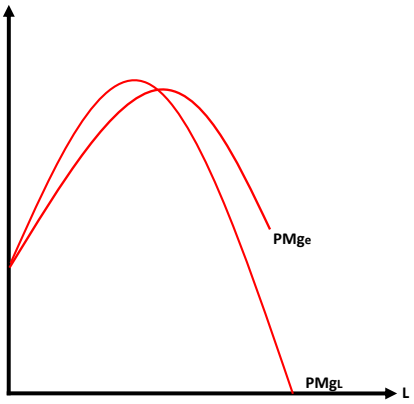


Figura 3.4: *Pmg* y *Pme*

3.2.4 Elasticidad Producto Factor

Supongamos ahora que nos interesa saber en cuánto aumenta porcentualmente el nivel de producto dado un aumento porcentual del factor productivo. La elasticidad que mide esto se denomina Elasticidad Producto Factor y se calcula de la siguiente forma:

$$\xi_{Y,L} = \frac{\Delta\,\%Y}{\Delta\,\%L} = \frac{\frac{\Delta Y}{Y}}{\frac{\Delta L}{L}} \tag{3.2.4.1}$$

Donde si este cambio es muy pequeño (tiende a cero), podemos verlo como la derivada quedando:

$$\xi_{Y,L} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial L}}{\frac{Y}{L}} = \frac{PMgL}{PMeL} \tag{3.2.4.2}$$

3.2.5 Isocuanta

Es interesante conocer todas aquellas combinaciones de factores productivos que nos entregan la misma cantidad de producto final, dado que esto nos permitirá encontrar aquella que sea más beneficiosa. Aquellas curvas que muestran todas las combinaciones de factores que generan el mismo nivel de

producto se denominan isocuantas.

Las isocuantas son el homólogo en la teoría del productor a las curvas de indiferencia, y como tales tienen formas determinadas que depende de la estructura de la función de producción. La pendiente de las isocuantas se denomina Tasa Marginal de Sustitución Técnica y se define como:

$$TMgST_{K,L} = \frac{\frac{\partial Y}{\partial K}}{\frac{\partial Y}{\partial L}} = \frac{PMgK}{PMgL} \tag{3.2.5.1}$$

Y tienen la misma interpretación que en la teoría del consumidor, nos dicen **cuanto debe cambiar el uso del factor K tras cambios marginales en el uso del factor L para mantener la producción constante**.

3.2.6 Elasticidad de Sustitución

Cada función de producción tiene implícita un nivel de sustitución entre los factores productivos, y por lo tanto, es importante tener esta magnitud en cuenta. Para esto definiremos la Elasticidad de Sustitución de la siguiente forma:

$$\sigma_{K,L} = \frac{\Delta\,\%\frac{L}{K}}{\Delta\,\%TMgST_{K,L}} \tag{3.2.6.1}$$

Es decir, la elasticidad de sustitución nos indica el grado de sensibilidad tiene la relación usada de trabajo y capital, cuando varía la tasa marginal de sustitución técnica. Gráficamente se ve en la curvatura de las isocuantas, de forma que mientras más planas sean mayores son los grados de sustitución, y mientras más curvas sean menores son los grados de sustitución. A continuación veremos las isocuantas que generan las siguientes funciones con los rangos de elasticidad de sustitución que tienen.

Las funciones Cobb-Douglas generan las siguientes isocuantas:

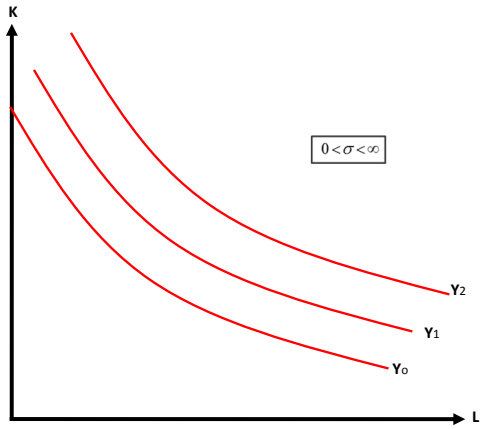


Figura 3.5: Isocuanta de una Cobb-Douglas

Las funciones Sustitutos Perfectos generan las siguientes isocuantas:

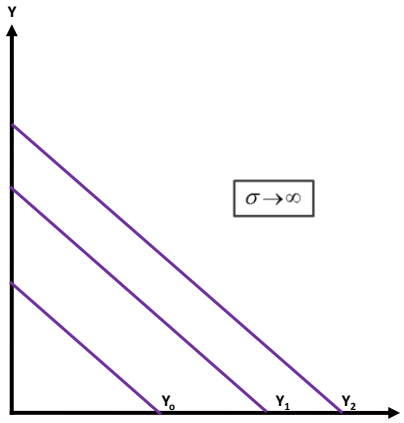


Figura 3.6: Isocuanta de Sustitutos Perfectos

Las funciones Complementos Perfectos generan las siguientes isocuantas:

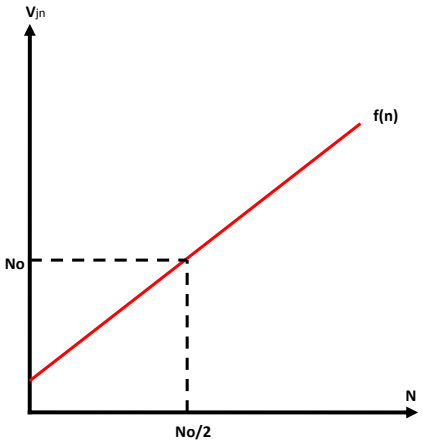


Figura 3.7: Isocuanta de Complementos Perfectos

Vemos que se sigue la intuición que teníamos al definir las funciones, dado que la función Cobb-Douglas tiene una elasticidad de sustitución intermedia, la función de Sustitutos Perfectos tiene una elasticidad de sustitución que tiende a infinito (esto dado que sus factores pueden sustituirse perfectamente sin generar perdidas de producto) y la función Leontieff tiene una elasticidad de sustitución que tiende a cero (esto dado que sus factores son perfectos complementos y se requiere una proporción fija de ellos para poder producir).

3.2.7 Rendimientos a Escala

Supongamos ahora, que la empresa que estamos estudiando está pensando aumentar ambos factores productivos en una proporción λ. En este escenario podemos preguntarnos qué ocurrirá con la producción total, ¿Aumentará en mayor proporción a λ? ¿Aumentará en igual proporción a λ? o ¿Aumentará en mejor proporción a λ?

Esta pregunta es lo que pretenden responder los Rendimientos a Escala y pueden darse tres tipos de situaciones:

- **Si la producción aumenta en mayor proporción que λ, diremos que estamos en presencia de Rendimientos Crecientes a**

Escala. Matemáticamente se definen por:

$$f(\lambda K, \lambda L) > \lambda f(K, L) \tag{3.2.7.1}$$

- **Si la producción aumenta en menor proporción que λ, diremos que estamos en presencia de Rendimientos Decrecientes a Escala**. Matemáticamente se definen por:

$$f(\lambda K, \lambda L) < \lambda f(K, L) \tag{3.2.7.2}$$

- **Si la producción aumenta en igual proporción que λ, diremos que estamos en presencia de Rendimientos Constantes a Escala.** Matemáticamente se definen por:

$$f(\lambda K, \lambda L) = \lambda f(K, L) \tag{3.2.7.3}$$

3.2.8 Temporalidad en Economía

En economía usualmente hablamos de corto y largo plazo, sin definir bien a que nos referimos con eso. Formalmente en economía se habla de corto plazo cuando las funciones con las que estamos trabajando tienen algún componente fijo, y hablamos de largo plazo cuando las funciones con las que estamos trabajando tienen todos sus componentes variables.

Teniendo esto en cuenta definiremos la función de producción de largo plazo, como aquella donde podemos mover tanto el capital como el trabajo. Matemáticamente se define como:

$$f_{LP}(K, L) = f(K, L) \tag{3.2.8.1}$$

Mientras que la función de producción de corto plazo se define como aquella en donde solo podemos mover el nivel el nivel de trabajo que utilizamos. Matemáticamente se define como:

$$f_{CP}(K, L) = f(\bar{K}, L) \tag{3.2.8.2}$$

¿Porqué el trabajo se puede mover y no el capital? Este supuesto se hace basándose en que es más fácil cambiar la planta de trabajadores de una empresa a cambiar la estructura del capital, es decir, es más fácil contratar o despedir trabajadores a aumentar o disminuir el tamaño de la fábrica.

3.3 Función de Costos

Para comenzar el análisis diremos que en esta estructura de costos consideraremos los Costos Contables y los Costos de Oportunidad. Por costos contables entendemos los costos directos asociados a las actividades de la empresa (como compras, arriendos y depreciaciones), mientras que por el costo de oportunidad entendemos el uso alternativo de los recursos (un trabajador no decide independizarse si el sueldo que recibe como empresario es menor a su sueldo como trabajador por ejemplo).

Teniendo esto en cuenta, consideraremos que la empresa que estamos estudiando tiene una función de costos que se puede dividir en dos términos, un Costo Variable ($CV(Q)$) y un Costo Fijo (CF) . Por costo variable entenderemos cualquier costo que varíe con el nivel de producción (Q), y por costo fijo entenderemos cualquier costo que no varíe con el nivel de producción. De esta forma, podemos expresar el Costo Total ($C(Q)$) como:

$$C(Q) = CV(Q) + CF \tag{3.3.0.1}$$

3.3.1 Costo Marginal

Una vez mas nos interesar ver el comportamiento marginal, pero esta vez sobre los costos, ¿cuánto aumentaran los costos tras aumentar la producción en una unidad?, la respuesta matematicamente es sencilla, y corresponde a observar la pendiente de la función de costos, o a la derivada de la función de costos respecto a Q, esto es:

$$Cmg_Q = \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} \tag{3.3.1.1}$$

Formalicemos lo anterior, supongamos que tenemos un nivel dado de producción con una cantidad determinada de capital y trabajo, y decidimos aumentar en un delta la cantidad de producto (ΔQ), De esta forma, podemos definir el aumento de costo como:

$$\frac{\Delta C(Q)}{\Delta Q} = \frac{CV(Q+\Delta Q) + CF - CV(Q) - CF}{\Delta Q} \tag{3.3.1.2}$$

Que es equivalente a decir:

$$\frac{\Delta C(Q)}{\Delta Q} = \frac{CV(Q+\Delta Q) - CV(Q)}{\Delta Q}$$

Ahora bien, si este delta tiende a cero, nos topamos con la definición de derivada parcial. Y por lo tanto, podremos usar la derivada como principal herramienta para medir el costo marginal.

$$\lim_{\Delta Q \to 0} \frac{\Delta C(Q)}{\Delta Q} = \frac{CV(Q + \Delta Q) - CV(Q)}{\Delta Q} = \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = CMg \qquad (3.3.1.3)$$

Notar además que la expresión que tiene el límite corresponde a la derivada del costo variable con respecto a la cantidad, y por lo tanto podemos concluir que el producto marginal se puede medir como:

$$\frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial CV(Q)}{\partial Q} = CMg$$

Esto se debe a que aumentos de la cantidad aumentan el costo el variable y no el costo fijo (por sus respectivas definiciones).

En un comienzo el costo marginal cae, dado que cada factor adicional que agregamos produce cada vez más unidades (productividad marginal creciente), pero luego el costo marginal aumenta, dado que cada factor adicional produce cada vez menos unidades (productividad marginal decreciente debido a la ley de rendimientos decrecientes).

Gráficamente:

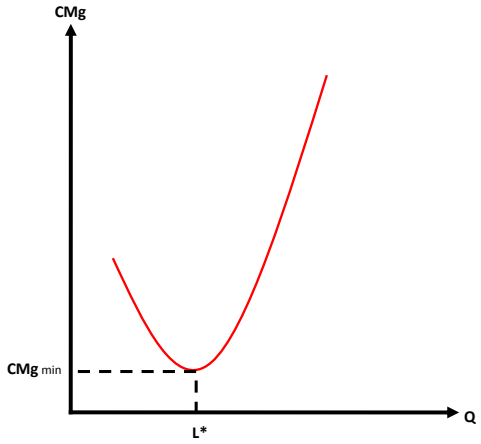


Figura 3.8: Costos marginales

Donde cabe destacar que el punto donde la productividad marginal es máxima (L^*) es el punto donde el costo marginal es mínimo.

3.3.2 Costo Medio Total y Costo Medio Variable

Supongamos ahora que nos interesa saber el costo promedio que tiene para la empresa cada unidad que produce. Esto se denomina Costo Medio Total y se calcula como el promedio simple, es decir, el costo total divido por la cantidad de unidades fabricadas. De esta forma, se define como:

$$CMeT = \frac{C(Q)}{Q} = \frac{CV(Q) + CF}{Q} \tag{3.3.2.1}$$

Por otro lado, podemos estar interesados en saber el costo promedio que tiene para la empresa cada unidad que produce, pero sin considerar el costo fijo. Esto se denomina Costo Variable Total y se calcula como el promedio simple, es decir, el costo variable dividido por la cantidad de unidades fabricadas. De esta forma, se define como:

$$CMeV = \frac{CV(Q)}{Q} \tag{3.3.2.2}$$

Ahora bien, ¿Cuál es la forma gráfica que tienen estas curvas? Para ello realizaremos un ejercicio similar al de los diferentes productos, y partiremos de una igualdad:

$$CV(Q) = CV(Q)$$

Que al agregarle un uno conveniente:

$$CV(Q) = \frac{CV(Q)}{Q}Q$$

Luego derivamos con respecto a Q, obteniendo:

$$\frac{\partial CV(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial \frac{CV(Q)}{Q}Q}{\partial Q} = \frac{\partial \frac{CV(Q)}{Q}}{\partial Q}Q + \frac{CV(Q)}{Q}$$

Ahora si cambiamos términos por sus definiciones, obtenemos:

$$CMg = \frac{\partial CMeV}{\partial Q}Q + CMeV \tag{3.3.2.3}$$

De lo cual podemos concluir que:

- **Si el costo medio variable es creciente $\frac{\partial CMeV}{\partial Q} > 0$, entonces la curva de costo medio variable está bajo la curva de producto marginal ($CMg > CMeV$)**
- **Si el costo medio variable es decreciente $\frac{\partial CMeV}{\partial Q} < 0$, entonces la curva de costo medio variable está sobre la curva de producto marginal ($CMg < CMeV$)**
- **Si el costo medio variable esta en su mínimo $\frac{\partial CMeV}{\partial Q} = 0$, entonces la curva de costo medio variable está igualada a la curva de producto marginal ($CMg = CMeV$)**

Adicionalmente sabemos que la curva de costo medio total es similar a la de costo medio variable, solo que esta tiene sumado el costo fijo, el cual a medida que aumentan las unidades cada vez se hace más pequeño. De lo anterior podemos deducir que el costo medio total siempre será mayor al costo medio variable pero serán cada vez más parecidos.

Entonces, teniendo todo esto en cuenta determinamos que el gráfico es de la forma:

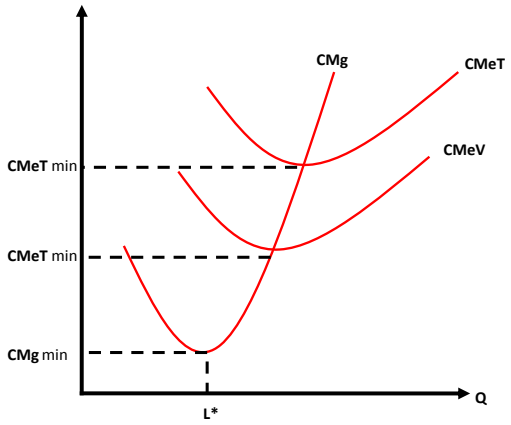


Figura 3.9: El Cmg, $CmeV$ y $CmeT$

Dado que las características del costo medio total son similares a las del costo medio variable, este también será cortado por el costo marginal en su mínimo. Es fácil ver ahora para el lector la relación entre el gráfico anterior y el de productividad.

3.3.3 Función de Costos de Corto y Largo Plazo

Al igual que con las funciones de producción, existen funciones de costos de corto y de largo plazo. La función de costos de corto plazo es aquella que tiene algún componente fijo, que en este caso será el costo fijo, mientras que la función de costos de largo plazo es aquella que tiene todo variable, y por lo tanto, no tendrá costo fijo, lo que implica, que considerará solo costos variables.

De esta forma, matemáticamente la función de costos de corto plazo la escribiremos como:

$$C_{CP}(Q) = CV_{CP}(Q) + CF_{CP} \tag{3.3.3.1}$$

Mientras que la función de costos de largo plazo la escribiremos como:

$$C_{LP}(Q) = CV_{LP}(Q) \tag{3.3.3.2}$$

Donde la gráfica de la función de costos de corto plazo corresponde a:

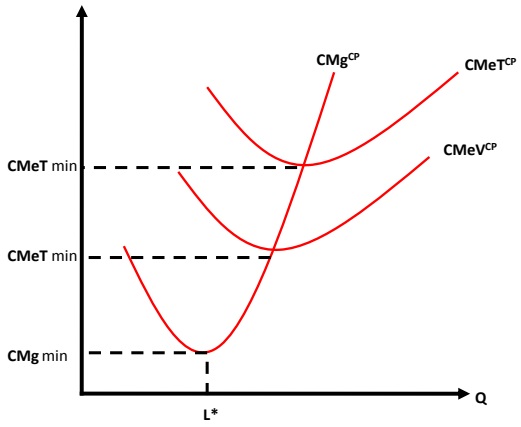


Figura 3.10: Costos corto plazo

Adicionalmente diremos que la función de costos de corto plazo representa un nivel dado de tecnología para un tiempo determinado. Esto implica que para distintos periodos de tiempo tendremos distintos niveles de costos.

Donde la gráfica de la función de costos de largo plazo corresponde a:

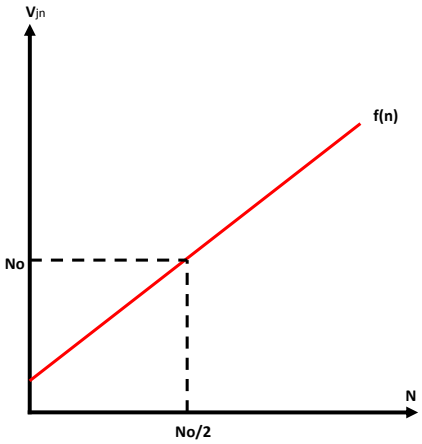


Figura 3.11: Costos corto plazo

Adicionalmente diremos que la función de costos de largo plazo es la envolvente de las funciones de corto plazo, es decir, que la función de costos de largo plazo es tangente a todas las funciones de costos de corto plazo, siendo en particular, tangente en el punto mínimo de la función de costos de corto plazo mínima. Gráficamente:

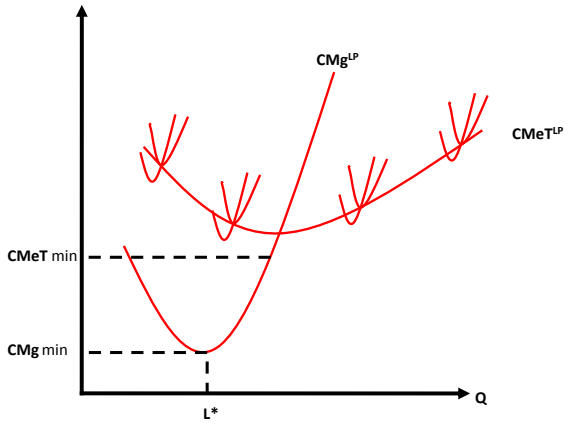


Figura 3.12: Relación costos corto y largo plazo

Notar además que el costo marginal de corto plazo mínimo no coincide con el costo marginal de largo plazo en todos los puntos. Por otro lado, diremos que aquellas curvas de Costos Medios a la izquierda de la curva de CMe_{CP}^{min} se denominan **Economías de Escala**, mientras que aquellos a la derecha se denominan **Deseconomías de Escala**.

3.4 Maximización de Beneficios

Ahora que ya hemos definido los conceptos de función de producción y función de costos, podemos continuar nuestro análisis y avanzar sobre la maximización de beneficios de una empresa.

Como es intuitivo, los beneficios de una empresa son el resultado de todos los ingresos menos todos los costos. Por un lado sabemos que los ingresos totales dependen de la cantidad vendida (que asumiremos que es igual a la producida), y por el otro lado sabemos que los costos totales dependen de la cantidad producida. Teniendo esto en cuenta, podemos definir beneficios como:

$$\pi(Q) = I(Q) - C(Q) \tag{3.4.0.1}$$

Además sabemos que los ingresos totales tienen una forma lineal, esto dado que los ingresos totales son el resultado de la multiplicación del precio del bien por su cantidad vendida, es decir:

$$I(Q) = pQ \tag{3.4.0.2}$$

Esto genera el siguiente gráfico:

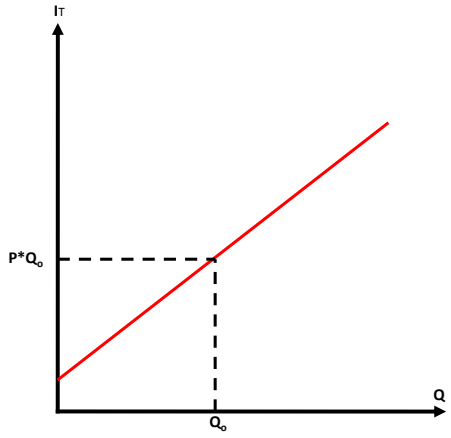


Figura 3.13: Ingresos totales

Con respecto a los costos totales sabemos que tienen una forma exponencial, esto dado que los costos totales son el resultado de la suma de los costos fijos (si estamos en el corto plazo) más la suma de los costos marginales, los cuales sabemos van subiendo debido a la ley de rendimientos marginales decrecientes. Es decir:

$$C(Q) = CF + \sum_{i=1}^{n} CMg_i \tag{3.4.0.3}$$

Esto genera el siguiente gráfico:

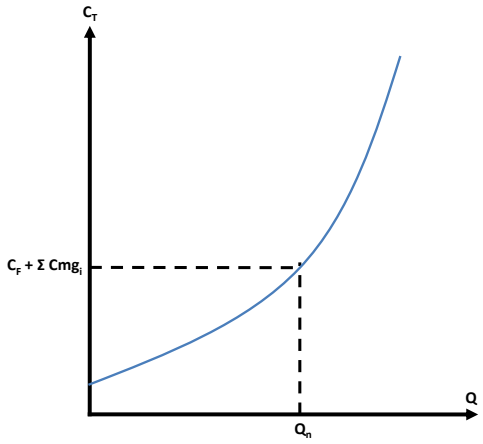


Figura 3.14: Costos totales

Con esto, podemos determinar que la curva de beneficios totales es la diferencia entre ambas curvas. La cual va a tener la siguiente forma:

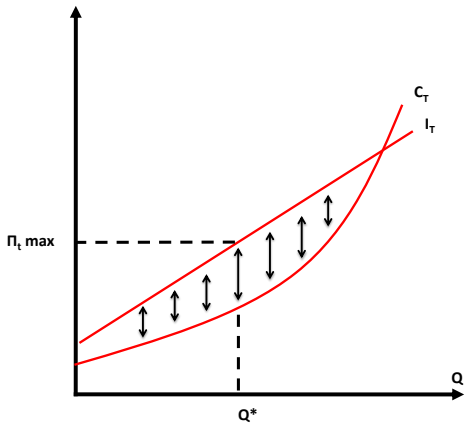


Figura 3.15: Beneficios totales

Donde vemos que en un comienzo los beneficios totales crecen alcanzando

un máximo y luego decrecen.

Si generamos un gráfico de beneficios totales contra cantidad vendida obtenemos la siguiente forma:

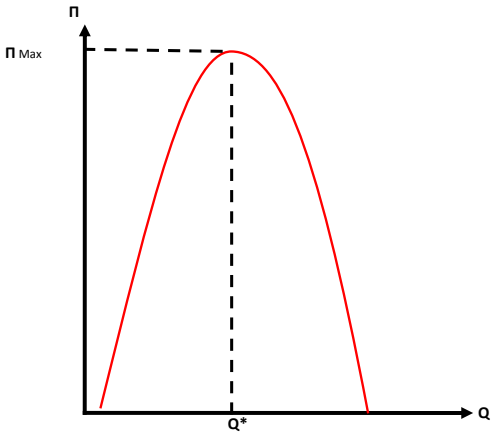


Figura 3.16: π a incrementos de Q

La forma de la curva de beneficios totales es fundamental para nuestro análisis, dado que tiene que ser de forma cóncava para poder ser maximizada.

Entonces comencemos maximizando la función de beneficios de manera genérica para encontrar la condición que nos permita maximizar beneficios en diferentes escenarios, comencemos planteando la función de beneficios:

$$\pi(Q) = I(Q) - C(Q)$$

Maximizando e igualando a cero:

$$\frac{\partial \pi(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial I(Q)}{\partial Q} - \frac{\partial C(Q)}{\partial Q} = 0$$

Despejando:

$$\frac{\partial I(Q)}{\partial Q} = \frac{\partial C(Q)}{\partial Q}$$

El término de la derecha es la definición de costo marginal, mientras que el **término de la izquierda es el ingreso marginal**, es decir, **cómo cambia el ingreso total cuando cambia la cantidad vendida**. Por lo que, nuestra condición de equilibrio para maximizar beneficios es:

$$IMg = CMg \tag{3.4.0.4}$$

Lo que nos dice que las empresas deberán vender bienes hasta que el ingreso marginal percibido de su venta sea equivalente a su costo marginal. Esta condición será la condición de maximización de beneficios para cualquier empresa.

3.5 Competencia Perfecta

Ahora que ya hemos adquirido los conocimientos básicos de la maximización de beneficios, podemos analizar empresas en distintos tipos de contextos, y de esta forma, determinar cuál será su curva de oferta (recordemos que este es el objetivo de la teoría del productor). En este sentido, diremos que hay tres contextos de competencia: Competencia Perfecta, Competencia Oligopólica y Competencia Monopólica. En este capitulo revisaremos la competencia perfecta.

3.5.1 Competencia Perfecta: Supuestos

El Modelo de Competencia Perfecta posee los siguientes supuestos para comenzar su análisis:

- Hay n empresas idénticas, donde ninguna tiene poder de mercado en la industria. Esto quiere decir que las empresas deberán aceptar el precio de mercado de su producto (p), es decir, son precio aceptantes.
- Las empresas no tienen poder de mercado en el mercado de factores productivos. Es decir, todas las empresas tendrán los mismos precios para sus factores productivos (capital y trabajo), y de esta forma, ninguna empresa logrará alguna ventaja en costos.
- Existe libre entrada y salida de empresas en la industria. Esto significa que aquellas empresas que estimen conveniente salir del mercado pueden hacerlo, mientras aquellas que encuentren beneficioso entrar también podrán hacerlo.

- Todas las empresas producen un mismo bien, el cual es totalmente reproducible y divisible. Esto facilita nuestro análisis, dado que nos permite centrarnos en un mercado en específico.
- Todas las empresas tienen una estructura de costos tal, que $CMe_{CP}^{min} = CMe_{LP}$. Esta condición impone que la industria completa tenga la estructura de precios más eficiente de corto plazo, es decir, ninguna empresa tiene incentivos a cambiar su estructura productiva para ser más competitiva, dado que no se puede ser más competitivo.

3.5.2 Maximización de Beneficios

Teniendo los supuestos en cuenta, recordemos que una empresa cualquiera, maximiza beneficios cuando el costo marginal de la última unidad producida es equivalente al ingreso marginal que recibe por ella, es decir:

$$IMg = CMg$$

Pero en este caso, el ingreso que se recibe por una unidad adicional del bien es una constante: el precio p. Esto se debe a que no importa cuántas unidades venda la empresa, siempre se recibirá a cambio el precio de su venta, el cual está determinado por el mercado. Entonces, podemos decir que en competencia perfecta la condición de óptimo es:

$$p = CMg \tag{3.5.2.1}$$

De esta forma, para saber cuántas unidades venderá la empresa dado un precio p, basta que veamos la intersección de ese precio con la curva de costo marginal. De esta forma, el ingreso total será la multiplicación del precio por la cantidad óptima Adicionalmente, el costo medio total de estas unidades está dado por la intersección entre la cantidad que se produce y el costo medio total. Esto conlleva que el costo total será la multiplicación del costo medio total por la cantidad óptima.

Gráficamente, para el caso de una empresa que esté en el corto plazo:

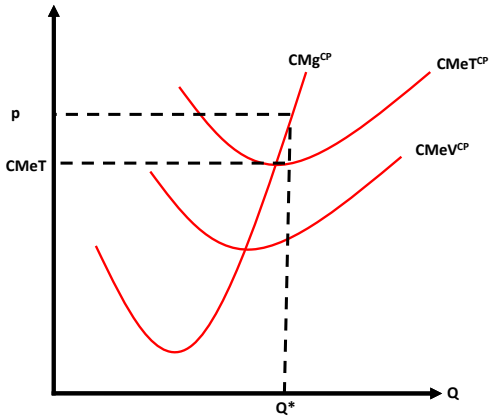


Figura 3.17: Equilibrio empresa en el corto plazo

Donde los beneficios ingresos están representados por el área gris a continuación:

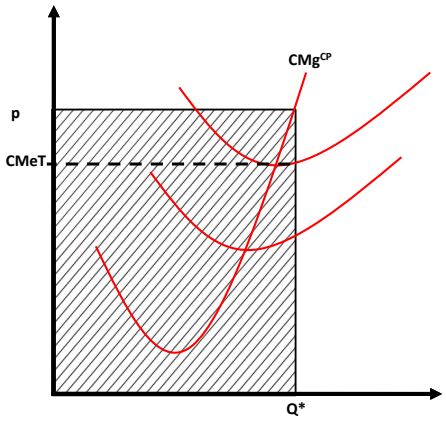


Figura 3.18: Ingresos en el equilibrio

Mientras que los costos están representados por el área gris oscuro a continuación:

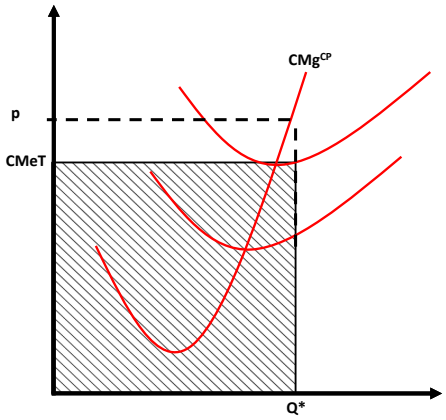


Figura 3.19: Costos en el equilibrio

De esta forma, los beneficios totales quedan representados por el área gris a continuación:

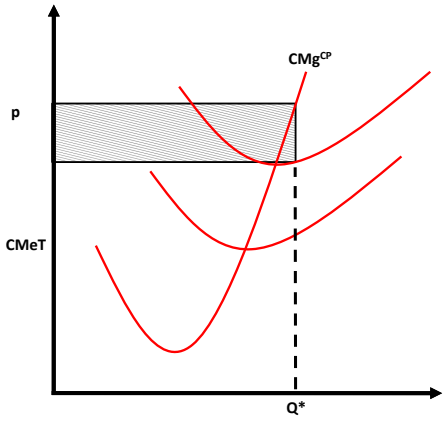


Figura 3.20: Beneficios en el equilibrio

En este gráfico vemos que una forma directa de encontrar los beneficios

de la empresa es restar el precio con el costo medio total, y este resultado multiplicarlo por la cantidad que la empresa decidió vender.

3.5.3 Decisiones de Cierre y Curva de Oferta

En el caso anterior nos dimos un precio arbitrariamente, el cual generaba utilidades, ¿Pero hay precios que generen pérdidas? La respuesta es sí, todos aquellos precios que estén bajo el costo medio total mínimo generarán pérdidas para la empresa. Para analizar esto comencemos viendo que ocurre cuando el precio es el costo medio total mínimo.

Gráficamente:

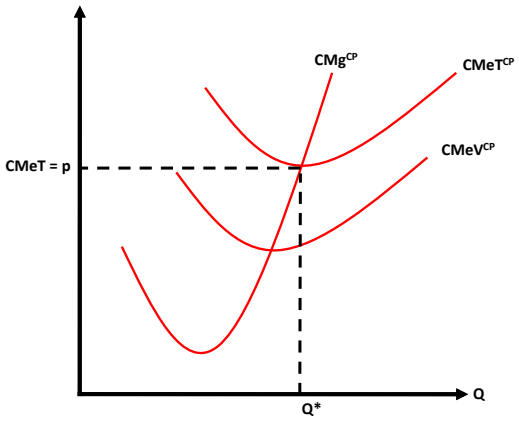


Figura 3.21: Equilibrio con $p = CMeT$

De esta forma, los ingresos están dados por:

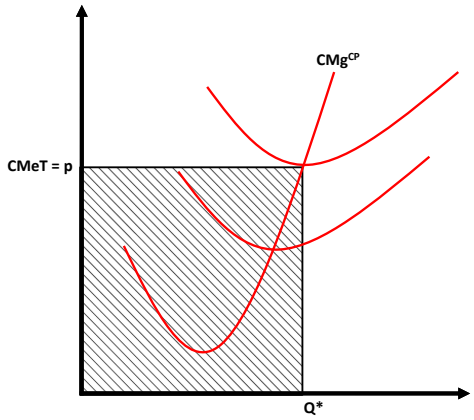


Figura 3.22: Ingresos con $p = CMeT$

Mientras que los costos están dados por:

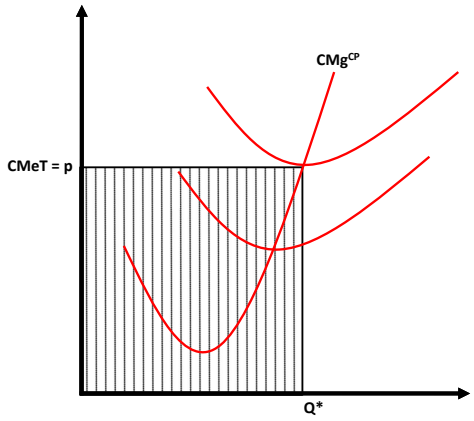


Figura 3.23: Costos con $p = CMeT$

De lo cual, podemos concluir que no hay beneficios cuando el precio es igual al costo medio total mínimo.

Veamos ahora que ocurre cuando el precio es menor a este punto. Gráficamente:

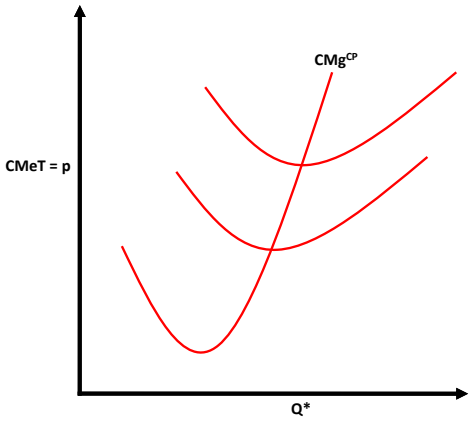


Figura 3.24: Equilibrio con $p < CMeT$

De esta forma, los ingresos están dados por:

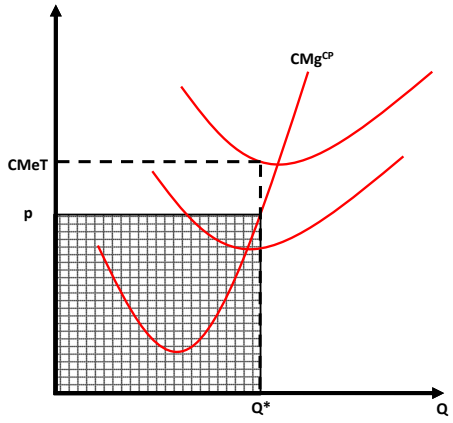


Figura 3.25: Ingresos con $p < CMeT$

Mientras que los costos están dados por:

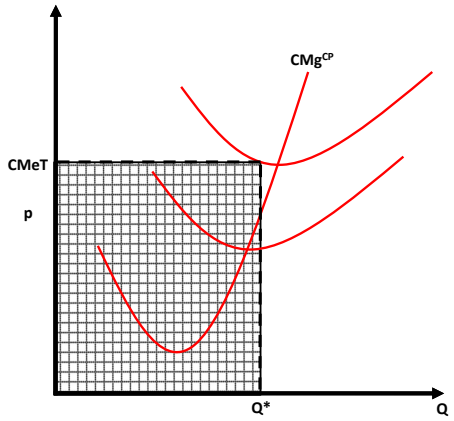


Figura 3.26: Costos con $p < CMeT$

De esta forma, vemos que tenemos una pérdida representada por el área negra de:

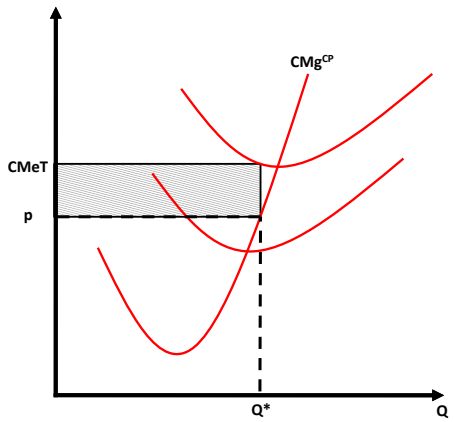


Figura 3.27: Beneficios negativos en competencia perfecta

¿Entonces cuando cierra una empresa? La respuesta depende de horizonte temporal:

- **En el largo plazo una empresa cerrará cuando ya no pueda pagar sus costos totales**, es decir, **a cualquier precio bajo el costo medio total mínimo la empresa cerrará**. Por lo tanto, podemos decir, que **la curva de oferta de largo plazo corresponde a todos aquellos puntos del costo marginal que están sobre el costo medio total mínimo**. Gráficamente:

Figura 3.28: Oferta largo plazo

- **En el corto plazo una empresa cerrará cuando ya no pueda pagar sus costos variables**, es decir, **a cualquier precio bajo el costo variable medio mínimo la empresa cerrará**. **Esto se debe a que en el corto plazo la empresa tiene costos fijos** (los cuales tiene que pagar esté abierta o cerrada la empresa, como el arriendo), y por lo tanto le convendrá producir mientras pague una parte de estos costos fijos.

  Supongamos el siguiente ejemplo: Jorge tiene una tienda de empanadas de pino por la cual paga un arriendo de $300.000. Si él no produce empandas pierde $300.000. Sin embargo, si el produce empanadas sabe

que luego de pagar los costos de estas (sus costos variables) le quedan $250.000, y por lo tanto, luego de pagar el arriendo sólo pierde $50.000, de lo cual concluimos que le conviene abrir su tienda. ¿Qué ocurre si en vez de que le queden $250.000 pierde $100.000, es decir, no alcanza a pagar el costo de sus empandas?, si ocurre esto es mejor que cierre su tienda, dado que si cierra perderá $300.000, mientras que si no cierra perderá $400.000.

Por lo tanto, podemos pensar que la curva de oferta de corto plazo corresponde a todos aquellos puntos del costo marginal sobre el costo medio variable mínimo.

Gráficamente:

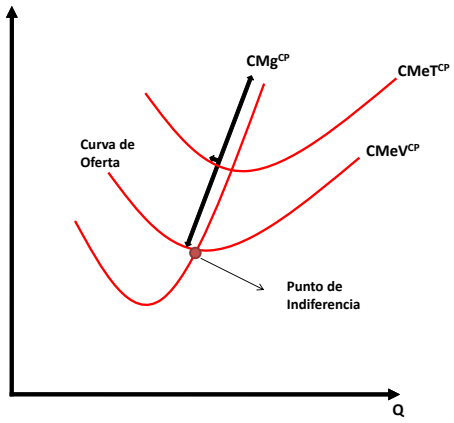


Figura 3.29: Oferta corto plazo

3.5.4 Oferta de Mercado de Largo Plazo

Ahora que ya sabemos cómo se comporta la oferta individual de cada empresa en el tiempo, nos podemos preguntar cómo se comportará en el agregado en el largo plazo. Para ver esto supongamos el siguiente ejemplo:

En un comienzo nos encontramos en un mercado que está equilibrado, es decir, que la oferta es igual a la demanda y los beneficios de las empresas son

iguales a cero. Gráficamente el mercado en general está representado por:

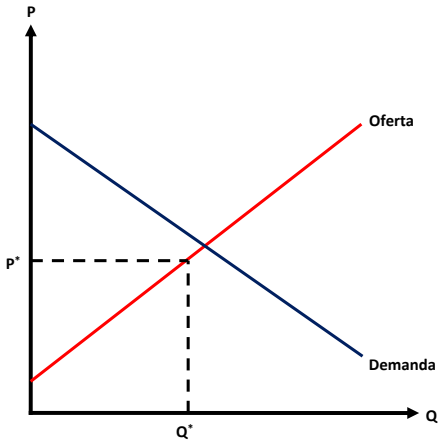


Figura 3.30: Equilibrio de mercado

Mientras que cada empresa tiene una situación representada por:

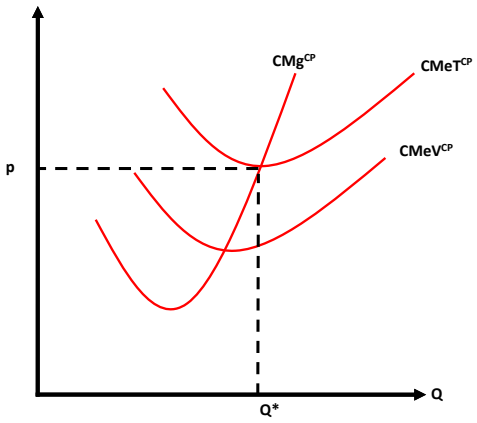


Figura 3.31: Equilibrio de cada firma

Supongamos ahora que debido a un cambio en el precio de un bien sustitu-

to la demanda del bien en cuestión aumenta, generando la siguiente situación en el mercado en general:

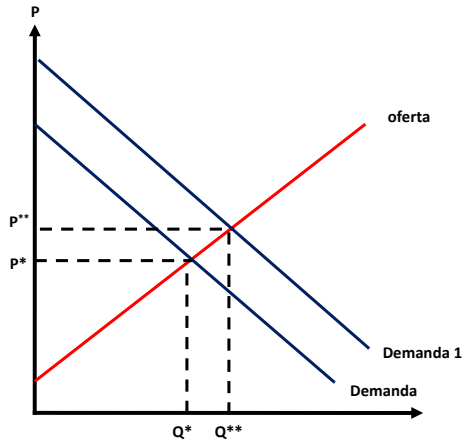


Figura 3.32

Lo que provoca que suba el precio de equilibrio, generando que ahora las empresas tengan beneficios. Gráficamente:

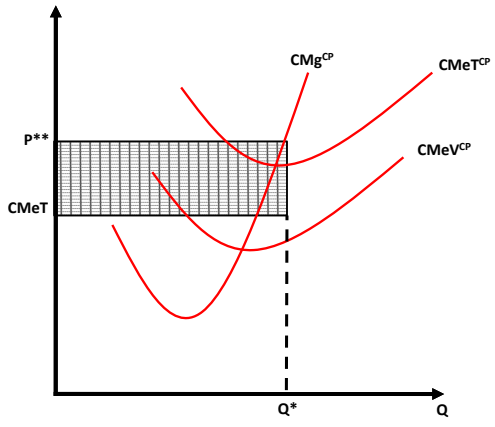
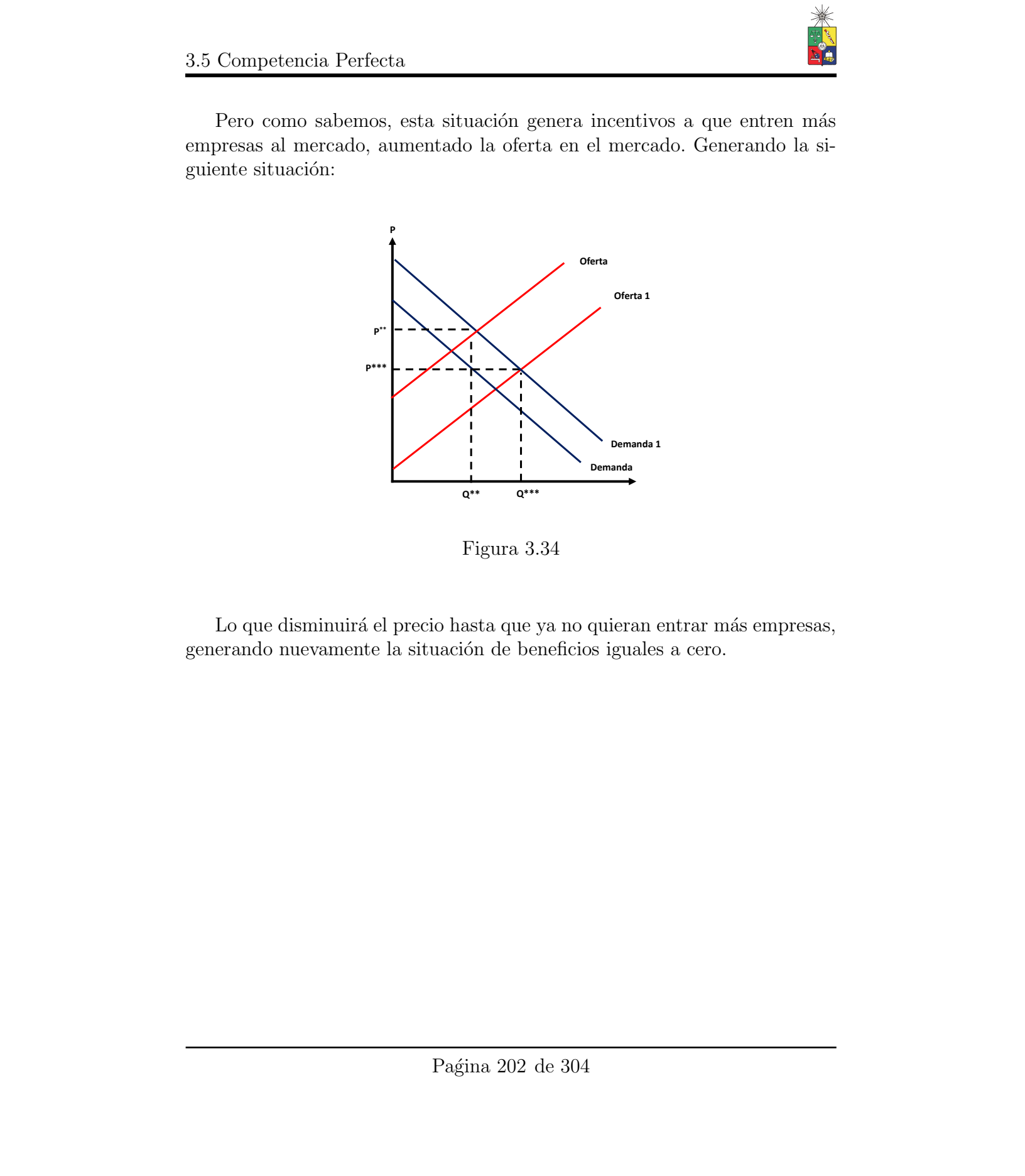


Figura 3.33



Pero como sabemos, esta situación genera incentivos a que entren más empresas al mercado, aumentado la oferta en el mercado. Generando la siguiente situación:

Figura 3.34

Lo que disminuirá el precio hasta que ya no quieran entrar más empresas, generando nuevamente la situación de beneficios iguales a cero.

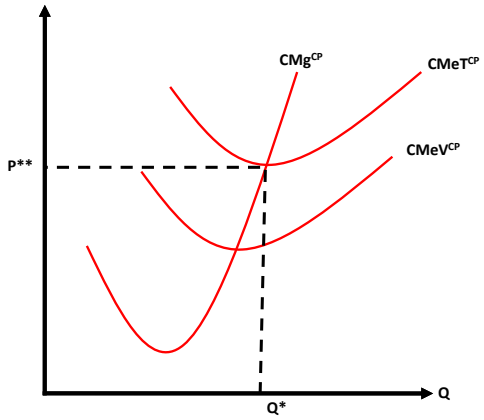


Figura 3.35

En caso contrario, si disminuye la demanda del bien, bajará el precio de equilibrio, lo que hará que las empresas tengan perdidas, saliendo del mercado. El análisis gráfico queda propuesto.

De esta forma, podemos concluir que la oferta de mercado de largo plazo estará definida por el precio que hace que las empresas no tengan beneficios económicos, es decir, la oferta de mercado de largo plazo es una oferta completamente elástica. Gráficamente:

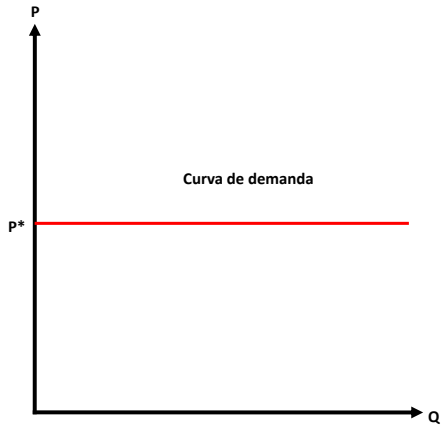


Figura 3.36: Oferta de mercado largo plazo competencia perfecta

3.6 La cantidad optima de factor

Si consideramos ahora el costo de los factores, y que estos son usados en la producción, los beneficios de la empresa están dados por lo que producimos por su precio, menos los costos del trabajo y el capital. Es decir:

$$\pi(K,L) = pf(K,L) - wL - rK$$

Donde sí queremos encontrar la cantidad óptima de trabajo debemos derivar con respecto al trabajo. Donde obtenemos:

$$\frac{\partial \pi(K,L)}{\partial L} = p\frac{\partial f(K,L)}{\partial L} - w = 0$$

Despejando:

$$p\frac{\partial f(K,L)}{\partial L} = w$$

Si nos fijamos en la derivada de la izquierda, veremos que es la definición del producto marginal del trabajo, por lo que la condición se puede escribir como:

$$pPMgL = w$$

Por lo tanto, el nivel de trabajo óptimo es aquel en donde el valor del producto marginal (la expresión de la izquierda) es equivalente al trabajo, es decir, el trabajador produce su salario.

De forma análoga, para determinar el nivel de capital óptimo, debemos derivar por el capital. Donde obtenemos:

$$\frac{\partial \pi(K,L)}{\partial K} = p\frac{\partial f(K,L)}{\partial K} - r = 0$$

Despejando:

$$p\frac{\partial f(K,L)}{\partial K} = r$$

Si nos fijamos en la derivada de la izquierda, veremos que es la definición del producto marginal del capital, por lo que la condición se puede escribir como:

$$pPMgK = w$$

Por lo tanto, el nivel de capital óptimo es aquel en donde el valor del producto marginal (la expresión de la izquierda) es equivalente al costo de oportunidad, es decir, el capital produce su costo de oportunidad.

3.7 Ejercicios Resueltos

3.7.1 Comentes resueltos

1. En el contexto de competencia perfecta, una condición necesaria para maximizar beneficios es producir la cantidad donde el costo marginal de la última unidad sea equivalente al precio de mercado del bien.
   Respuesta
   Falso. Si consideramos funciones de costos con forma de U. Entonces, si bien es una condición necesaria, esta no es suficiente. Para que sea suficiente debe considerar por un lado que el precio sea mayor al costo variable promedio, y además que el costo marginal intersecte al precio desde abajo, es decir, en su parte creciente.

2. Es preferible cerrar y dejar de producir cuando el precio cae por debajo del costo medio.

Respuesta

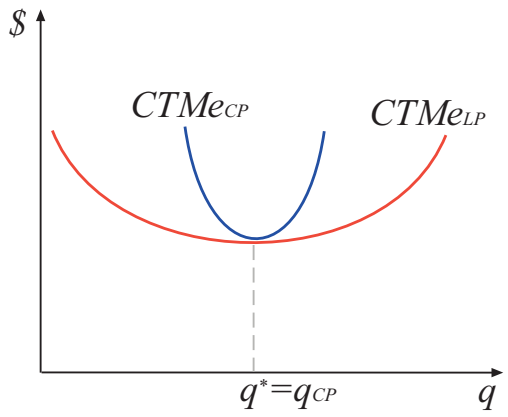
No necesariamente. Todo depende si el precio está por debajo del costo variable medio. Por un lado, dado que éste último es un componente del costo medio sabemos que toma un valor menor al del primero. Por otro lado, por la condición de cierre, sabemos que si el precio está por sobre el costo variable medio, entonces la firma le resulta óptimo estar produciendo. Entonces, si consideramos el evento donde el precio toma un valor por sobre el costo variable medio pero inferior al costo medio, entonces tenemos una situación donde se obtienen pérdidas, pero estas son menores al valor del costo fijo.

3. En competencia perfecta la curva de oferta de largo plazo siempre es horizontal.
   Respuesta
   No necesariamente. Depende del supuesto de existencia asociado a deseconomías pecuniarias. Entonces, suponiendo su existencia, tenemos que incrementos en la producción (incentivados por un incremento en el precio del bien) genera un aumento en el precio de los factores, y consecuentemente en los costos de producción. Esto se traduce en una curva de oferta de largo plazo de la industria (en competencia perfecta) con pendiente estrictamente positiva.

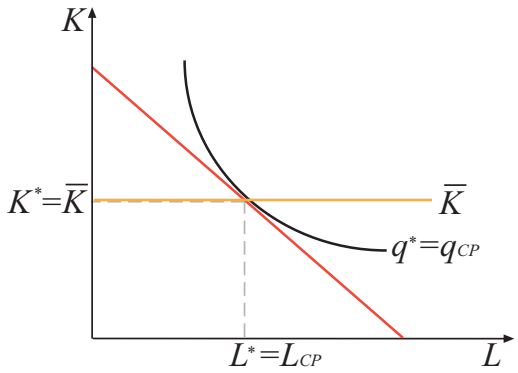
4. Si nos encontramos en el corto plazo, la cantidad utilizada del factor fijo será la óptima desde la perspectiva del largo plazo, si y sólo la empresa tiene rendimientos constante a la escala.

   Respuesta:

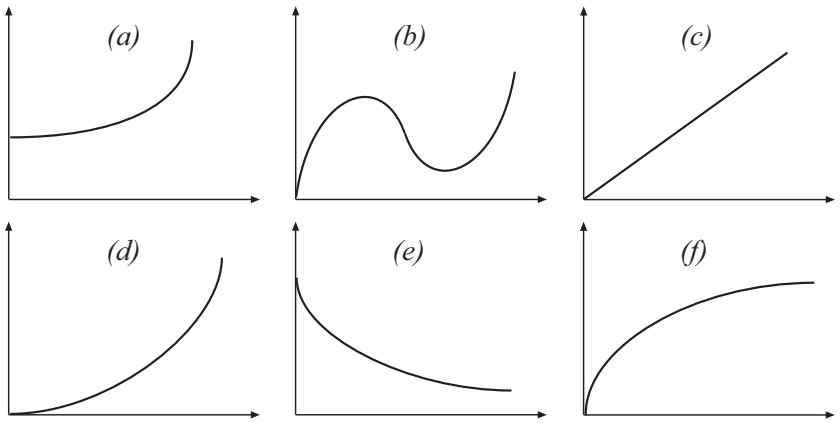
   Cuando existen rendimientos constantes a la escala, ocurre que la cantidad óptima de largo plazo es igual a la cantidad óptima de corto plazo, es decir:



Entonces, dado que $q^* = q_{CP}$, tiene que ocurrir que el capital (fijo) de corto plazo debe ser igual al capital de largo plazo, así se cumple que la cantidad óptima de largo plazo es igual a la cantidad óptima de corto plazo.



5. De los siguientes gráficos todos corresponden a funciones de producción excepto (e). Comente.



Respuesta:

Recodar las tres propiedades de las funciones de producción:

- *Las funciones de producción son crecientes en el uso de cada uno de los factores. Esto es, siempre* $PMg \geq 0$. *Por más que aumentemos la cantidad de input la producción total siempre debe aumentar en una cantidad mayor o igual a 0, jamás disminuir. Por lo tanto se descarta que (b) sea una función de producción pues posee un tramo decreciente.*
- *De la nada, nada sale, es decir* $F(0,0) = 0$. *Por lo tanto se descartan (a) y (b).*
- *Convexidad de las isocuantas. Una condición suficiente para afirmar esto es que la función de producción sea cóncava. No obstante característica es sólo para poder encontrar un óptimo a través de la minimización de costos, pueden existir funciones como (d) que presenten retornos crecientes a escala.*

En resumen sólo (c), (d) y (f) corresponden a funciones de producción[1].

6. Un cambio similar en todos los precios de los insumos, traerá como resultado el desplazamiento de las curvas de costo de corto y largo plazo de una empresa individual.

   Respuesta:

[1] No obstante quien descarte (d) por la tercera razón esgrimida también será considerado

Si ocurrira un desplazamiento de las curvas de costo, pero estas tendran un comportamiento diferente en el corto y en el largo plazo. En el corto plazo, como uno de los factores es fijo, la curva de costo total, se desplaza pero también cambia de pendiente, lo mismo ocurre con las curvas de costo total medio y costo marginal.

En el largo plazo, dado que ambos factores son fijos ocurre que la curva de costo total se desplaza con cambio de pendiente, pero la curva de costo medios y de costo marginal se desplazan paralelamente, esto ocurre porque en el largo plazo la cantidad óptima de uso de cada factor sera la misma (si los dos factores aumentan en la misma proporción).

Veamos un ejemplo:

Imaginemos que estamos en el largo palzo, y sea:

$$\begin{aligned} q &= L^{\alpha}K^{\beta} \\ con \alpha + \beta &= 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &: wL + rK + \lambda[q - L^{\alpha}K^{\beta}] \\ \Rightarrow \frac{w}{r} &= \frac{\alpha}{\beta}\frac{K}{L} \\ \Rightarrow L^c &= q\left(\frac{\alpha}{\beta}\frac{r}{w}\right)^{\beta} \\ \Rightarrow K^c &= q\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{w}{r}\right)^{\alpha} \\ \Rightarrow CT(q) &= w^{\alpha}r^{\beta}q\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\right) \\ \Rightarrow CTMe(q) &= w^{\alpha}r^{\beta}\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\right) \\ \Rightarrow CMg(q) &= w^{\alpha}r^{\beta}\left(\frac{\alpha}{\beta}+\frac{\beta}{\alpha}\right) \end{aligned}$$

Supongamos que el precio de los facores aumenta a w^* *y* r^* *donde* $w^* =$

εw y $r^* = \varepsilon r$, entonces tenemos...

$$\mathcal{L} \quad : \quad w^*L + r^*K + \lambda[q - L^\alpha K^\beta]$$

$$\Rightarrow \frac{w^*}{r^*} = \frac{w}{r} \quad = \quad \frac{\alpha}{\beta}\frac{K}{L}$$

$$\Rightarrow L^{c*} = L^c \quad = \quad q\left(\frac{\alpha}{\beta}\frac{r}{w}\right)^\beta$$

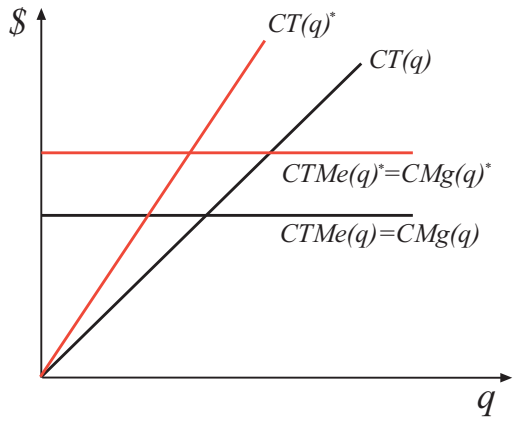
$$\Rightarrow K^{c*} = K^c \quad = \quad q\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{w}{r}\right)^\alpha$$

$$\Rightarrow CT(q)^* \quad = \quad \varepsilon w^\alpha r^\beta q\left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right) = \varepsilon CT(q)$$

$$\Rightarrow CTMe(q)^* \quad = \quad \varepsilon w^\alpha r^\beta \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right) = \varepsilon CTMe(q)$$

$$\Rightarrow CMg(q)^* \quad = \quad \varepsilon w^\alpha r^\beta \left(\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}\right) = \varepsilon CMg(q)$$

gráficamente...



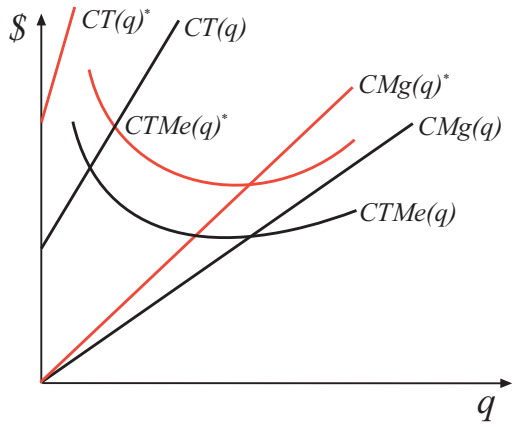
Si consideramos el mismo pero para el corto plazo, tendremos...

$$
\begin{aligned}
q &= L^{\alpha}\overline{K}^{\beta} \\
\Rightarrow L^{c} &= \frac{q}{\overline{K}^{\beta}} \\
\Rightarrow CT(q) &= wq^{1/\alpha}\left(\frac{1}{\overline{K}}\right)^{\beta/\alpha} + r\overline{K} \\
\Rightarrow CTMe(q) &= wq^{(1/\alpha)-1}\left(\frac{1}{\overline{K}}\right)^{\beta/\alpha} + \frac{r\overline{K}}{q} \\
\Rightarrow CMg(q) &= \frac{1}{\alpha}wq^{(1/\alpha)-1}\left(\frac{1}{\overline{K}}\right)^{\beta/\alpha}
\end{aligned}
$$

Supongamos que el precio de los facores aumenta a w^* y r^* donde $w^* = \varepsilon w$ y $r^* = \varepsilon r$, entonces tenemos...

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow L^{c*} = L^{c} &= \frac{q}{\overline{K}^{\beta}} \\
\Rightarrow CT(q)^* &= \varepsilon wq^{1/\alpha}\left(\frac{1}{\overline{K}}\right)^{\beta/\alpha} + \varepsilon r\overline{K} = \varepsilon CT(q) \\
\Rightarrow CTMe(q)^* &= \varepsilon wq^{(1/\alpha)-1}\left(\frac{1}{\overline{K}}\right)^{\beta/\alpha} + \frac{\varepsilon r\overline{K}}{q} = \varepsilon CTMe(q) \\
\Rightarrow CMg(q)^* &= \frac{\varepsilon}{\alpha}wq^{(1/\alpha)-1}\left(\frac{1}{\overline{K}}\right)^{\beta/\alpha} = \varepsilon CMg(q)
\end{aligned}
$$

gráficamente...



7. En un proceso productivo, es posible tener un producto marginal decreciente en un factor y, aun así, rendimientos crecientes de escala.

   Respuesta:

   Verdadero, puesto que se trata de distintos análisis. Recordar que productividad marginal considera todo los demás factores constantes, mientras que en los rendimientos a escala todos varían. Un ejemplo de esto sería.

$$
\begin{aligned}
F(X,Y) &= X^{1/2}Y^{3/2} \\
F(\lambda X,\lambda Y) &= \lambda^2 X^{1/2}Y^{3/2} \longrightarrow Rendimientoscrecientesaescala. \\
\frac{\partial F(X,Y)}{\partial X} &= \frac{1}{2}X^{-1/2}Y^{3/2} \\
\frac{\partial^2 F(X,Y)}{\partial X^2} &= -\frac{1}{4}X^{-3/2}Y^{3/2} \leq 0 \longrightarrow ProductividadMarginalDecreciente.
\end{aligned}
$$

8. Si una empresa tiene una función con retornos constantes a la escala entonces la curva de costos medios de largo plazo será constante, y el costo marginal será igual al costo medio. Comente.

   Respuesta:

   Verdadero, porqufunción de producción (supuesto: función de producción Cobb-Douglas):

$$\alpha + \beta = 1$$

Por lo tanto, si obtenemos la función de costos:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= wL + rK + \lambda\left[\overline{q} - L^{\alpha}K^{\beta}\right] \\
\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 &\Leftrightarrow w - \lambda\alpha L^{\alpha-1}K^{\beta} = 0 \\
\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 &\Leftrightarrow r - \lambda\beta L^{\alpha}K^{\beta-1} = 0 \\
\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 &\Leftrightarrow \overline{q} - L^{\alpha}K^{\beta} = 0
\end{aligned}$$

$$\text{Condición de óptimo} \quad : \quad \frac{w}{r} = \frac{K}{L}$$

Ahora obtendremos las demandas condicionadas de factores:

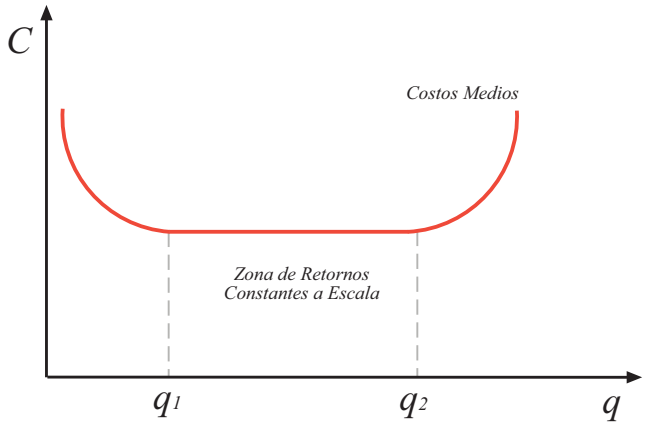
$$\begin{aligned}
q &= L^{\alpha}K^{\beta} \\
q &= L^{\alpha}\left(\frac{wL}{r}\right)^{\beta} \\
q &= L\left(\frac{w}{r}\right)^{\beta} \\
L^{C} &= q\left(\frac{r}{w}\right)^{\beta} \\
\text{Analogamente: } K^{C} &= q\left(\frac{w}{r}\right)^{\alpha}
\end{aligned}$$

Con esto obtenemos la función de costos:

$$
\begin{aligned}
C &= wL^C + rK^C \\
C &= wq\left(\frac{r}{w}\right)^{\beta} + rq\left(\frac{w}{r}\right)^{\alpha} \\
C &= 2q(w)^{\alpha}(r)^{\beta} \\
\Rightarrow \frac{C}{q} = CMe &= \frac{2q(w)^{\alpha}(r)^{\beta}}{q} = 2(w)^{\alpha}(r)^{\beta} \\
\Rightarrow \frac{\partial C}{\partial q} = CMg &= 2(w)^{\alpha}(r)^{\beta}
\end{aligned}
$$

Como se puede ver en este procedimiento, cuando existen retornos constantes a escala, el costo medio es constante (no depende de la cantidad) y es igual al costo marginal.

Esto se puede ver gráficamente de la siguiente forma:



Entre q_1 y q_2 existen retornos constantes a escala, en este tramo, los costos medios son constantes, es decir al aumentar el tamaño de la escala (cantidad) no aumentan los costos.

9. La oferta de la industria bajo competencia perfecta, es completamente inelástica, aún cuando el precio de los insumos utilizados en la industria puedan variar debido a una expansión de la producción causado por un incremento en la demanda del bien.

Respuesta:

Falso, porque la demanda de la industria en el largo plazo es infinitamente elástica, y esto ocurre aún cuando el precio de los insumos varíe por la expansión en la demanda del bien.

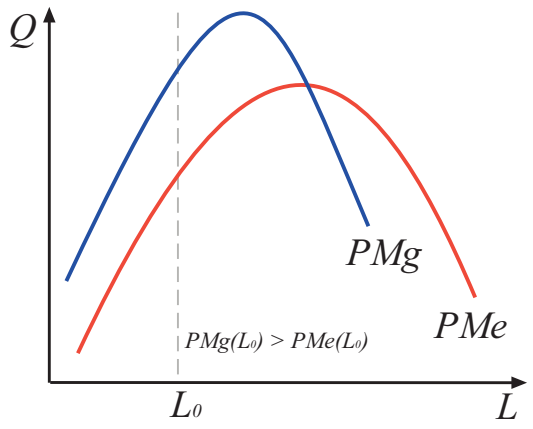
Si lo vemos paso a paso, ocurre lo siguiente: Primero si el aumento de la demanda no incrementa los precios de los insumos tenemos que este aumento en la demanda hace subir los precios, y por esta razón crea utilidades en las empresas, por lo que otras empresas deciden entrar al mercado, por lo que aumenta la oferta llegando hasta el punto de beneficio cero, por lo tanto en el mercado se tranza una mayor cantidad pero al mismo precio.

ACMe Bπ YP Kq_1 Xq JQ_1 HQ DDda COf
GOf' FDda' I$OfIndLP$ ECMg

10. Si se sabe que el producto marginal del trabajo es mayor que el producto medio, dado un nivel de empleo. Entonces, el producto medio debe ser creciente. Comente.

Respuesta:

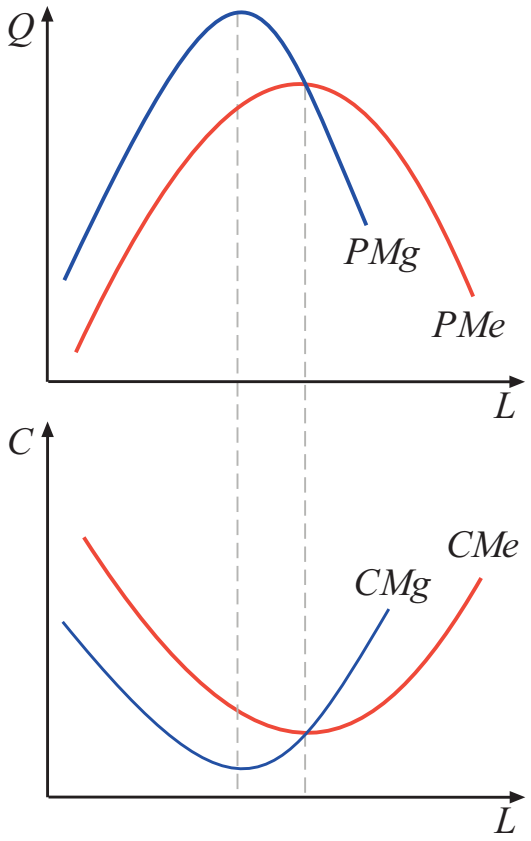
La condición se describe como $PML(L_0) > PMe(L_0)$. Si el producto marginal es mayor que el producto medio del trabajo, entonces la incorporación de un trabajador más a las faenas, hace que en promedio todos produzcan más, por lo tanto, el producto medio del trabajo debe ser creciente en este nivel de trabajo.



11. Si el costo medio variable es decreciente se debe a que en promedio producir unidades de un bien implica una menor utilización del factor trabajo. Comente.

    Respuesta:

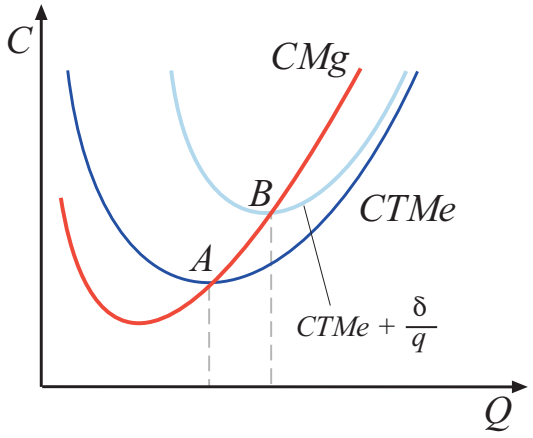
    Como el costo medio variable es inversamente porporcional a la productividad media, es decir, $CVMe = \frac{CV}{Q} = \frac{wL}{Q} = \frac{w}{PMe}$. *Entonces, si el costo medio variable es decreciente la productividad media es creciente, lo que nos indica que se utiliza, en promedio, mejor el factor trabajo.*



12. Si una empresa debe pagar una franquicia (impuesto anual), que es una cantidad fija e independiente de lo que se produzca, entonces la relación entre costo total medio y costo marginal se vera afectado, desplazando su intersección hacía la derecha. Comente.

Respuesta:

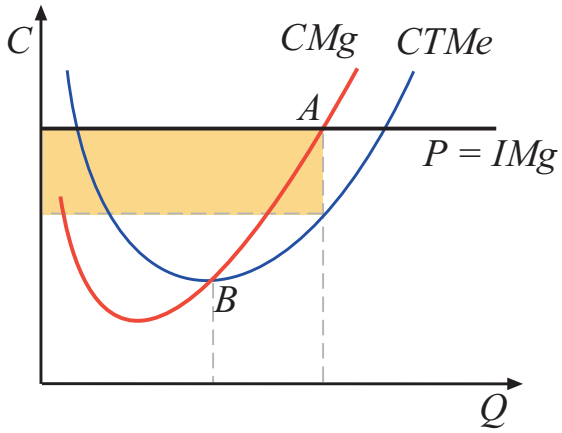
Sabemos que en el corto plazo existirá un costo fijo, el cual no dependen de las unidades del bien que se produzcan, de manera que se debe cumplir que $CT(q) = CF + CV(q)$*, por lo que el costo total medio debe cumplir con* $CTMe = CFMe + CVMe$*. De esta manera si los costos fijos aumentan en una cuantía fija (digamos* δ*), entonces el costo medio fijo aumenta proporcionalmente a las unidades que se producen, de manera que el nuevo costo tal medio sería* $CTMe = CFMe + \frac{\delta}{q} + CVMe$ *con lo cual la interacción se mueve del punto A al punto B, con lo cual podemos concluir que a menos que el costo sea completamente inelástico, existe un desplazamiento a la derecha y hacia arriba.*



13. La maximización de beneficios en el corto plazo garantiza que la producción siempre será al menor costo posible. Comente.

Respuesta:

No necesariamente, ya que la maximización en el corto plazo se da cuando $CMg = IMg = P$*, lo cual puede entregar beneficios posisitivos, tal y como se observa en la figura.*

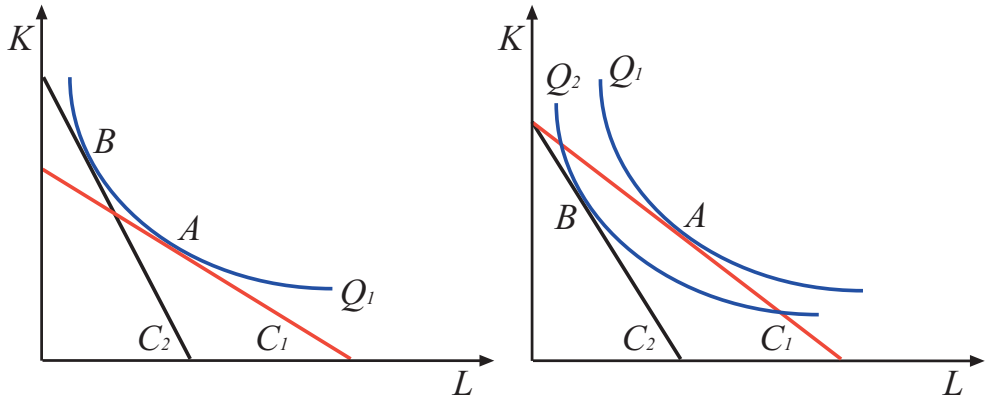


Esta condición de equilibrio se da en el punto A de la figura, donde el costo medio es mayor que al encontrarse en el punto B. Por lo que, no se asegura producción a costo mínimo, a menos que $CVMe = CMg = IMg = P$, en cuyo caso la firma obtendría beneficios nulos y posiblemente se encuentre en el mercado, bajo condiciones de largo plazo. Sin embargo, desde el punto de vista del largo plazo si se garantiza la minimización de los costos, ya que la función de costo en largo plazo se define como la minimización en la combinación lineal en el pago de los factores a un nivel de producción determinado.

14. Si aumenta el precio del factor trabajo, las empresas representativas sustituirán hasta que para la última unidad del factor las productividades relativas sean similares al precio relativo del factor. Comente.

Respuesta:

Bajo el supuesto de que el nivel de producción es constante (Q) y que los factores productivos son flexibles, entonces la firma para conservar su condición de la función de costo, sustituirá hasta que se cumpla la condición de equilibrio $TMgST = \frac{w}{r}$, en la cual se minimiza el costo de largo plazo. En consecuencia si cambia el precio de los factores (aumento) se pasa del costo C_1 al costo C_2 ya que se debe cumpir la condición de equilibrio del páarrafo anterior, de esta manera se sustituye pasando del punto A al punto B, tal y como se observa en el gráfico de la derecha de la figura.

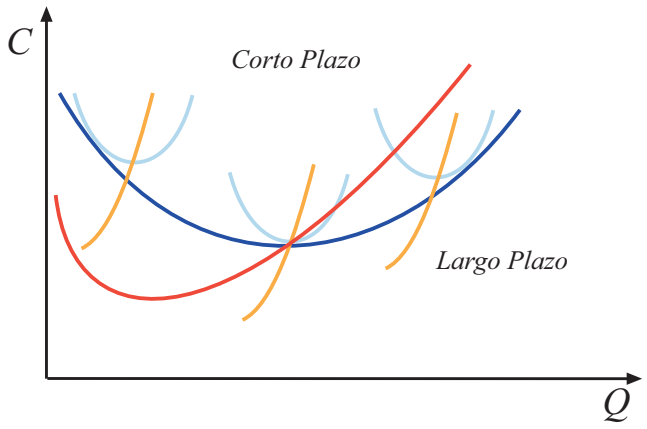


Sin embargo, si suponemos que el nivel de producción se puede ajusta hasta el punto de mantener el mismo nivel costo mínimo, exitirá efecto sustitución y efecto escala, por lo que la firma pasará del punto D al E del gráfico de la izquierda de la figura.

15. La forma de las curva de costos medio de largo plazo se debe a la existencia a que la tecnología presenta rendimientos crecientes, constantes y decrecientes a la escala. Comente.

Respuesta:

Ciertamente, los tipos de rendimiento de escala pueden explicar la forma de la curva de costo y en base a esto determinar la curva de costo medio, sin embargo, no son las únicas causas que pueden determinar dicha curvatura, como por ejemplo, los cambios tecnológicos, cambios en las preferencias, etc., por esta razón cuando se busca una relación entre costo y producción hablamos de economías y deseconomías.



3.7.2 Matemáticos resueltos

1. Suponga un mercado en competencia perfecta cuya demanda de mercado está dada por $Q_d = 96 - P$, y cuya industria tiene una oferta de corto plazo $Q_o = 3P$.

   a) ¿Cuál es precio y producción de equilibrio de mercado en el corto plazo?
   Respuesta
   El equilibrio se encontrará donde la demanda y oferta de mercado se igualen, es decir:
   $96 - P = 3p \rightarrow P = 24$; por lo cual $Q = 24 \cdot 3 = 72$

   b) Para responder las siguientes preguntas suponga que cada firma en este mercado tiene en el corto plazo un costo de producción de $CT = 14 + 4Q^2$, por lo cual el costo marginal de cada firma es $Cmg = 8Q$. ¿Cuánto produce cada firma en el corto plazo? ¿Cuántas empresas existen en el mercado?
   Respuesta
   Dado que es un mercado en competencia perfecta, las empresas son precio-aceptantes, por lo tanto para maximizar su beneficio cada empresa producirá hasta el punto en el cual Precio = Costo Marginal, es decir: $P = 24 = 8Q \rightarrow Q = 3$*; por lo tanto el número de empresas en el mercado será* $\frac{72}{3} = 24$ *empresas.*

   c) ¿Cuál es el excedente total de los productores en este mercado en el corto plazo?

Respuesta

El ingreso total de cada firma será $IT = 2 \cdot 43 = 72$*, mientras que el costo total será* $CT = 16 + 4Q^2 = 52$ *Es decir, el Excedente de cada firma será* $IT?CT = 72 - 52 = 20$*;*

Y el Excedente total de todos los productores en el mercado será $20 \cdot 24 = 480$

d) Si el costo total de producción de cada firma en el largo plazo está dado por $CT_L = \dfrac{4Q^2}{3} + \dfrac{64Q^{1/2}}{3}$, y el correspondiente costo marginal está dado por $Cmg_L = \dfrac{8Q}{3} + \dfrac{32}{3Q^{1/2}}$. ¿Cuál será el equilibrio de mercado, P y Q, en el largo plazo?

Respuesta

En el largo plazo el equilibrio se alcanza cuando el precio se iguala al costo marginal y este al costo medio, condición que se cumple cuando el costo medio alcanza su nivel mínimo. Es decir:

Costo Medio $= \dfrac{4}{3}\dfrac{Q + 64}{3\sqrt{Q}} = \dfrac{8}{3}Q + \dfrac{32}{3\sqrt{Q}} \rightarrow Q = 4$*; es decir cada empresa producirá 4 unidades.*

Y el precio de mercado será $P = CMaL = \dfrac{8}{3} \cdot 4 + \dfrac{32}{3\sqrt{4}} = 16$

e) ¿Cuántas empresas habrá en el mercado en el largo plazo?

Respuesta

Para un $P = 16$*, la demanda del mercado será* $Q_d = 96 - P = 96 - 16 = 80$ *unidades.*

El número de empresas en el mercado será $\dfrac{80}{4} = 20$ *empresas.*

f) Si se aplica en este mercado un impuesto a la producción equivalente a $T = \$4$ la unidad. ¿Cuál será el nuevo precio y producción de mercado?

Respuesta

El precio que verá cada productor será $P - T$*, por ende debe cumplirse que* $P - T = CMaL = 16$*; es decir* $P = 20$*.*

Por lo tanto la Demanda de mercado ahora es $Q_d = 96 - P = 96 - 20 = 76$ *unidades.*

g) ¿Qué ocurre con el número de empresas en el mercado como resultado de la aplicación del impuesto?

Respuesta
A aplicar el impuesto, sube el precio de mercado y disminuye la producción total, ahora a 76 unidades. Como cada empresa encuentra su punto de eficiencia en $Q = 4$, ahora el número de empresas en el mercado habrá disminuido a $\frac{76}{4} = 19$.

2. Sea la siguiente función de producción:

$$F(k, l) = l^{1/2}k^{1/2}$$

a) ¿Qué tipo de rendimiento a escala tiene la función de producción?
Respuesta

$$F(k, l) = l^{1/2}k^{1/2}$$

luego multiplicando por un escalar λ

$$F(k, l) = (\lambda l)^{1/2}(\lambda k)^{1/2}$$

$$F(k, l) = \lambda l^{1/2}k^{1/2}$$

Entonces la función presenta rendimientos constantes a escala.

b) Considere de ahora para delante que que en el corto plazo el capital está fijo y es igual a $K_0 = 4$. Sabiendo que el precio del trabajo es $w = 8$ y el precio del capital es $r = 10$, encuentre la función de costo medio, costo variable, costo marginal, costo variable medio y costo fijo medio. Grafique.
Respuesta
Se tiene que en el corto plazo:

$$Q(L) = 2\sqrt{L}$$

Luego, la función de costos $CT(L, K) = wL + rK$ se puede reescribir como:

$$CT(Q) = 8 \cdot \frac{Q^2}{4} + 10 \cdot 4$$

$$CT(Q) = 2Q^2 + 40$$

Por ende, las funciones de costo fijo y costo variable son respectivamente:

$$CF = 40$$

$$CV(Q) = 2Q^2$$

La función de costos medios es:

$$CMe(Q) = 2Q + \frac{40}{Q}$$

Donde los costos variables medios y los costos fijos medios son respectivamente:

$$CVMe(Q) = 2Q$$

$$CFMe(Q) = \frac{40}{Q}$$

Por último, la función de costo marginal es:

$$\frac{dCT(Q)}{dQ} = 4Q$$

c) En el caso que la empresa opere en el largo plazo, obtenga la condición de óptimo de contratación de factores gráficamente cuando la empresa quiere producir 100 unidades. (Grafique su resultado).
Respuesta
La condición de óptimo de contratación en el largo plazo es:

$$TMS_{L,K} = \frac{UMg_L}{UMg_K} = \frac{w}{r}$$

En términos gráficos, corresponde a la tangencia entre la isocuanta asociada a una producción de 100 unidades y la recta de isocostos más baja (minimización del costos sujeto a un nivel de producción).

d) Si el precio del trabajo disminuye en 6 unidades monetarias, encuentre el nuevo óptimo de contratación de largo plazo para una producción de 100 unidades.
Respuesta
Si el precio del trabajo se reduce, entonces la pendiente de la recta de isocostos se reduce también (en módulo), por lo que el nuevo óptimo de contratación se dará en un punto donde se utilice más trabajo y menos capital (se desplaza en diagonal hacia abajo y hacia la derecha).

3. Suponga que la Empresa GENIUS opera en un mercado competitivo y cuyos costes de producción a corto plazo vienen dados por la función $C(y) = y^3 - 6y^2 + 20y + 50$, siendo y su nivel de producción.

   a) Obtenga la curva de oferta a corto plazo de GENIUS.
   Respuesta:

$$MaxB(y) = I(y) - C(y) = py - C(y)$$

Se calcula el costo marginal:

$$CMg = \frac{\partial C(y)}{\partial y} = 3y^2 - 12y + 20$$

Se calcula el costo variable medio:

$$CVMe = \frac{y^3 - 6y^2 + 20y}{y} = y^2 - 6y + 20$$

La producción que minimiza el costo variable medio se obtiene:

$$\frac{\partial CVMe}{\partial y} = 0 \Rightarrow \frac{\partial (y^2 - 6y + 20)}{\partial y} = 2y - 6 = 0 \Rightarrow y = 3$$

Por lo tanto el minimo de los costos variables medios es:

$$MinCVMe = CVMe(y = 3) = 3 \cdot 3 - 6 \cdot 3 + 20 = 11$$

Además la curva del coste marginal corta a la curva del coste medio variable en su mínimo:

$$CMg(y = 3) = 3 \cdot 3 \cdot 3 - 12 \cdot 3 + 20 = 11$$

Igualando el precio al coste marginal, se obtiene la cuerva inversa de oferta, que expresa el precio en función de la producción:

$$p = 3y^2 - 12y + 20, cony \geq 3$$

Despejamos la producción en función del precio, obtenemos la oferta de la empresa, si:

$$y^s(p) = \begin{cases} 0 & sip < 11 \\ \frac{12 + \sqrt{144 - 12(20 - p)}}{6} & sip \geq 11 \end{cases}$$

Luego obtenemos el costo medio de la empresa:

$$CMe = \frac{y^3 - 6y^2 + 20y + 50}{y} = y^2 - 6y + 20 + \frac{50}{y}$$

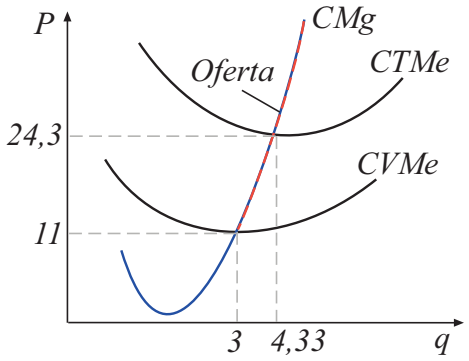
El nivel de producción que minimiza el coste medio se obtiene, de la siguiente manera:

$$\frac{\partial CMe}{\partial y} = 2y - 6 - \frac{50}{y^2} = 0 \Rightarrow y = 4{,}33$$

Para el nivel de producción $y = 4{,}33$ *el coste medio mínimo y coincide con el coste marginal*:

$$MinCMe = CMe(y = 4{,}33) = 24{,}3 = CMg(y = 4{,}33)$$

Gráficamente, la curva de oferta de la empresa coincide con el tramo de la curva de coste marginal que queda por encima de la curva de coste variable medio.



b) Suponga que el precio del producto es $P = 20$. Calcule la producción y el beneficio de equilibrio de Genius.

Respuesta:

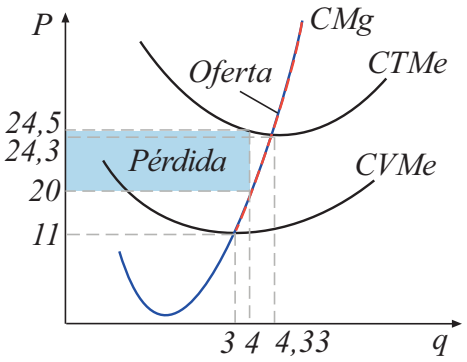
Para un $p = 20$*, la cantidad ofrecida por la empresa competitiva será*:

$$y^s(p = 20) = \frac{12 + \sqrt{144 - 12(20 - 20)}}{6} = 4$$

El beneficio será de:

$$B(y) = py - C(y) = 20(4) - (4^3 - 6(4^2) + 20(4) + 50) = -18$$

Como se pueden dar cuenta la empresa obtiene pérdidas en el corto plazo porque los ingresos que obtiene no le permiten cubrir los costes totales. Sin embargo, la empresa no cerrará porque los ingresos obtenidos superan a los costes variables. Los beneficios que obtiene produciendo cuatro unidades son superiores a los de no producir, ya que en este caso obtendría una pérdida de cincuenta unidades.

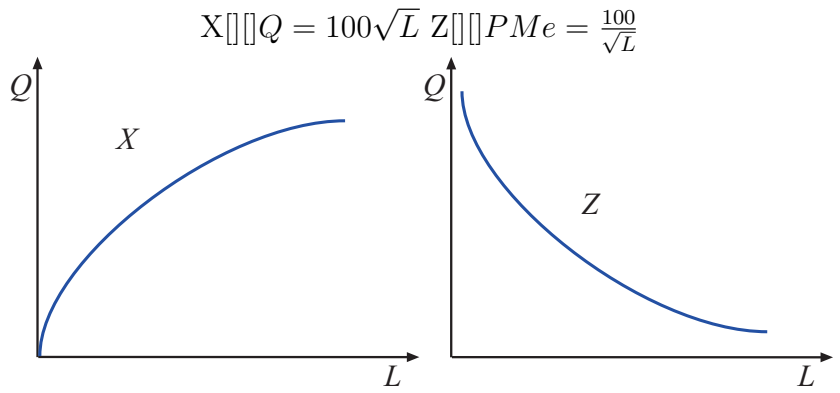


4. La recolección artesanal (manual) de almejas en la playa de CONCON sólo requiere factor trabajo. El número de almejas extraídas por hora (Q) viene dada por:

$$Q = 100\sqrt{L} \qquad (3.7.2.1)$$

Donde L corresponde al factor trabajo por hora.

a) Dibuje en un gráfico la relación entre Q y L.
Respuesta:



b) ¿Cuál es la producción media del trabajo en la playa de CON-CON? Dibuje esta relación y demuestre que la productividad marginal del trabajo disminuye cuando aumenta la utilización del factor trabajo.

RESPUESTA:

El producto medio, correponde a la pendiente de la línea trasada desde el origen a cualquier punto sobre la función de producción, lo cual correspnde a

$$PMe = \frac{Q}{L} = \frac{100\sqrt{L}}{L} = \frac{100}{\sqrt{L}}$$

De manera que el producto medio se representa como el gráfico de la izquierda de la figura anterior.

c) Demuestre que la productividad marginal del trabajo en esta playa viene dado por:

$$PMgL = \frac{50}{\sqrt{L}} \tag{3.7.2.2}$$

Dibuje esta relación y demuestre que Productividad Marginal del Trabajo es menor que la Productividad Media del Trabajo, para todos los valores de L. Explique por qué es así.

Respuesta:

Para determinar el producto marginal con respecto al trabajo tenemos que:

$$\begin{aligned} PMgL &= \frac{\Delta Q}{\Delta L} \\ &= \frac{Q_1 - Q_0}{L_1 - L_0} \\ &= \frac{100\sqrt{L_1} - 100\sqrt{L_0}}{(\sqrt{L_1} - \sqrt{L_0}) - (\sqrt{L_1} + \sqrt{L_0})} \\ &= \frac{100}{\sqrt{L_1} + \sqrt{L_0}} = \frac{100}{2\sqrt{L}} = \frac{50}{\sqrt{L}} \end{aligned}$$

Es claro que la productividad marginal es menor que la productividad media, entonces dado que $PMg = \frac{50}{\sqrt{L}} < \frac{100}{\sqrt{L}} = PMeL$ *para todo L, entonces agregar un trabajador más, en promedio se obtiene mayor producción. Este fenómeno puede explicarse por la extensión de la playa, ya que debido a ésto la incorporación de un trabajador más tiene un costo marginal muy bajos y no altera significativamente la productividad media de los demás.*

5. Suponga que en un mercado competitivo una empresa produce un bien que posee una función costo total definida por $C(Q) = 100 + Q^2$, donde Q es el nivel de producción. El coste marginal de producción es $2Q$ y el costo fijo es de \$100. Por otro lado, se sabe que el precio del bien es de \$60.

   a) ¿Cuántas unidades deberá producir esta empresa de manera tal que sus beneficios sean máximos?

   Respuesta:

   La condición de equilibrio para la maximización de los beneficios es costo marginal igual ingreso marginal. Sin embargo, como es una sola firma, el ingreso marginal debe ser igual al precio de mercado, por lo tanto, se debe cumplir que:

$$\begin{aligned} CMg &= IMg = P = 60 \\ 2Q &= 60 \\ Q^* &= 30 \end{aligned}$$

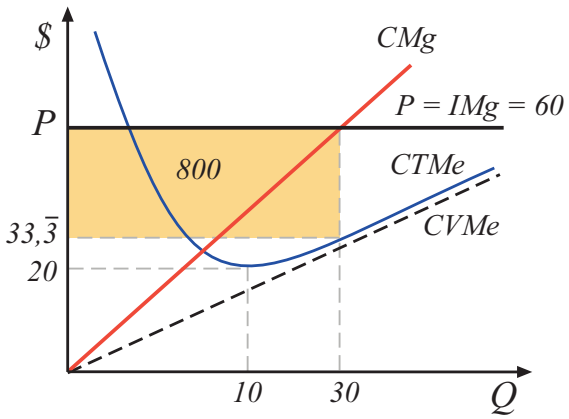
b) Determine el nivel máximo de beneficio para esta empresa y represente gráficamente el área comprendida por este beneficio.

Respuesta:

Se sabe que el ingreso es $P \cdot Q$, mientras que la función de costo corresponde a $C(Q) = 100 + Q^2$. De esta manera el beneficio de la firma corresponde a:

$$\pi(Q) = P \cdot Q - 100 - Q^2$$

De esta manera el beneficio máximo corresponde a $pi_M(Q = 30) = 800$, el cual se encuentra en el área pintada de la figura.



c) Determine el rango de precios para los cuales la empresa producirá una cantidad positiva y además represente gráficamente esta condición.

Respuesta:

Suponiendo que esta firma considera estar en el mercado si sus beneficios resultan positivos, entonces, el rango de precios irá desde su beneficio igual a cero (es decir, $CTMe = CMg = P$), a cualquier precio que le genere beneficio positivo. Por lo tanto, el rango de precios corresponderá a $P \geq 20$

Ahora, si suponemos que la firma procudirá hasta el punto en que puede cubrir sus costos fijos, con la esperanza de revertir esta condición en el futuro, entonces el rango de precios será $P \geq 0$.

CAPÍTULO 4

EL MERCADO DE FACTORES

4.1 Introducción

Adicionalmente a la pregunta de hasta cuando producir para maximizar beneficios, las empresas deben responder la pregunta de hasta cuando contratar factores productivos. En este contexto volveremos a pensar que la empresa tiene las opciones de contratar trabajo o capital. Adicionalmente supondremos que el costo del trabajo es un salario w, mientras que el costo del capital (arriendo) es un costo de oportunidad de r.

4.2 Ejercicios resueltos

4.2.1 Comentes resueltos

1. Un incremento en el salario siempre tenderá a aumentar el número de horas trabajadas en el mercado, debido a que aumenta el costo de oportunidad del ocio.

   Respuesta

   En la oferta individual de trabajo existen dos efectos: Efecto Sustitución: a medida que aumenta el salario dejo de demandar ocio y comienzo a ofrecer trabajo. Así aumenta el número de horas de trabajo

ofrecidas. Efecto Ingreso: a medida que aumenta el número de horas trabajadas, para un nivel alto de éstas, comenzaré a demandar más ocio y por lo tanto ofreceré una menor cantidad de horas para trabajar. Lo relevante es que esto ocurre para niveles (muy) altos de salarios. Según qué efecto domine a cada nivel de salarios se forma la curva de oferta de trabajo individual. Si domina efecto ingreso, disminuirá horas de trabajo, en cambio sí domina efecto sustitución aumentará oferta de trabajo.

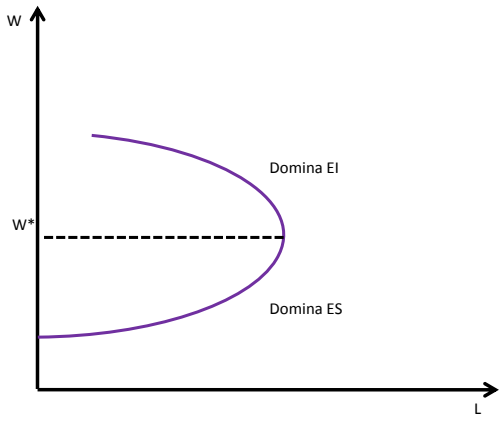


Figura 4.1

Como se puede ver para niveles bajos de salario la forma de la curva es creciente, pero a partir de cierto nivel w^* (alto) de salarios, comienza a dominar el efecto ingreso y por lo tanto la curva presenta pendiente negativa. Cabe destacar que al agregar la curva de oferta, se obtiene una curva con pendiente positiva. Esto ocurre debido a que en general en las personas predomina los salarios menores a ese w^* por lo que se presentan curva de oferta de trabajo individual con pendiente positiva. Mientras mayor salario me ofrecen, más horas de trabajo estaremos dispuestos a ofrecer.

4.2.2 Matemáticos resueltos

2. La empresa CSI especialista en investigaciones de crímenes esta analizando su proceso de incorporación de nuevos especialistas en Criminalística para el año 2015, para lo cual cuenta con la siguiente información.

Trabajadores	Dda/VPMg	IPMg	CMg	Oferta/CMe
0	30	30	18	18
1	29	28	20	19
2	28	26	22	20
3	27	24	24	21
4	26	22	26	22
5	25	20	28	23
6	24	18	30	24
7	23	16	32	25
8	22	14	34	26
9	21	12	36	27

a) Encuentre cuántos especialistas contrata la empresa CSI si tanto el servicio de investigaciones criminalísticas como el de especialistas en criminalística son perfectamente competitivos.
Respuesta
Cuando ambos mercados funcionan en Competencia Perfecta el equilibrio viene dado por: Equilibrio es $Dda = Oferta \rightarrow L = 6yW = 24$.

b) Encuentre el salario y el nivel de empleo de los especialistas en criminalística si CSI es el único empleador de especialistas pero el mercado de las investigaciones criminalísticas es competitivo.
Respuesta
Cuando estamos en Competencia Perfecta en el mercado del producto y en Monopsonio en el mercado del factor, el equilibrio viene dado por: Equilibrio es $Dda = CMg \rightarrow L = 4yW = 22$.

c) Encuentre el salario y el nivel de empleo de equilibrio en dicho mercado, si la empresa es el único proveedor que proporciona este servicio de criminalística pero el mercado de los especialistas es perfectamente competitivo.
Respuesta

Cuando estamos en Monopolio en el mercado del producto y en Competencia Perfecta en el mercado del factor, el equilibrio viene dado por: Equilibrio es $IPMg = Oferta \rightarrow L = 4 y W = 22$.

d) Encuentre el salario y el nivel de empleo de equilibrio en dicho mercado, si la empresa actúa cómo Monopolio en el mercado de este servicio y Monopsonio en el mercado del factor.

Respuesta

Cuando estamos en Monopolio en el mercado del producto y en Monopsonio en el mercado del factor, el equilibrio viene dado por: Equilibrio es $IPMg = CMg \rightarrow L = 3 y W = 21$.

e) Considerando el último equilibrio, determine en rango en el cual la fijación de un salario mínimo produce un aumento en el nivel de empleo.

Respuesta

Considerando el gráfico, podemos apreciar que la fijación de un salario mínimo entre 21 y 27 produce un aumento en el nivel de empleo. Esto se debe a que la fijación de un salario mínimo en dicho rango obliga a la empresa a actuar como precio aceptante y contratar trabajadores hasta el punto donde se igual dicho salario mínimo con su demanda de trabajo. De esta forma, en dicho rango se logra un mayor nivel de ocupación, ya que un salario mínimo inferior a 21 no tiene efecto y un salario mínimo superior a 27 generaría una demanda de trabajo menor al nivel de ocupación del equilibrio en d).

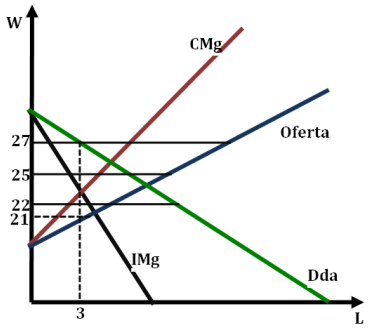


Figura 4.2

f) Considerando el equilibrio de la parte d), ¿Qué medida es mejor desde el punto de vista social: la fijación de un salario mínimo W=22 o una apertura comercial que logra el mismo nivel de salario que la alternativa anterior?

Respuesta

Tal como se aprecia en el gráfico anterior, la fijación de un salario mínimo W=22 genera perdida en el bienestar social, debido a que a ese salario los trabajadores desean ofrecer menos trabajo de lo que desean demandar las empresas. En cambio, la apertura comercial no generará perdida de bienestar social, ya que el productor local producirá hasta que el precio internacional se iguale con su oferta y todo el resto del exceso de demanda será cubierto con importaciones, evitando generar pérdidas de bienestar social.

CAPÍTULO 5

COMPETENCIA IMPERFECTA

5.1 Introducción

Hasta el momento hemos revisado modelos que representan la competencia entre muchas firmas donde ninguna tiene poder de mercado, pero también puede existir el caso donde en el mercado exista una única firma donde esta concentra todo el poder de mercado, este caso se denomina **Monopolio** y es un fenómeno de competencia imperfecta, pues como ya veremos, genera distorsiones en la asignación de los recurso. En este mismo escenario también puede dar la existencia de monopolios discriminadores que tienen la capacidad de cobrar diferentes precios a los consumidores dadas las características del mercado en el que se mueven, ejemplo de esto son por ejemplos las aerolíneas que logran, condicionado a la valoración del viaje y características del individuo, cobrar diferentes precios a sus consumidores.

Pero la practica no es usual observar estos casos extremos, sino mas bien se observa la existencia de un numero determinado de firmas, donde cada una concentra cierto poder de mercado y ademas estas empresas compiten entre si, los modelos de competencia oligopólica representan esta situación que podemos entender como más realista.

En este capitulo entonces comenzaremos revisando el monopolio y el monopolio discriminador, luego introduciremos definiciones básicas de la teoría de juegos y un nuevo concepto de equilibrio, **el equilibrio de Nash**, que nos ayudara a entender la dinámica de competencias oligopólicas. Finalmente formalizaremos 3 modelos oligopólicos usualmente estudiados: ***competencia a la Cournot***, ***competencia a la Stackelberg*** y ***competencia a la Bertrand***.

5.2 El monopolio

Ahora que ya conocemos los conceptos de la competencia perfecta, podemos irnos al otro caso extremo: el monopolio, donde estudiaremos a un agente que denominaremos monopolista.

5.2.1 El monopolio: Supuestos

El modelo del monopolio considera los siguientes supuestos:

- **Hay solo una empresa** en el mercado. Esto quiere decir que esta empresa **puede decidir el precio o la cantidad que fabrica del bien**, aunque no ambas, dado que enfrenta una demanda.
- La empresa **no tiene poder de mercado en el mercado de factores productivos**. Es decir, el poder de mercado de esta empresa se limita al mercado de su producción.
- **No existe libre entrada y salida** de empresas en la industria. Esto significa que aquellas empresas que deseen entrar al mercado no podrán hacerlo debido a distintas barreras de entrada. Esto en el mundo real se puede asegurar a través de leyes.
- La empresa produce **un mismo bien, el cual es totalmente reproducible y divisible.** Esto facilita nuestro análisis, dado que permite centrarnos en un mercado en específico.

5.2.2 Maximización de beneficios

Como vimos anteriormente, las empresas maximizan beneficios cuando el ingreso de la última unidad vendida equivale exactamente a su costo de

producción, es decir:

$$Img = Cmg$$

Pero en este caso, los ingresos totales de la empresa se pueden representar por:

$$It = P \cdot Q(P) \tag{5.2.2.1}$$

O bien como:

$$It = P(Q) \cdot Q \tag{5.2.2.2}$$

Pues notar ahora que la firma no observa un precio p sobre el cual no puede incidir como en la competencia perfecta, pues ahora como es la única firma en el mercado tiene poder de mercado y pude cambiar el p dada la cantidad que pone en el mercado.

Para efectos de este curso diremos que el monopolista fija la cantidad del bien. Teniendo esto en cuenta, el ingreso marginal del monopolio queda definido como la derivada con respecto a la cantidad de la segunda ecuación anterior. tenemos:

$$Img = P(Q) + Q\frac{\partial P}{\partial Q} \tag{5.2.2.3}$$

Que al agregarle un uno conveniente:

$$Img = P + \frac{Q}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial Q} P$$

Donde si factorizamos obtenemos:

$$Img = P\left[1 + \frac{Q}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial Q}\right] \tag{5.2.2.4}$$

Donde el término $\frac{Q}{P} \cdot \frac{\partial P}{\partial Q}$ corresponde al inverso de la elasticidad precio. Entonces, podemos definir el ingreso marginal como:

$$Img = P\left[1 + \frac{1}{\epsilon_{P,Q}}\right] \tag{5.2.2.5}$$

De esta última podemos observar que el ingreso marginal siempre es más pequeño que la demanda $(P(Q))$, porque el termino $\epsilon_{P,Q}$ evidentemente tiene signo negativo, por tanto el lado derecho corresponde a sumar la demanda

más un termino negativo, con ello el lado izquierdo que corresponde al ingreso marginal es siempre mayor.

La intuición de lo anterior corresponde que el ingreso marginal es el incremento en los ingresos tras vender una unidad extra, sabemos que el precio al que se venderá esta determinado por la demanda, si incrementamos en una unidad extra la cantidad vendida lo que ocurrirá es que los consumidores verán una mayor cantidad en el mercado, y **todos** estarán dispuestos a pagar un menor precio, por tanto el ingreso marginal internaliza el hecho de que todas las unidades deben caer de precio al incrementar en 1 unidad las cantidades vendidas, por ende siempre es menor que la demanda.

Entonces recapitulando, el monopolio producirá hasta el punto donde su ingreso marginal sea igual a su costo marginal. Gráficamente:

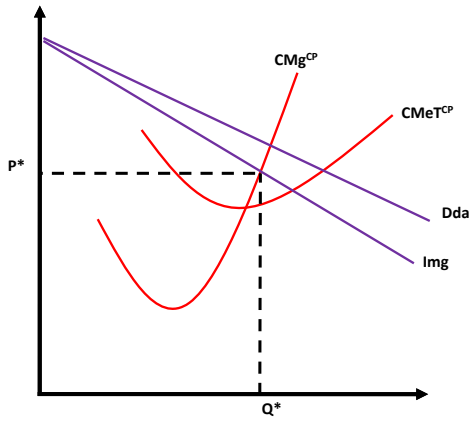


Figura 5.1: Equilibrio en un monopolio

Para dejar esto claro veamos supongamos una empresa que tiene los siguientes datos:

$$Ct = 10q$$

$$Q = 50 - 2p$$

De esta forma, vemos que el ingreso está determinado por:

$$IT = Q\left(25 - \frac{Q}{2}\right) = 25Q - \frac{Q^2}{2}$$

Y el ingreso marginal está determinado por:

$$Img = 25 - Q$$

Y la cantidad óptima está determinada por:

$$Img = Cmg$$

$$25 - 1 = 10$$

$$Q = 15$$

Donde el precio se obtiene de reemplazar la cantidad en la demanda, obteniendo:

$$P = 17{,}5$$

5.2.3 Pérdida de Eficiencia Económica en Monopolios

A pesar de lo que popularmente se cree, económicamente el problema de eficiencia relacionado a los monopolios no es que cobran precios más altos que en competencia perfecta, sino que venden menos unidades, dicho de otra forma, se dejan de transar unidades que en otras circunstancias si se hubieran transado. Para ver esto, simplemente tenemos que comparar ambos equilibrios, obteniendo el siguiente gráfico:

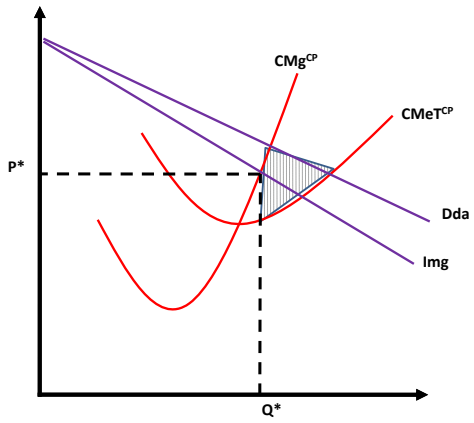


Figura 5.2: Perdida de eficiencia en un monopolio

Donde el área verde, representa gráficamente la pérdida de eficiencia económica que provoca el monopolio. Pues esas unidades se valoran por parte de los consumidores al menos de la misma forma de lo que cuesta producirlas, por tanto en un escenario normal, competencia perfecta, estas unidades deberían producirse.

5.3 Monopolio discriminador

Como ya adelantamos en la introducción del capitulo, existen también la posibilidad de que el monopolista pueda **discriminar precios**, esto es que sea capaz de cobrar un precio diferenciado a cada uno de sus consumidores o a diferentes grupos de estos. Existen 3 tipos de discriminación de precios, **la discriminación de primer grado** donde el monopolista es capaz de cobrar un precio a cada uno de sus consumidores, **la discriminación de segundo grado** donde el monopolista no conoce la valoración de los demandantes, pero es capaz de generar paquetes de servicios donde cada uno de los consumidores se auto-seleccionará y la **discriminación de tercer grado** donde el monopolista es capaz solo de distinguir sobre grupos de personas.

5.3.1 Monopolio discriminador: Supuestos

En cada uno de los diferentes tipos de discriminación supondremos, aunque en diferentes grados, que además de los supuestos correspondientes al mercado monopolico se cumple que:

- **La empresa puede evitar el arbitraje**, esto no es más que suponer que los consumidores no se pueden vender el producto entre si, de poder hacerlo la discriminación de precios no tendría efecto alguno, pues el grupo o individuo que se le ofrece el producto más barato, revendería este a los otros consumidores.
- **El monopolista tiene información de las valoraciones**, esto es valido para la discriminación de primer y tercer grado, el monopolista tiene que ser capaz de alguna forma recopilar información sobre la valoración de los consumidores del producto que vende, ya sea de forma individual o por grupos, de no tenerla no tendrá los conocimientos para asignar precios diferentes.
- **Poder de mercado**, el monopolista ademas debe tener la capacidad de poder fijar diferentes precios, de otra forma no podría discriminar.

Con los supuestos ya enumerados, revisemos cada uno de los tipos de discriminación.

5.3.2 Discriminación de primer grado

Este tipo de discriminación también es conocido como discriminación perfecta, corresponde al caso en que el monopolista conoce cada valoración de cada uno de los individuos, por tanto le **cobrara a cada uno su valoración**, siempre y cuando esta valoración se situé sobre el costo marginal, graficamente esto corresponde a:

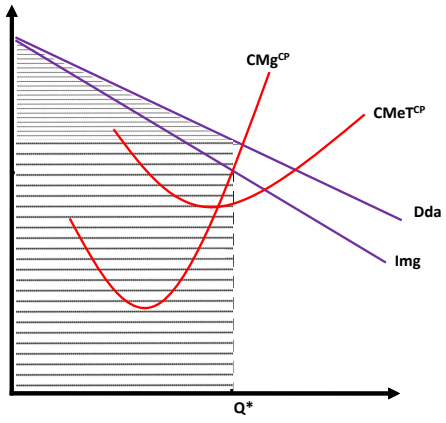


Figura 5.3: Discriminación de primer grado

Graficamente podemos observar un par de conclusiones interesantes:

- En este tipo de discriminación **el monopolista se hace con todos los excedentes del consumidor.**
- En este tipo de competencia **no existe perdida de eficiencia social**, pues se transan en el mercado todas las unidades que se valoran por parte de los consumidores al menos tanto como su costo de producción

Es interesante entonces recalcar que este tipo de discriminación, a diferencia del monopolista débil, se considera eficiente, pero cabe recordar que genera distorsiones en la asignación de recursos, haciendo que el monopolista se haga de todos los excedentes.

5.3.3 Discriminación de tercer grado

Este tipo de discriminación corresponde al caso en que el monopolista observa diferentes grupos, con diferentes valoraciones, y le ofrece a cada uno de los grupos un precio diferente, ejemplo de esto son las entradas a los museos, donde los estudiante y adultos mayores pagan un precio menor al de los adultos. la lógica detrás de esta política de precios, es cobrarle a cada

grupo, dado su valoración por el bien, el precio optimo, y de esta forma se maximiza beneficios por sobre cobrar un **precio uniforme**[1].

Revisemos un ejemplo para aclarar ideas, supongamos que existe un mercado donde el monopolista observa 2 grupos de personas con valoraciones diferentes, una alta:

$$Q_a = 10 - P_a$$

Y una baja:

$$Q_b = 6 - P_b$$

Además el costo marginal de producción es igual a 0.

Si el monopolista no es capaz de discriminar precios, cobraría un precio uniforme a toda la demanda, la demanda agregada en este caso corresponde a:

$$Q_m = 16 - 2p$$

Donde sabemos que la cantidad optima esta dado por:

$$Img = Cmg$$

que para este caso tenemos:

$$15 - 4p = 0$$

$$p = 4$$

y con ello tenemos que:

$$Q_m = 7 \Rightarrow \pi_{punif} = 28$$

Estudiemos ahora el caso en que la firma si puede discriminar, como observa 2 grupos de personas diferentes, es equivalente a que observe dos mercados diferentes, donde en cada uno tiene capacidad para actuar como monopolio, por tanto su estrategia optima será fijar en cada uno, la cantidad que cumpla con que el $Img = Cmg$, de esta forma tendremos que:

$$Img_{Q_b} = Cmg_Q \text{ y } Img_{Q_a} = Cmg_Q$$

[1]Corresponde al precio monopólico que se cobra al considerar toda la demanda como agregada.

Por tanto la condición de maximización de equilibrio para el monopolista de segundo grado será:

$$Img_{Q_b} = Img_{Q_a} = Cmg_Q \tag{5.3.3.1}$$

Entonces tenemos:

$$Q_a = 10 - p_a \Rightarrow IT_a = (10 - Q_a)Q_a \Rightarrow Img_{q_a} = 10 - 2Q_a$$

$$Q_b = 10 - p_b \Rightarrow IT_b = (6 - Q_b)Q_b \Rightarrow Img_{q_b} = 6 - 2Q_b$$

De lo que obtenemos que el equilibrio resulta ser::

$$Img_{q_a} = Cmg_Q \Rightarrow 10 - 2Q_a = 0 \Rightarrow Q_a = 5 \Rightarrow P_a = 5 \Rightarrow \Pi_a = 25$$

$$Img_{q_b} = Cmg_Q \Rightarrow 6 - 2Q_a = 0 \Rightarrow Q_a = 3 \Rightarrow P_a = 3 \Rightarrow \Pi_a = 9$$

Por tanto los beneficios totales de discriminar resultar ser:

$$\pi_{Discr} = \pi_a + \pi_b = 36$$

Que resulta ser más alto que el beneficio de no discriminar cobrando un precio uniforme.

Finalmente podemos observar que el caso de no discriminar el equilibrio graficamente resulta ser:

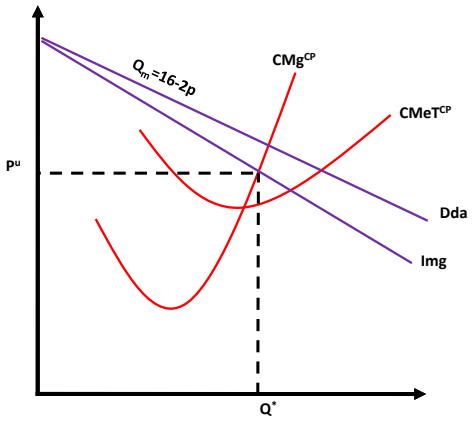


Figura 5.4: Equilibrio precio uniforme

Mientras que el equilibrio de discriminar precios es:

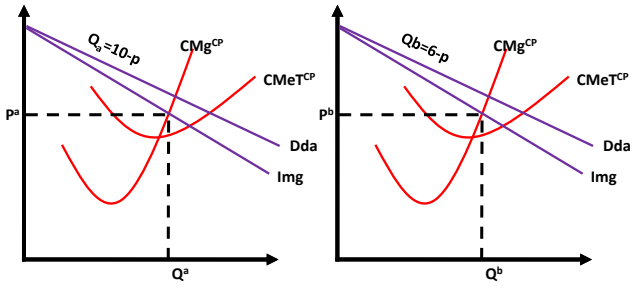


Figura 5.5: Equilibrio con discriminación de precios en tercer grado

5.3.4 Discriminación de segundo grado

En este tipo de discriminación el monopolista no tiene información respecto a la valoración de los consumidores, pero es capaz de ofrecer diferentes paquetes para que los consumidores se auto-seleccionen, por ejemplo las compañías telefónicas ofrecen diferentes *paquetes* de servicios, donde ponen a disposición de los consumidores diferentes combinaciones de minutos de llamadas y MB de internet para que los consumidores escojan el paquete, que de acuerdo a su valoración, le genera mayor beneficio.

5.4 Teoría de juegos

En recurrentes situaciones donde los individuos toman decisiones observan que los resultados de estas no dependen tan solo de lo que ellos *jueguen*, si no también de lo que juegan agentes relacionados a él, y a la vez, lo que ellos jueguen afectará en los resultados de terceros. Entonces es posible ver cierto grado de interdependencia en la toma de decisión de cada uno de los individuos, existirá por tanto una **interacción estratégica** al momento de que cada uno tome una decisión.

Esta misma interacción estratégica se da en múltiples fenómenos económicos, por ejemplo en mercados pocos competitivos tales como los oligopólicos. La teoría de juegos estudia el comportamiento de los individuos en estas situaciones estratégicas, y nos entrega herramientas para predecir sus comportamientos.

Comencemos por definir los conceptos básicos en la construcción de un juego[2]: En cada juego entonces debe estar bien definido:

- **Jugadores**: Son los agentes (individuos, firmas, etc) que toman decisiones.
- **Estrategias**: Son las diferentes alternativas entre las cuales los jugadores pueden escoger.
- **Pagos**: Corresponde a la valoración que le entrega el individuo al resultado final de cada situación posible del juego.

Ya definido este pequeño marco conceptual, procedamos a revisar un famoso ejemplo de la teoría de juegos: *El dilema del prisionero.*

Esta situación nos pone en el caso hipotético de 2 prisioneros que realizaron un delito juntos, la policía los captura y encierra a estos delincuentes en celdas separadas, a cada uno les menciona cuantos serán los años en cárcel que deberán pagar dadas las diferentes situaciones que se puedan presentar, en base a estas cada uno de los delincuentes debe decidir si **delatar** o **callar**. Los policías le mencionan a cada uno de los presos: *si tú delatas a tu compañero y él calla recibirás 0 años de cárcel, mientras que si tu callas y el te delata recibirás 10 años de cárcel, si ambos se delatan recibirá cada uno 5 años de cárcel, mientras que si ambos callan cada uno recibirá 2 años de cárcel.* Sujeto a estas posibles penas el policía le pide a cada uno de los prisioneros tome una decisión.

En el ejemplo anterior podemos observar que existe una interacción estratégica entre los prisioneros al momento de tomar la decisión de callar o delatar, las penas de cárcel que recibirá cada uno están determinadas por lo

[2]Entendiendo por juego, alguna determinada situación estratégica donde los agentes involucradas en ella deban tomar una decisión.

que juegue cada uno y lo que juegue su compañero de delito. Ademas podemos observar que existen 2 jugadores el prisionero 1 y el prisionero 2, hay 2 estrategias que puede tomar cada uno el callar o el delatar, mientras que existen también una estructura de pagos dada por cada situación final del juego la que consiste en diferentes años de prisión.

Podemos usar nuestro marco conceptual y especificar el juego anterior en una matriz de pagos, que lucirá de la siguiente forma:

		Jugador 2	
		Callar	Confesar
Jugador 1	Callar	-1 , -1	-10 , 0
	Confesar	0 , -10	-5 . -5

Tabla 5.1: Matriz de pago dilema del prisionero

La pregunta es entonces ¿cuál es el equilibrio de este juego?, antes de responder a esto, revisemos un importante concepto que nos ayudará a comprender la dinámica del equilibrio, notemos desde de la matriz de pago de este ejercicio que existe una estrategia a la que puede jugar, supongamos sin perdida de generalidad, el prisionero 1 que independiente lo que juegue el prisionero 2 será siempre su mejor jugada, en concreto tenemos que:

- Si el prisionero 2 juega confesar, el prisionero 1 jugaría confesar, pues tener 5 años de cárcel es mejor que estar 10 años preso.
- Si el prisionero 2 juega callar, el prisionero 1 jugaría confesar, pues estar 0 años en cárcel es menor que estar 1 año preso.

Con el ejercicio anterior podemos notar que independiente de lo que juegue el prisionero 2, el prisionero 1 tendrá incentivos a jugar confesar, pues siempre recibirá un mejor pago, a esto se le denomina **estrategia dominante**, es importante mencionar que no siempre existirá una estrategia dominante, pero en este ejemplo en especifico si lo existe, es más podemos notar que para el prisionero 2 su estrategia dominante también sera confesar.

Podemos observar desde ya que ambos prisioneros jugaran confesar, entonces el equilibrio de este juego será Confesar, Confesar (decisión prisionero 1, decisión prisionero 2), a este tipo de equilibrio es lo que denominamos

Equilibrio de Nash, detengámonos un poco en este interesante concepto.

5.4.1 Equilibrio de Nash

Podemos definir *el equilibrio de Nash como aquel punto en que no existen incentivos unilaterales a desviarse por parte de los agentes*, notemos en nuestro ejemplo que el prisionero 1 no tiene incentivos a jugar una estrategia diferente a confesar, él no se desviará de esa estrategia, mientras que el prisionero 2 se encuentra en la misma situación. Ambos juegan su mejor jugada sujeto a lo que puede jugar su compañero, y en ese punto no tendrán incentivos a jugar algo diferente, están por tanto en equilibrio.

Es importante mencionar que en este tipo de juegos no siempre daremos con un equilibrio de Nash[3], o en ocasiones no resulta ser directo la obtención del equilibrio tras una inspección visual, por ello revisemos la siguiente metodología para encontrar el equilibrio de Nash en estrategias puras, de existir.

Partamos suponiendo la siguiente matriz de pagos:

		Jugador 2		
		D	M	F
Jugador 1	D	0 , 5	5 , 0	6 , 2
	M	5 , -0	0 , 5	6 , 2
	F	2 , 6	2 , 6	10 , 10

Tabla 5.2: Matriz de pago, buscando el equilibrio de Nash

Estudiemos cuales son las mejores estrategias que puede jugar 1, dado lo que juega 2. Supongamos que 2 juega D, por tanto 1 puedo jugar D, M, o F, por lo cual recibiría 0, 5 y 2 pagos respectivamente, por tanto cuando 2 juega D, el jugador 1 debera jugar M pues le reporta un mayor pago, permitamonos subrayar la mejor estrategia del individuo 1 cuando 2 juega D, de la siguiente forma:

[3]En rigor, no siempre existe un equilibrio en estrategias *puras*, pero si existe siempre un equilibrio en estrategias *mixtas*, esto escapa de los alcances de este curso.

		Jugador 2		
		D	M	F
Jugador 1	D	0 , 5	5 , 0	6 , 2
	M	5 , -0	0 , 5	6 , 2
	F	2 , 6	2 , 6	10 , 10

Tabla 5.3: Matriz de pago, mejor jugada de 1 dado que 2 juega D

Repitamos este ejercicio con el resto de las posibles jugadas que puede hacer el jugador 2, notemos que cuando 2 juega M lo mejor que puede hacer 1 es jugar D. Mientras que si 2 juega F lo mejor que puede hacer 1 es jugar F. Registremos de la misma forma en cada columna la mejor jugada que puede hacer 1:

		Jugador 2		
		D	M	F
Jugador 1	D	0 , 5	5 , 0	6 , 2
	M	5 , -0	0 , 5	6 , 2
	F	2 , 6	2 , 6	10 , 10

Tabla 5.4: Matriz de pago, mejores respuesta del jugador 1

Finalmente realicemos este mismo ejercicio para el jugador 2, buscar las mejores jugadas dado lo que juega el jugador 1, veamos que si este último juega D podemos observar los pagos que recibirá 2 moviendonos horizontalmente por aquella fila y buscando el mejor pago (números de la derecha), que en este caso corresponde a jugar D pues recibe 5 que es más alto que jugar alguna otra estrategia. De esta forma podemos continuar buscando en el resto de las filas la mejor jugada del individuo 2 y completamos la tabla de pagos con las mejores jugadas de cada individuo de lo que resulta:

		Jugador 2		
		D	M	F
Jugador 1	D	0 , 5	5 , 0	6 , 2
	M	5 , -0	0 , 5	6 , 2
	F	2 , 6	2 , 6	10 , 10

Tabla 5.5: Matriz de pago, mejores respuesta del jugador 1 y 2

Ahora tenemos suficiente información para responder cual será el equilibrio de Nash, como ya lo definimos será aquel punto en que no existan incentivos unilaterales por desviarse, el haber subrayado cada mejor jugada nos facilita esta tarea, podemos observar que cuando cada jugador juega F ninguno tendrá incentivos a desviarse de aquel punto, pues recibirían pagos más bajos, es este el equilibrio de Nash.

Notemos entonces que si nos entregan una matriz de pagos, podemos subrayar las las mejores respuestas que tiene cada jugador dadas las diferentes estrategias que puede jugar su contrincante, una vez realizada esta tarea nos basta buscar el equilibrio de Nash que será aquella casilla que encuentra subrayado sus 2 pagos.

Del ejercicio anterior podemos deducir también que existirán juegos donde simplemente no existan equilibrio de Nash, o quizás sean multiples, estudiemos la siguiente matriz en búsqueda de equilibrio de Nash:

		Jugador 2	
		D	F
Jugador 1	D	10 , 0	0 , 10
	F	0 , 10	10 , 0

Tabla 5.6: Matriz de pago, buscando el equilibrio de Nash (2)

Realicemos nuestra metodología de subrayar las mejores respuestas de ambos jugadores, con esto obtenemos:

		Jugador 2	
		D	F
Jugador 1	D	$\underline{10}$, 0	0 , $\underline{10}$
	F	0 , $\underline{10}$	$\underline{10}$, 0

Tabla 5.7: Matriz de pago, mejores jugadas de 1 y 2 (2)

Donde no observamos equilibrio de Nash, situaciones como estas son totalmente factible, y en rigor decimos que no existe equilibrio de Nash en estrategias puras.

Revisemos la última matriz de pagos, para introducir una nueva estrategia que nos permitirá encontrar un equilibrio:

		Jugador 2		
		D	M	F
Jugador 1	D	2 , 4	10 , 10	18 , 15
	F	5 , 4	15 , 18	15 , 15

Tabla 5.8: Matriz de pago, buscando el equilibrio de Nash (3)

De esta matriz podemos observar que que para el individuo 2 jugar M siempre será su mejor alternativa, independiente de si el individuo 1 juega D o F, en este caso se dice que M es una **estrategia estrictamente dominantes** mientras que, para el individuo 2, la estrategia D y F son **estrategias dominadas por** M, de esta forma para resolver el juego, sabiendo que 2 jugara siempre M, lo podemos escribir en su forma reducida de la forma:

		Jugador 2
		M
Jugador 1	D	10 , 10
	F	15 , 18

Tabla 5.9: Matriz de pago, forma reducida (3)

De esta última matriz es directo observar que el individuo 1 jugará F que le reporta un mayor pago, con esto concluimos que el equilibrio en este juego esta dado por (F, M) (decisión del individuo 1, decisión del individuo 2).

5.4.2 Juegos consecutivos

Revisemos ahora los juegos consecutivos, en este tipo de juegos definimos ademas el momento en que cada jugador toma determinada decisión, que a la vez condiciona los resultado de las decisiones que toman el resto de los individuos, de la misma forma que lo hicimos en la sub-sección anterior, sistematizaremos este tipo de juegos, para encontrar su solución, lo ilustraremos a partir del siguiente ejemplo:

Supongamos, que los adversarios son la Unión Soviética y los Estados Unidos y que este último esta considerando la posibilidad de lanzar un ataque nuclear contra la URSS. Esta decisión puede representarse mediante un *árbol de juego*, como se muestra a continuación.

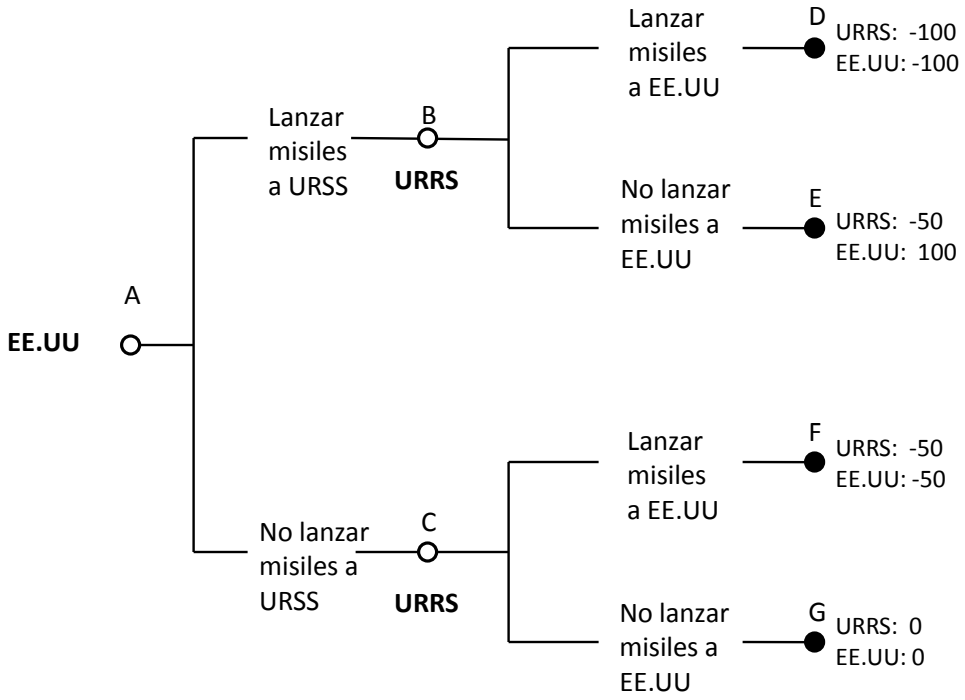


Figura 5.6: árbol del juego

Si el primero que mueve es EEUU, el juego comienza en el punto A. Las dos primeras ramas del juego representan las opciones de EEUU de atacar y no atacar, . Si se ataca, La URSS se encontrará en el punto B de la rama superior del árbol, en el cual debe decidir si responde o no- Si toma represalias, acabará en el punto D, en el cual los resultados son -100 para los dos países- Si no toma represalias, terminara en el punto E, en que los resultados son 100 para EEUU y -50 para URSS. La mitad inferior del árbol representa la opción en la que EE.UU no ataca. Si elige esta opción, La URSS se hallará en el punto C, en el cual se encuentre ante la decisión de lanzar o no misiles contra EE.UU. En aras del argumento, supongamos que los resultados que obtienen los dos países en cada opción son los que muestran las dos ramas inferiores del árbol en los puntos F y G, respectivamente.

¿Cuál es la solución de este juego?, para resolver este juego primero debemos recordar, y como se puede observar en el árbol, que quien juega primero son los EEUU, por tanto el puede tratar de *predecir* cual será la decisión de la URSS, dado que entiende que esta jugará aquella jugada que le entregue un mejor pago, para que luego, una vez predicha aquella jugada, opte por la estrategia que más le convenga.

Para resolver entonces el juego, y comprendiendo lo anterior, podemos ayudarnos gráficamente, y comenzar a resolver el árbol de *adelante hacia a tras*, marcando los caminos que son las jugadas optimas de cada país. Partamos entonces dilucidando cuales son las jugadas optimas de la URSS en cada uno de los posibles escenarios, empecemos con el primer escenario cuando la EEUU lanza los misiles (las primeras dos ramas del árbol), la mejor opción que puede tomar la EEUU es E no lanzar misiles pues tan solo recibe un daño de -50 (contra un daño de -100 si lanzará misiles) permitamonos marcar entonces este posible camino. Continuemos con el segundo escenario cuando la EEUU no lanza misiles, aquí la mejor opción que puede tomar las URSS es no lanzar misiles, permitámonos marcarla también.

Veamos ahora cuál es la mejor opción para los EEUU, si lanza misiles, sabe que como ya revisamos la URSS no lanza misiles recibiendo un pago de 100, mientras que si no lanza misiles recibe un pago de 0, por tanto los EEUU juega lanzar misiles, marquemos también este camino.

Con esto el árbol nos queda de la siguiente forma:

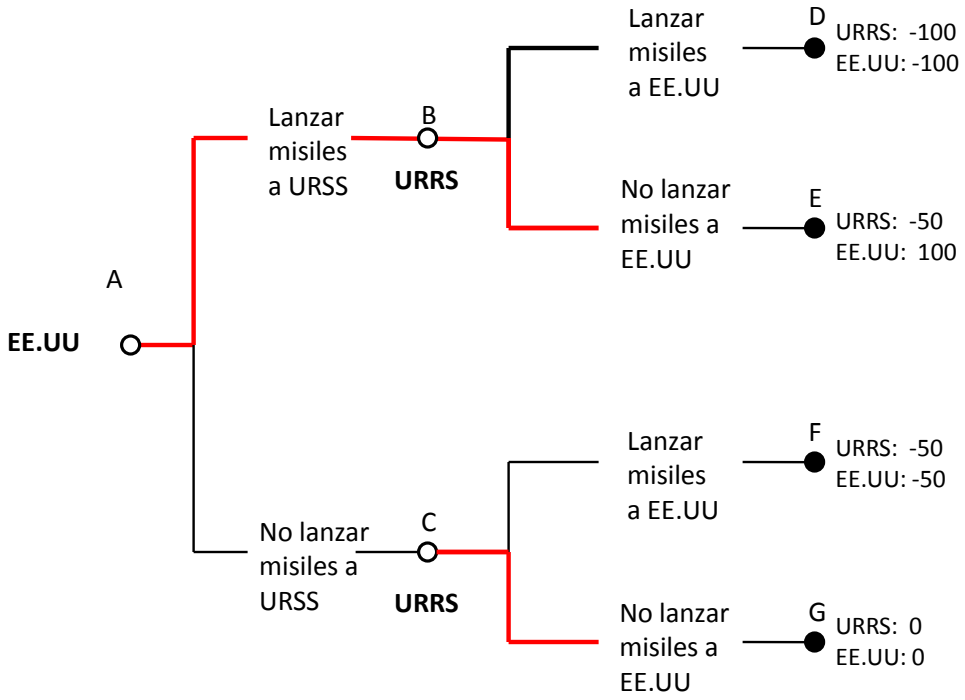


Figura 5.7: árbol del juego, con respuestas optimas

Así entonces para encontrar la solución de este juego secuencial debemos seguir los caminos que marcamos de izquierda a derecha y encontraremos el escenario que se presentará en el equilibrio que en este caso resulta ser los EEUU lanza misiles, la URSS no lanza misiles.

En resumen mostramos que para resolver un juego secuencial, el cual se caracteriza por que nos entregan el orden en que toman las decisiones cada jugador, lo podemos plantear como un árbol con los respectivos pagos de cada situación. Luego en cada ramificación y cada vez que un individuo tome una decisión debemos marcar su mejor respuesta, resolviendo de adelante hacia a tras, para finalmente completar el camino que se construye en nuestro árbol, aquel será el equilibrio del juego secuencial.

5.5 Competencia a la Cournot

En esta sección introduciremos un modelo oligopólico conocido como ***competencia a la Cournot*** o ***competencia en cantidades***, como ya lo podrá imaginar el lector este modelo refleja una situación en que existen firmas compitiendo en un mercado a través de colocar en este cantidades determinadas del producto, que diremos que es **homogéneo**, a la vez la cantidad del producto que ponga cada firma en el mercado afecta a los beneficios de la competencia, pues competir fuertemente lleva a que cada firma ponga altas cantidades del producto en el mercado, expandiendo la oferta, reduciendo el precio y cayendo los beneficios de cada firma, es en este sentido que existe una **interacción estratégica** al momento de decidir las cantidades optimas a poner en el mercado.

5.5.1 El modelo

Procedamos ahora a presentar el modelo de manera formal, para ello comencemos definiendo un mercado, en el cuál existen una **demanda de mercado** por el bien Q, que podemos representar a través de la siguiente función:

$$Q = A - P \tag{5.5.1.1}$$

Supongamos que por parte de la oferta existen 2 empresas que producen el bien homogéneo Q, que son idénticas tanto en el costo marginal de producción c, capacidad y otras características. Ademas sabemos que la cantidad producida por la firma 1 será q_1 y por la firma 2 será q_2, como son ambas las únicas empresas en el mercado, si sumamos ambas cantidades obtendremos la **cantidad de mercado**, de tal forma:

$$Q = q_1 + q_2 \tag{5.5.1.2}$$

Como ya lo enunciamos estas empresas compiten en cantidades, y cada una intenta maximizar sus beneficios, la pregunta que debemos responder entonces es: ¿cuánto producirá cada firma para maximizar sus beneficios?, para responder a esta pregunto es necesario comenzar revisando la función de beneficios de cada una de las firmas.

De la definición de nuestro mercado podemos observar que el bien que produce cada firma se vende en el mercado a un precio P y su costo de producción marginal es igual a c, con esta información podemos crear la

función de beneficio, partamos entonces planteando el de la firma 1:

$$\pi_1 = (P - c)q_1 \tag{5.5.1.3}$$

Que no es mas al margen de ganancia multiplicado por la cantidad de la firma, de la misma forma para la firma 2 tenemos:

$$\pi_2 = (P - c)q_2 \tag{5.5.1.4}$$

Sabemos ademas como ya enunciamos que se cumple $Q = A - P$, reemplacemos esto en las función de beneficios de la firma 1:

$$\pi_1 = (A - Q - c)q_1$$

Además tenemos que $Q = q_1 + q_2$, reemplazando esto en nuestra última ecuación obtenemos:

$$\pi_1 = (A - (q_1 + q_2) - c)q_1$$

$$\pi_1 = (A - q_1 - q_2) - c)q_1 \tag{5.5.1.5}$$

De la misma forma para la firma 2:

$$\pi_2 = (A - q_2 - q_1) - c)q_2 \tag{5.5.1.6}$$

Desde estas funciones de producción podemos tener una primera aproximación a la conclusiones que obtendremos prontamente, *la función de producción de cada firma depende de la cantidad que produce ella y la firma con la que compite en el mercado,* de esto podemos observar entonces que existe interdependencia en las funciones de beneficios de cada una de las firmas.

Continuemos realizando nuestro ejercicio de encontrar las cantidades optimas de cada una de las firmas, para ello debemos ocupar la condición de maximización de beneficios de las firmas, recordemos que esta es cuando se cumple que $IMG = CMG$, comencemos aplicando esta condición para la firma 1: Tenemos que la función de beneficios es:

$$\pi_1 = (A - (q_1 + q_2) - c)q_1$$

De donde es facil observar que los ingresos totales corresponde a:

$$IT_1 = (A - q_1 - q_2)q_1 \tag{5.5.1.7}$$

A lo que le corresponde el siguiente ingreso marginal[4]

$$Img_1 = a - 2q_1 - q_2 \tag{5.5.1.8}$$

Con esto impongamos la condición de maximización de beneficios:

$$IMG_1 = CMG_1$$

$$a - 2q_1 - q_2 = c \tag{5.5.1.9}$$

De la cuál podemos despejar q_1 para encontrar la cantidad optima de producción de la firma 1, obteniendo:

$$q_1(q_2) = \frac{a - c - q_2}{2} \tag{5.5.1.10}$$

De la misma forma para la firma 2 obtenemos:

$$q_2(q_1) = \frac{a - c - q_1}{2} \tag{5.5.1.11}$$

Pero notemos que aún no hemos encontrado una expresión parametrizada para las cantidades de producción óptima de cada firma, pues la producción de cada firma depende de cuanto produzca la otra, por ello a las ecuaciones anteriores se le denomina **función de reacción** que como ya mencionamos, *corresponde a la cantidad óptima que debe jugar una empresa, para maximizar sus beneficios, dado la cantidad que produce la firma contrincante.*

Finalmente de las funciones de reacción de ambas firmas, es que podemos encontrar la cantidad optima de producción de cada una de las firmas, para ello, llevemos estas a una representación gráfica:

[4]Tan sólo bata tomar el IT_1 y derivarlo respecto a q_1.

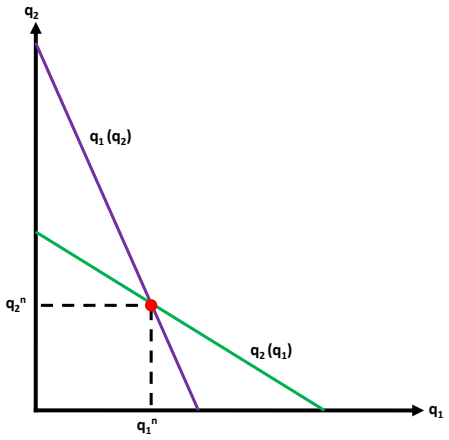


Figura 5.8: Funciones de reacción

Entonces, ¿cuáles serán las cantidades óptimas que producirá cada firma?, la respuesta a esta pregunta, es que es aquel punto en que ambas funciones de reacción se corten, pues en aquel punto se cumple que ambas empresas están jugando su mejor respuesta a la cantidad de producción que pone en el mercado su contrincante, por lo tanto no existirán incentivos unilaterales a desviarse de aquel punto, podemos describir aquel punto, como un **equilibrio de Nash**.

Procedamos a calcular ahora matemáticamente las cantidades q_1^n y q_2^n, podemos observar gráficamente que la obtenemos de interceptar ambas funciones de reacción, reemplazando $q_2(q_1)$ en $q_1(q_2)$:

$$q_1(q_2) = \frac{a - c - (\frac{a - c - q_1}{2})}{2}$$

Despejando q_1 obtenemos:

$$q_1^n = \frac{a - c}{3} \tag{5.5.1.12}$$

De la misma forma para la firma 2:

$$q_2^n = \frac{a - c}{3} \tag{5.5.1.13}$$

que corresponden a las cantidades optimas de producción de cada una de las firmas. Con estas cantidades podemos encontrar la cantidad de mercado:

$$Q = q_1^n + q_2^n$$

$$Q = \frac{2(a-c)}{3} \tag{5.5.1.14}$$

Y con la cantidad podemos encontrar el precio:

$$p = A - Q$$

$$P = \frac{a+2c}{3} \tag{5.5.1.15}$$

Y por último los beneficios de cada firma:

$$\pi_1 = (p-c)q_1$$

$$\pi_1 = \frac{(a-c)^2}{9} \tag{5.5.1.16}$$

$$\pi_2 = (p-c)q_2$$

$$\pi_2 = \frac{(a-c)^2}{9} \tag{5.5.1.17}$$

5.6 Competencia a la Stackelberg

Continuemos ahora presentando el modelo Stackerlberg, en esencia este modelo presenta los mismos supuestos del modelo anterior, pero levanta un supuesto que en competencia a la Cournot asumimos de forma implícita, esto es que ambas empresas fijan las cantidades al mismo tiempo, el modelo de Stackerlberg lo podemos tomar como una extensión de lo anterior, pero que incorpora el hecho de que las empresas colocan sus cantidades en el mercado en diferentes periodos, por ejemplo, en mercados donde existe una **empresa líder** esperaremos que esta fije su cantidad primero, y que luego la **empresa seguidora** coloque su cantidad en el mercado.

5.6.1 El modelo

Continuemos con el merado definido en la sección anterior, y con el resto de los supuestos, salvo como ya mencionamos que esta vez existe una empresa líder, y una empresa seguidora, donde la primera coloca la cantidad de mercado primero, consideremos esta vez que:

$$Q = q_l + q_s \tag{5.6.1.1}$$

Donde q_l corresponde a la cantidad que coloca en el mercado la empresa lider, y q_s la cantidad que coloca la empresa seguidora.

Continuemos definiendo cada una de las funciones de beneficio, para encontrar a partir de estas las cantidades optimas que produce cada una de las firmas:

$$\pi_l = (P - c)q_l \tag{5.6.1.2}$$

$$\pi_s = (P - c)q_s \tag{5.6.1.3}$$

Para continuar, debemos observar que la empresa líder, al jugar primero puede adelantarse a saber cuanto será la cantidad que producirá la firma seguidora, le basta saber que esta maximiza beneficios y conocer su función de beneficios (lo cual asumimos). Entonces al conocer cuanto será la cantidad optima que producirá la firma seguidora, la firma líder introducirá esta cantidad en su función de beneficios y maximizará.

Por tanto, lo primero que nos interesa hacer, es ver cuanto será la cantidad que producirá la empresa seguidora, desde su función de beneficios reemplazando $Q = q_l + q_s$, tenemos:

$$\pi_s = (A - (q_l + q_s) - c)q_s$$

De donde es fácil observar que los ingresos totales corresponde a:

$$IT_s = (A - q_s - q_l)q_s \tag{5.6.1.4}$$

A lo que le corresponde el siguiente ingreso marginal[5]

$$Img_s = a - 2q_s - q_l \tag{5.6.1.5}$$

[5]Tan sólo bata tomar el IT_s y derivarlo respecto a q_s.

Con esto impongamos la condición de maximización de beneficios:

$$IMG_s = CMG_s$$

$$a - 2q_s - q_l = c \tag{5.6.1.6}$$

De la cuál podemos despejar q_s para encontrar la cantidad optima de producción de la firma 1, obteniendo:

$$q_s(q_l) = \frac{a - c - q_l}{2} \tag{5.6.1.7}$$

Esta última ecuación, representa la cantidad optima que jugará la empresa seguidora dadas las cantidades que coloca la empresa líder. Como la empresa líder conoce esta cantidad, la tomara para maximizar sus beneficios.

De tal forma, reemplazando $Q = q_l + q_s$ en la función de beneficios de la empresa líder, tenemos:

$$\pi_l = (a - (q_l + q_s) - c)q_l$$

y ahora reemplazando $q_s(q_l)$

$$\pi_l = [a - (q_l + \frac{a - q_l - 10}{2})]q_1 - cq_1 \tag{5.6.1.8}$$

Donde el ingreso total es:

$$IT_l = \pi_l = [a - (q_l + \frac{a - q_l - 10}{2})]q_1 \tag{5.6.1.9}$$

A lo que le corresponde el siguiente ingreso marginal:[6]

$$Img_l = \frac{a + 2q_1 + c}{2} \tag{5.6.1.10}$$

Ahora aplicando la condición de equilibrio tenemos:

$$Img_l = Cmg_l \tag{5.6.1.11}$$

$$Img_l = \frac{a + 2q_1 + c}{2} = c \tag{5.6.1.12}$$

[6]Tan sólo bata tomar el IT_l y derivarlo respecto a q_l.

Y finalmente despejando q_l

$$q_l^n = \frac{a-c}{2} \tag{5.6.1.13}$$

Ahora reemplazando q_l^n en la función de reacción de la firma seguidora $q_s(q_l)$ obtenemos:

$$q_s(q_l) = \frac{a-c-q_l}{2}$$

$$q_s(q_l) = \frac{a-c-(\frac{a-c}{2})}{2}$$

De lo que conseguimos:

$$q_s^n = \frac{a-c}{4}$$

Con estas cantidades podemos encontrar la cantidad de mercado:

$$Q = q_l^n + q_s^n$$

$$Q = \frac{3(a-c)}{4} \tag{5.6.1.14}$$

Y con la cantidad podemos encontrar el precio:

$$p = A - Q$$

$$P = \frac{a+3c}{4} \tag{5.6.1.15}$$

Y por último los beneficios de cada firma:

$$\pi_l = (p-c)q_l$$

$$\pi_1 = \frac{(a-c)^2}{8} \tag{5.6.1.16}$$

$$\pi_s = (p-c)q_s$$

$$\pi_s = \frac{(a-c)^2}{16} \tag{5.6.1.17}$$

5.7 Competencia a la Bertrand

Finalmente revisaremos el modelo de Bertrand, en este modelo se asume que las empresas **compiten en precios**, de tal forma que cada una de las empresas fija un precio de mercado, la idea es que para atraer los consumidores y al competir estas fijaran precios cada vez más bajos, con la intención de atraer toda la oferta, por tanto existe una situación de interacción estratégica.

Asumiremos que las empresas que compiten en el mercado oligopólico ofrecen un producto homogéneo, que las firmas son idénticas y que cada una por si sola es capaz de abastecer el mercado completo.

5.7.1 El modelo

Comencemos definiendo el mercado. Asumiremos que existen 2 empresas, que enfrentan una demanda dada por:

$$Q = 50 - p \tag{5.7.1.1}$$

Donde Q corresponde a la cantidad de mercado demandada, y p al minimo de los precios entre los que fijan la firma 1 y la firma 2, permitámonos que estos sean p_1 y p_2 correspondientemente, entonces $p = min[p_1, p_2]$. Además la firma 1 tiene costo marginal igual a c_1 y la firma 2 c_2.

Revisemos la situación en que $c_1 = c_2 = 10$, supongamos sin perdida de generalidad que la firma 1 comienza fijando un precio de mercado igual a $p_1 = 20$, con esto desde su función de beneficios tenemos:

$$\pi_1 = (p - c)q_1 \tag{5.7.1.2}$$

Y para ese precio la cantidad demandada es:

$$Q = 50 - p$$

$$Q = q_1 = 30$$

Y en los beneficios:

$$\pi_1 = 300$$

Dada esta situación, la empresa 2 observara que la firma 1 dado el precio que sitúa en el mercado obtiene beneficios entonces querrá entrar al mercado

fijando un precio algo más bajo y así llevarse toda la demanda, supongamos entonces que la firma 2 fija un precio $p_2 = p_1 - \epsilon = 20 - \epsilon$, donde ϵ es un numero muy pequeño. Como la firma 2 fija un precio algo más bajo que la firma 1, se lleva toda la demanda de tal forma que, desde su función de beneficio:

$$\pi_2 = (p - c)q_2 \tag{5.7.1.3}$$

Y para ese precio la cantidad demandada es:

$$Q = 50 - p$$

$$Q = q_2 = 30 - \epsilon$$

Y en los beneficios:

$$\pi_2 = (20 - \epsilon - 10)(30 - \epsilon) \approx 300$$

Entonces la firma 2 tras bajar un ϵ el precio es capaz de hacerse con toda la demanda y obtener beneficios positivos. ¿Qué hará ahora la firma 1?, su estrategia óptima es bajar el precio que fijo la firma 2 un ϵ y así llevarse toda la demanda, luego la firma 2 hará lo mismo, entraran en una guerra de precios que se perpetuara hasta el punto en que una de las empresas **fije el precio igual al costo marginal**. Asumamos sin perdida de generalidad que tras esta guerra de precios la firma 1 termina fijando $p_1 = c = 10$, la firma 2 tiene 2 alternativas, o igualar aquel precio o bajarlo en un ϵ, de tal forma $p_2 = c - \epsilon = 10 - \epsilon$, analicemos en sus beneficios está última situación:

$$\pi_2 = (p - c)q_2$$

$$\pi_2 = (10 - \epsilon - 10)q_2$$

$$\pi_2 = (-\epsilon)q_2 < 0$$

Es directo observar de la última ecuación que los beneficios de la firma 2 de bajar el precio, que fijo la firma 1 igual al costo marginal, obtendría beneficios negativos, por lo que no sería una estrategia optima, por tanto fijará al igual que la firma 1 un precio igual al costo marginal, con esto los valores que obtenemos en el mercado son los siguientes. Los beneficios de cada firma:

$$\pi_1 = (p_1 - c)q_1$$

$$\pi_1 = (c - c)q_1$$

$$\pi_1 = 0 \tag{5.7.1.4}$$

De la misma forma para la firma 2:

$$\pi_2 = 0 \tag{5.7.1.5}$$

La cantidad de mercado será:

$$Q = a - p$$

$$Q = a - c \tag{5.7.1.6}$$

Y en este caso:

$$Q = 40$$

Y recordemos que el precio final resulto ser:

$$p_1 = p_2 = c \tag{5.7.1.7}$$

Y para este caso:

$$p_1 = p_2 = 10$$

5.8 Comparaciones y conclusiones

Finalmente permitámonos comparar los resultados obtenidos y hacer breves comentarios, antes de comenzar con esto, resolvamos bajo el mercado que hemos descrito el equilibrio monopólico para fines comparativos.

Según el mercado que definimos, la función de beneficio resultaría lucir como:

$$\pi_m = (p^m - c)q^m \tag{5.8.0.1}$$

Si consideremos la demanda:

$$q^m = a - p^m \tag{5.8.0.2}$$

De lo que tenemos:

$$p^m = a - q^m$$

reemplazando esto en la función de beneficios:

$$\pi_m = (a - q^m - c)q^m$$

Es directo observar que el ingreso total es:

$$IT_m = (a - q^m)q^m \tag{5.8.0.3}$$

A lo que le corresponde el siguiente ingreso marginal[7]:

$$Img_m = a - 2q_m \tag{5.8.0.4}$$

De la condición de maximización de beneficios tenemos: $Img_m = Cmg_m$, como hemos asumido consideremos el costo marginal igual a c, entonces:

$$Img_m = Cmg_m$$

$$a - 2q_m = c$$

Y con esto tenemos:

$$q^m = \frac{a-c}{2} \tag{5.8.0.5}$$

$$p^m = \frac{a+c}{2} \tag{5.8.0.6}$$

$$\pi^m = \frac{(a-c)^2}{4} \tag{5.8.0.7}$$

Con esto podemos presentar la siguiente tabla resumen:

	$\boldsymbol{\pi_1}$	$\boldsymbol{\pi_2}$	$\boldsymbol{P^m}$	$\boldsymbol{Q^m}$
Competencia perfecta	Todas $\pi = 0$		$P = c$	$Q = a - c$
Bertrand	$\pi_1 = 0$	$\pi_1 = 0$	$P = c$	$Q = a - c$
Cournot	$\pi_1 = \frac{(a-c)^2}{9}$	$\pi_2 = \frac{(a-c)^2}{9}$	$P = \frac{a+2c}{3}$	$Q = \frac{2(a-c)}{2}$
Stackelberg	$\pi_1 = \frac{(a-c)^2}{8}$	$\pi_2 = \frac{(a-c)^2}{16}$	$P = \frac{a+3c}{4}$	$Q = \frac{3(a-c)}{4}$
Monopolio	$\pi_1 = \frac{(a-c)^2}{4}$		$P = \frac{a+c}{2}$	$Q = \frac{a-c}{2}$

Tabla 5.10: Matriz resumen

De lo anterior caben resaltar un par de conclusiones importantes:

[7]Basta con tomar IT_m y derivarlo respecto a q_m.

- **La competencia a la Bertrand, arroja el mismo equilibrio que la competencia perfecta**. A este tipo de oligopolio le basta 2 firmas compitiendo con iguales costos marginales para alcanzar un equilibrio eficiente, esto se conoce como la **paradoja de Bertrand**.
- Los beneficios de la competencia a la Cournot con 2 firmas **son más que la competencia perfecta pero menores a los del monopolio**.
- Los beneficios de **competencia a la Stackelberg para la empresa líder son mayores pero para la empresa seguidora son menores**, esto se explica por la ventaja de jugar primero.
- En un oligopolio de 2 firmas **compitiendo a la Cournot las firmas obtiene más beneficios que compitiendo a la Bertrand**, esto se explica pues la competencia en precio es más fuerte y termina diluyendo todos los posibles beneficios.

5.9 Ejercicios resueltos

5.9.1 Comentes resueltos

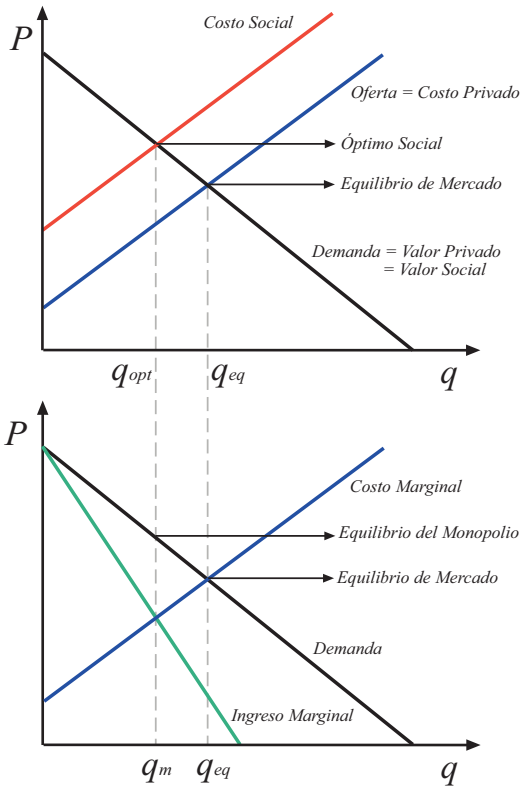
1. En el caso del monopolista que enfrenta una demanda lineal, nunca se ubicará en el tramo inelástico de la curva de demanda, ya que de hacerlo tendría pérdidas económicas.
   Respuesta
   El monopista maximza donde $Img = Cmg$, luego si el Cmg es igual a cero, esto impicaría que la elasticidad precio asociada a este punto corresponde a la elasticidad unitaria. $Img = P(1 + \frac{1}{E_{q,p}})$; luego al despejar la elasticidad da un valor unitario.

2. Se sabe que la empresa A posee dos centros de producción; en el primero la productividad media del factor trabajo es 90 y en el segundo 70. Si se contrata un trabajador adicional, este necesariamente debe ser incluido en el primer centro de producción.
   Respuesta
   No siempre es así , esto depende del aporte marginal que realice el trabajador. Puede ser que el trabajador sea marginalmente más productivo en el segundo centro de producción, a pesar que la productividad media de este centro sea menor que el primero.

3. Si la producción de un bien tiene una externalidad negativa, entonces la existencia de un monopolio nos permite llegar a una solución mas parecida al optimo social, que cuando la comparamos con la solución de competencia perfecta. Comente.

   Respuesta:

   Verdadero, porque cuando existe una externalidad negativa a la producción, el óptimo social será con una menor cantidad a ala que determinaría el mercado de manera competitiva. Y si comparamos la solución del monopolio (solo en terminaos de cantidad) con la del mercado competitivo, vemos que el primero produce una menor cantidad.

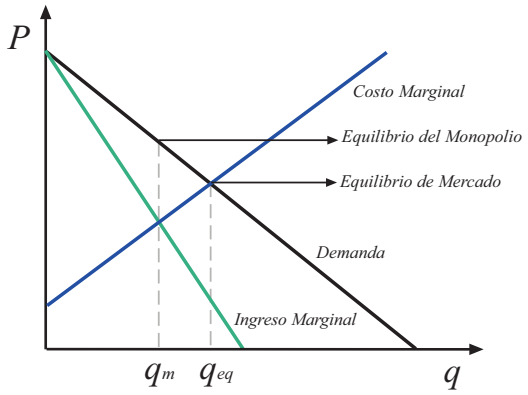


4. El monopolio ofrecerá una menor cantidad que una empresa en competencia perfecta, siempre y cuando el número de empresas que funcionen en esta industria sea grande, pero si el número de empresas es pequeño,

el monopolio podría ser ofrecer una mayor cantidad que esta empresa en competencia perfecta. Comente.

Respuesta:

Falso, porque aunque el número de empresas sea pequeño, tenemos que tener en cuenta que por supuesto de competencia perfecta las empresas producen lo mismo (es decir, son iguales), entonces como el monopolio produce donde costo marginal es igual al costo marginal, la cantidad monopólica será mayor a lo que produciría la competencia perfecta.



En el grafico la cantidad de mercado es la cantidad que produce todo el mercado, entonces para poder calcular cuanto produce cada empresa, tenemos que dividir esta cantidad por la cantidad de empresas.

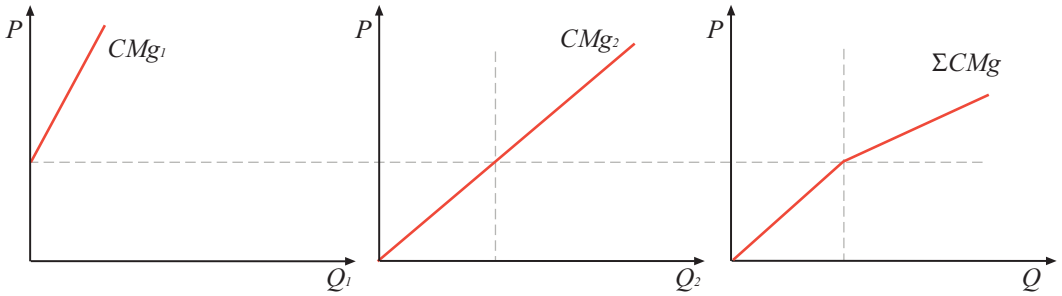
$$\text{Cantidad que produce una empresa} \quad = \quad \frac{q^{eq}}{n}$$

Este número será a lo sumo igual a q^M (en el caso de que el mercado se componga de dos empresas que se comporten como competencia perfecta y tengan demanda lineal), en otro caso siempre será menor.

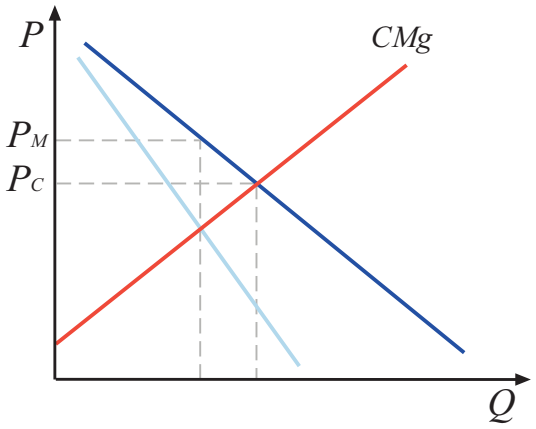
5. Es fácil ver que en el corto plazo la oferta agregada de una industria competitiva es la suma horizontal de los costos marginales individuales de cada firma, mientras que en el monopolio corresponde a la única curva de costo marginal existente. Comente.

Respuesta:

Verdadero. Cuando la industria cuenta con más de una firma y éstas actúan competitivamente la curva de oferta será la suma horizontal de los costos marginales en el corto plazo, tal y como se muestra en la figura.



Sin embargo, en el caso de que exista una única firma no se puede definir una oferta agregada, sólo se pueden establecer las coordenadas en función de aquellas que resultan de la intersección entre ingreso y costo marginal, tal y como se observa en la figura 1b, aunque cuando se compara la condición de monopolio con competencia se utiliza como referencia la curva de costo marginal única del monopolio.

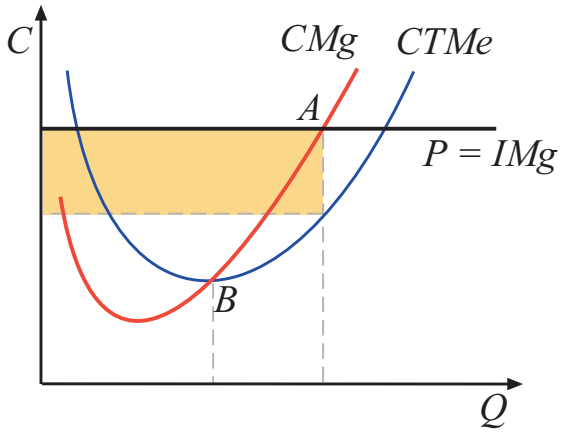


6. Suponiendo que todas las empresas de una industria competitiva tienen niveles de producción en los que el precio es igual al costo marginal a

largo plazo, entonces esta industria se encuentra necesariamente en equilibrio. Comente.

Respuesta:

Incierto. Depende de si el punto de intersección entre costo e ingreso marginal coincide con el de costo medio menor, de lo contrario la firma presentaría beneficios económicos positivos, tal y como se observa en la figura, lo cual provocará que ingresen nuevas firmas y posiblemente en el largo plazo este beneficio económico será igual a cero.



7. En el largo plazo la pendiente de la oferta agregada de una industria puede tener pendiente negativa, lo cual se conoce o denomina economía pecuniaria (también es posible definirla como una externalidad positiva en el mercado de los factores). Comente.

Respuesta:

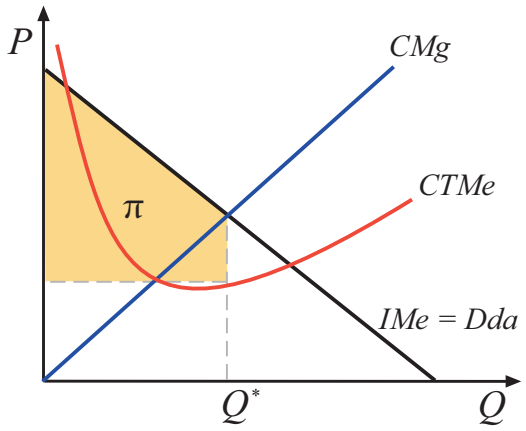
Verdadero. En aquellas economías pecuniarias o que presentan economías de escala (curvas de costo decreciente), el aumento de la demanda hace que la producción de la industria aumente, y en la medida que aumente la industria, ésta puede aprovechar su tamaño para conseguir algunos factores a un precio más bajo (externalidad positiva en el mercado de los factores), razón por la cual sus costos medios y marginales disminuirán, así que en el largo plazo se producirá más a un precio menor, tal y como se aprecia en la figura.

A[]CMe_1 E[]CMg_1 D[]CMg_2 F[]CMe_2 K[]q_1 B[]q_2 Y[]P X[]q
J[]Q_1 H[]Q C[]Q_2 I[]$OfIndLP$

8. El monopolio discriminador perfecto le quita todo el excedente al consumidor, pero aún así es eficiente desde el punto de vista de la asignación de los recursos de la sociedad. Comente.

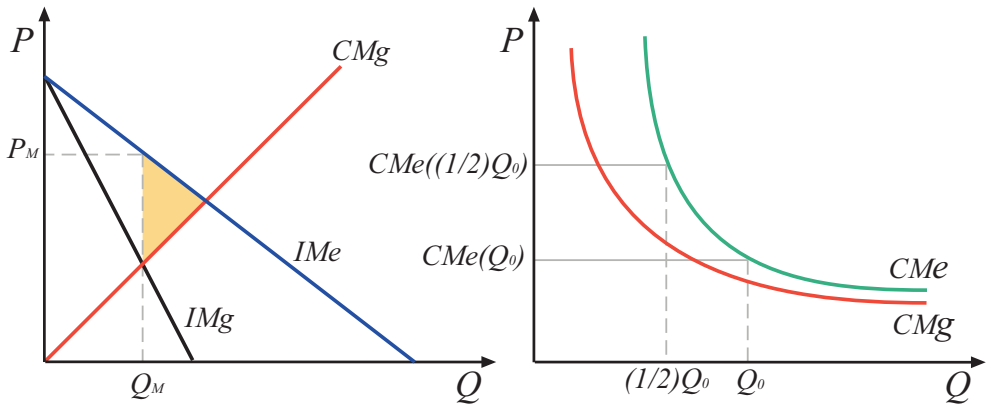
   Respuesta:

   La curva de ingreso marginal de un monopolio perfectamente discriminador es exactamente igual a la curva de demanda ya que puede discriminar perfectamente por lo que el precio y el ingreso marginal son exactamente iguales, tal como ocurre en el caso de la competencia perfecta (ver figura), Lo mejor que pude hacer la empresa es producir Q^* unidades y vender cada una al máximo precio que esté dispuesto a pagar cada uno de los compradores.



9. Los monopolios además de cobrar más caro y producir menos, contratan menos factores productivos, por ejemplo, trabajadores. Comente.

   No necesariamente se cumple esta condición, en la mayoría de los casos los monopolios presentan perdida de eficiencia (ver figura), sin embargo, existen algunos casos particulares como los monopolios naturales, los cuales poseen en su mayoría una estructura de costo descreciente, tal y como se puede ver en la figura, bajo la cual una sola empresa produce más a un costo menor, ya que, si entrara una nueva firma y compitieran los costo medios aumentarían.



5.9.2 Matemáticos resueltos

1. Un monopolio natural vende su producto en dos mercados. El costo total de producir Q unidades es $C(Q) = 1000 + 40Q - \frac{Q^2}{8}$. La función de demanda en el mercado 1 es $Q_1 = 120 - P_1$, mientras que en el mercado 2 es $Q_2 = 160 - 2P_2$. ($CMg = 40 - Q/4$). (La expresión del Ingreso marginal para una demanda lineal de la forma $P = a - bX$, es igual a $Img = a - 2bX$).

   a) Suponga que el monopolista puede discriminar precio entre ambos mercados. ¿Cuántas unidades vende el monopolio en cada mercado y a qué precio?
   Respuesta
   Para el primer mercado se tiene:

$$120 - 2Q_1 = 40 - \frac{Q_1}{4}$$

$$\Rightarrow Q_1 = \frac{320}{7} = 45,\overline{714285}$$

$$\Rightarrow P_1 = \frac{520}{7} = 74,\overline{285714}$$

   Análogamente, en el segundo mercado:

$$80 - Q_2 = 40 - \frac{Q_2}{4}$$

$$\Rightarrow Q_2 = \frac{160}{3} = 53,\overline{3}$$

$$\Rightarrow P_2 = \frac{160}{3} = 53,\overline{3}$$

b) La autoridad decide prohibir la discriminación. Muestre que la función de demanda que enfrenta el monopolio está dada por :

$$Q = \begin{cases} 280 - 3P & \text{si } P < 80 \\ 120 - P & \text{si } 120 \geq P \geq 80 \end{cases}$$

Respuesta
La función de demanda agregada estará dada por $Q_1 + Q_2$ *para todo* $Q_i \geq 0$*:*

$$Q = 120 - P + 160 - 2P = 280 - 3P \qquad \forall P \leq 80$$

$$Q = 120 - P \qquad 80 < P \leq 120$$

c) Determine la cantidad que vende el monopolio en el mercado agregado. (para simplificar su respuesta suponga que $P \leq 80$)
Respuesta

$$\frac{280}{3} - \frac{2Q}{3} = 40 - \frac{Q}{4}$$

$$\Rightarrow Q = 128$$

$$\Rightarrow P = \frac{152}{3} = 50,\overline{6}$$

d) ¿A quién beneficia la discriminación?
Respuesta
La discriminación beneficia al monopolista y perjudica a los consumidores.

2. Imagine que existe una empresa monopólica que tiene la siguiente función de producción:

$$q(L,K) \;=\; 8L^{1/6}K^{1/6} \tag{5.9.2.1}$$

Además se conoce la función de demanda del mercado y la función de ingreso marginal.

$$\text{Demanda: } q = \frac{3000000}{q} \tag{5.9.2.2}$$

$$\text{Ingreso Marginal: } = \frac{1000000}{q} \tag{5.9.2.3}$$

a) Encuentre las demandas condicionadas de factores y grafique el equilibrio considerando que $w = 25$ y $r = 16$.
Respuesta:

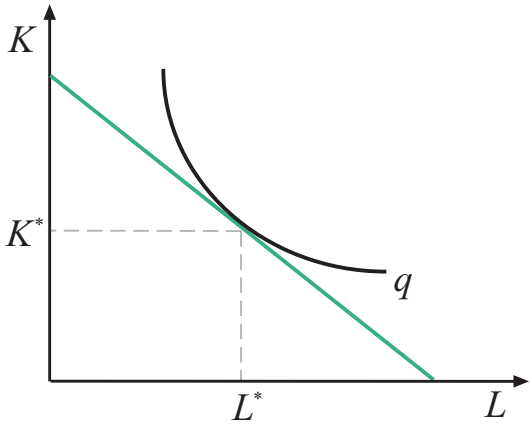
$$\begin{aligned}
\mathcal{L} &= wL + rK + \lambda\left[q - 8L^{1/6}K^{1/6}\right] \\
\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial L} = 0 &\Leftrightarrow w - \lambda\frac{8}{6}L^{-5/6}K^{1/6} = 0 \\
\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K} = 0 &\Leftrightarrow r - \lambda\frac{8}{6}L^{1/6}K^{-5/6} = 0 \\
\Rightarrow \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \lambda} = 0 &\Leftrightarrow q - 8L^{1/6}K^{1/6} = 0
\end{aligned}$$

$$\text{Condición de óptimo} \quad : \quad \frac{w}{r} = \frac{K}{L}$$

Ahora obtendremos las demandas condicionadas de factores:

$$\begin{aligned}
q &= 8L^{1/6}K^{1/6} \\
q &= L^{1/6}\left(\frac{wL}{r}\right)^{1/6} \\
q &= L^{1/3}\left(\frac{w}{r}\right)^{1/6} \\
L^{1/3} &= q\left(\frac{r}{w}\right)^{1/6} \\
L^C &= \left(\frac{q}{8}\right)^3\left(\frac{r}{w}\right)^{1/2} \\
\text{Analogamente: } K^C &= \left(\frac{q}{8}\right)^3\left(\frac{w}{r}\right)^{1/2}
\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
L^* &= \left(\frac{q}{8}\right)^3 \left(\frac{16}{25}\right)^{1/2} = 1{,}25 \left(\frac{q}{8}\right)^3 \\
K^* &= \left(\frac{q}{8}\right)^3 \left(\frac{25}{16}\right)^{1/2} = 0{,}8 \left(\frac{q}{8}\right)^3
\end{aligned}
$$



b) Encuentre la función de costos de esta empresa.
Respuesta:

$$
\begin{aligned}
C &= wL^C + rK^C \\
C &= w\left(\frac{q}{8}\right)^3 \left(\frac{r}{w}\right)^{1/2} + r\left(\frac{q}{8}\right)^3 \left(\frac{w}{r}\right)^{1/2} \\
C &= 2\left(\frac{q}{8}\right)^3 (wr)^{1/2}
\end{aligned}
$$

c) Encuentre la función de costo marginal de la empresa.
Respuesta:

$$\begin{aligned} C &= 2\left(\frac{q}{8}\right)^3 (wr)^{1/2} \Big/ \frac{\partial}{\partial q} \\ CMg &= 3 \cdot 2\left(\frac{1}{8}\right)^3 q^2 (wr)^{1/2} \\ CMg &= 6\left(\frac{1}{8}\right)^3 q^2 (wr)^{1/2} \end{aligned}$$

d) Encuentre y grafique el equilibrio monopólico.

Respuesta:

La cantidad monopólica se encuentra cuando el ingreso marginal es igual al costo marginal...

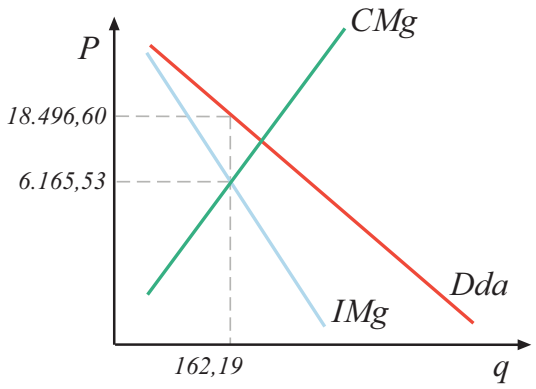
$$\begin{aligned} IMg &= CMg \\ \frac{1000000}{q} &= 6\left(\frac{1}{8}\right)^3 q^2 (wr)^{1/2} \\ \Rightarrow q^3 &= \frac{1000000}{6(wr)^{1/2}} 8^3 \\ \Rightarrow q &= \sqrt[3]{\frac{1000000}{6(wr)^{1/2}} 8^3} \end{aligned}$$

Reemplazando los valores de r y w...

$$\Rightarrow q = 162{,}19$$

Para saber cuanto es el precio debemos reemplazar esta cantidad en la demanda:

$$\begin{aligned} P &= \frac{3000000}{162{,}19} \\ \Rightarrow P &= 18496{,}6 \end{aligned}$$

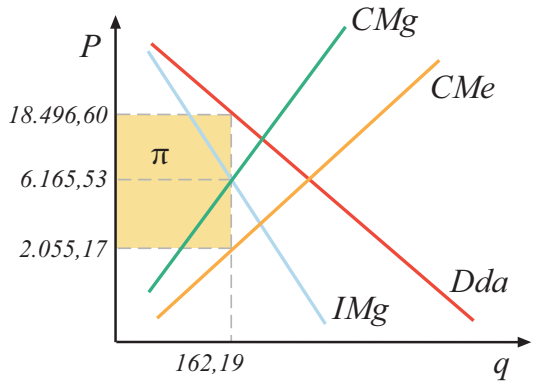


e) Calcule y grafique la utilidad del monopolio.

Respuesta:

Para poder calcular la utilidad necesitamos la curva de costos medios, esta la podemos obtener dividiendo la función de costos por la cantidad.

$$\begin{aligned} C &= 2\left(\frac{q}{8}\right)^3 (wr)^{1/2} \Big/ \frac{1}{q} \\ CMe &= 2\left(\frac{1}{8}\right)^3 q^2 (wr)^{1/2} \end{aligned}$$



Para encontrar el punto en el grafico, evaluamos la cantidad en el costo medio.

$$\begin{aligned}\pi &= (18496{,}6 - 2055{,}17) \cdot 162{,}19 \\ \pi &= 2666666.\overline{6}\end{aligned}$$

f) Calcule y grafique la pérdida social (para facilitar el calculo considere las curvas de demanda y de costo marginal como líneas rectas).

Respuesta:

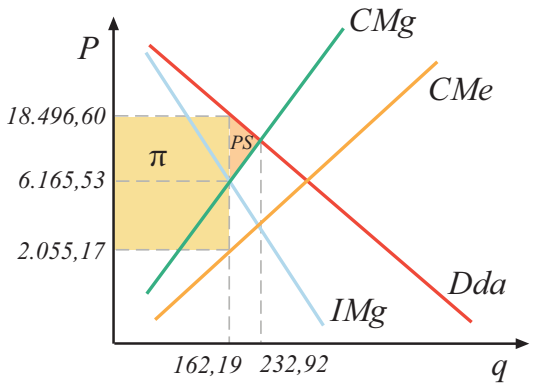
El triangulo indicado en el gráfico es la pérdida social que produce el monopolio, esta ocurre porque existen transacciones que no se realizan cuyo costo es menor al beneficio que producen en los consumidores.

Para calcularla, necesitamos saber cuanto es la cantidad que se produciría en competencia perfecta, para esto debemos igualar la curva de demanda con la de costo marginal que funciona como oferta, entonces...

$$\begin{aligned}Dda &= CMg \\ \frac{3000000}{q} &= 6\left(\frac{1}{8}\right)^3 q^2 (wr)^{1/2} \\ \Rightarrow q^3 &= \frac{3000000}{6(wr)^{1/2}} 8^3 \\ \Rightarrow q &= \sqrt[3]{\frac{3000000}{6(wr)^{1/2}} 8^3} \\ \Rightarrow q^* &= 233{,}92\end{aligned}$$

Entonces la pérdida social es:

$$\begin{aligned}PS &= \frac{(18496{,}6 - 6165{,}53) \cdot (233{,}92 - 162{,}19)}{2} \\ PS &= 442229{,}57\end{aligned}$$



3. Supongamos que la curva de demanda de algún bien es lineal (a y b son constantes positivas)

$$Q = a - bP \tag{5.9.2.4}$$

a) Describa cómo depende el precio de la cantidad producida.
Respuesta:
Si despejamos el precio en función de la cantidad obtenemos:

$$P = \frac{1}{b}a - \frac{1}{b}Q$$

Dado que a y b son valores positivos, se puede deducir que el precio depende negativamente de la cantidad producida.

b) ¿Cuál es la relación entre el ingreso y la cantidad producida?
Respuesta:
La relación viene dada por:

$$\begin{aligned} Ingreso(Q) &= P \cdot Q \\ Ingreso(Q) &= \left(\frac{1}{b}a - \frac{1}{b}Q\right) Q \\ Ingreso(Q) &= \frac{1}{b}aQ - \frac{1}{b}Q^2 \end{aligned}$$

c) Supongamos que la producción aumenta ligeramente desde Q hasta $(Q+DQ)$, donde DQ es un número infinitesimalmente pequeño. ¿Qué le ocurre al ingreso?

Respuesta:

$$\frac{\partial Ingreso(Q)}{\partial Q} = \frac{1}{b}a - \frac{2}{b}Q$$

El ingreso disminuye en $\frac{2}{b}$ *por cada unidad adicional.*

d) Muestre que la expresión del ingreso marginal puede expresarse como:$Img = 2P \cdot \frac{a}{b}$.

Respuesta:

Reemplazando $Q = abP$ *en la ecuación de ingreso marginal.*

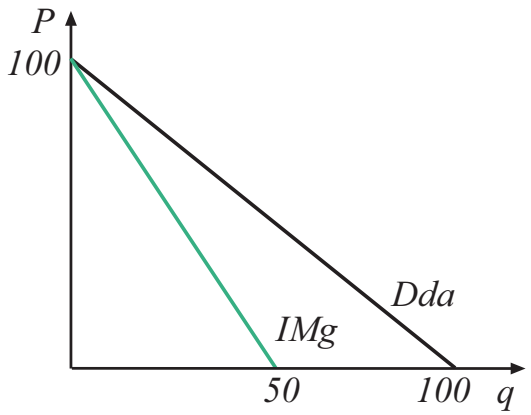
$$\begin{aligned} IMg &= \frac{\partial Ingreso}{\partial Q} \\ IMg &= \frac{1}{b}a - \frac{2}{b}(a - bp) \\ IMg &= \frac{1}{b}a - \frac{2}{b}a + \frac{2}{b}bP \\ IMg &= 2P - \frac{a}{b} \end{aligned}$$

e) Supongamos que $b = 1$ y $a = 100$. Trace las curvas de demanda y de ingreso marginal.

Respuesta:

$$\begin{aligned} Dda: &= 100 - Q \\ IMg &= 100 - 2Q \end{aligned}$$

Gráficamente:



f) Si el costo marginal es 10 pesos, ¿cuál es el precio competitivo de equilibrio y el precio de monopolio?

Respuesta:

En competencia: $P = CMg$, tomando en cuenta los datos entregados en (e)

$$\begin{aligned} P &= 100 - Q = 10 \\ Q^* &= 90 \\ P^* &= 100 - 90 = 10 \end{aligned}$$

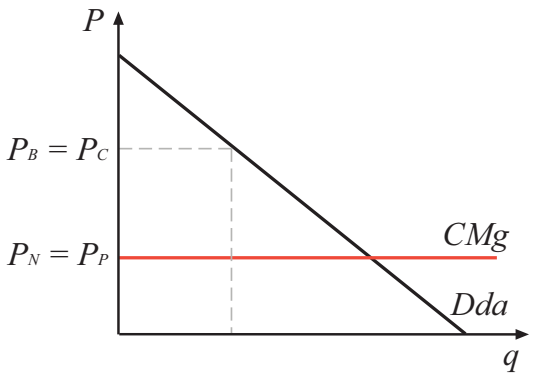
Mientras que en el monopolio: IMg=CMg

$$\begin{aligned} IMg &= 100 - 2Q = 10 \\ Q^* &= 45 \\ P^* &= 100 - 45 = 55 \end{aligned}$$

g) Si se exige al productor el pago de un impuesto de 10 pesos por unidad de producto producida, ¿qué le sucede al precio en el caso de un monopolio? ¿Y en competencia perfecta?

Respuesta:

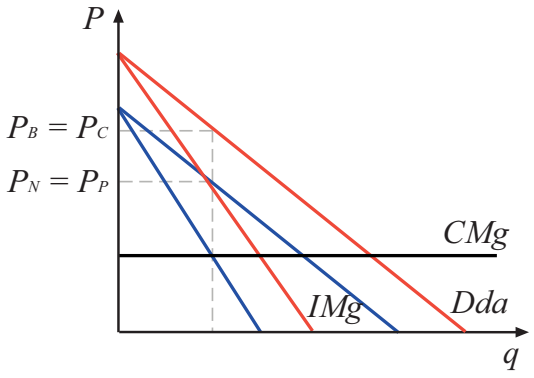
El cálculo de los nuevos precios y cantidades de equilibrio es análogo a un aumento de 10 pesos en el costo marginal. Por lo tanto en competencia:



$$\begin{aligned} P &= CMg \\ P &= 100 - Q = 20 \\ Q^* &= 80 \\ P_{prod} &= 10 \\ P_{cons} &= 100 - 80 = 20 \end{aligned}$$

Como se puede observar al ser la oferta completamente elástica toda la carga del impuesto recae sobre el consumidor.

En el caso del monopolio analizaremos desde la perspectiva de un desplazamiento hacia adentro en 10, tanto de la demanda como del ingreso marginal.



$$\begin{aligned} IMg &= 100 - 2Q - 10 = 10 \\ Q^* &= 40 \\ P_{prod} &= 100 - 40 - 10 = 50 \\ P_{cons} &= 100 - 40 = 60 \end{aligned}$$

Como se puede observar en este último caso, aún siendo la oferta completamente elástica, el costo del impuesto recae tanto para el consumidor como para el productor.

4. Suponga que se encuentra en un pueblo donde existe una única panadería, esta firma enfrenta una demanda definida por la curva $P = Q - 100$. Si la función de costo de esta panadería es $CT(Q) = Q^2 + 16$.

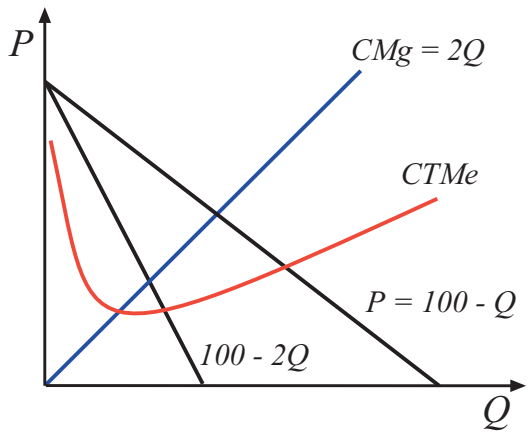
   a) Encuentre la función de costo e ingreso marginal de este monopolista y represéntelas en un gráfico.

   Respuesta:

   Las funciones de ingreso y costo marginal, corresponden a:

$$\begin{aligned} IMg &= 100 - 2Q \\ CMg &= 2Q \end{aligned}$$

Las cuales se representan gráficamente como:



b) Encuentre la cantidad de pan que producirá esta panadería monopólica y el precio al que lo venderá.

Respuesta:

Si igualamos el costo marginal y el ingreso marginal se obtiene la cantidad que producirá el monopolio.

$$\begin{aligned} IMg &= CMg \\ 100 - 2Q &= 2Q \\ Q_M &= 25 \end{aligned}$$

Por lo tanto, el precio que cobrará el monopolista corresponde a esta cantidad que producirá en la curva de demanda, es decir,

$$\begin{aligned} P(Q_M) &= 100 - Q_M \\ P_M &= 75 \end{aligned}$$

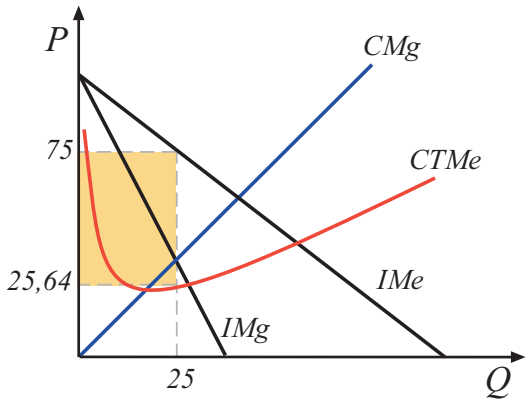
c) Encuentre el beneficio máximo que obtendría este monopolio y represéntelo gráficamente.

Respuesta:

El beneficio máximo que obtendrá este monopolista corresponde a

$$\pi_M = P_M \cdot Q_M - CT(Q_M) = 1234$$

Monto que se puede ver representado por el rectángulo pintadode la figura



5. Suponga que un monopolio posee dos plantas, la primera planta cuenta con una función de costo igual a $CT(q_1) = q_1^2 + 2q_1$, mientras que la segunda planta tiene una función de costo de la forma $CT(q_2) = q_2^2 + 6q_2$. Si este monopolio enfrenta una demanda definida por $P = 34 - Q$.

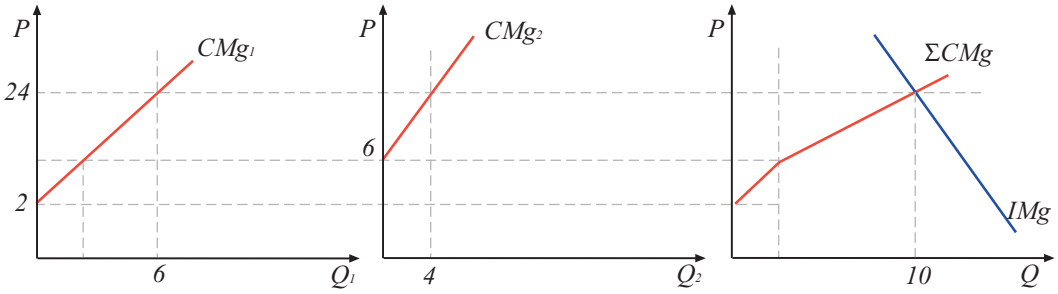
   a) Determine la cantidad que producirá este monopolio de manera que maximice su beneficio y cómo distribuirá esta producción entre ambas plantas. Además represente gráficamente esta situación.

   Respuesta:

   Condición de equilibrio para un monopolio que posee dos plantas es $CMg_1 = CMg_2 = IMg$, lo cual se representa por medio del siguiente sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned} 2q_1 + 2 &= 34 - 2(q_1 + q_2) \\ 2q_2 + 6 &= 34 - 2(q_1 + q_2) \end{aligned}$$

   Del cual se obtiene que $q_1 = 6$, $q_2 = 4$ y $Q = 10$, lo cual se representa en la figura.



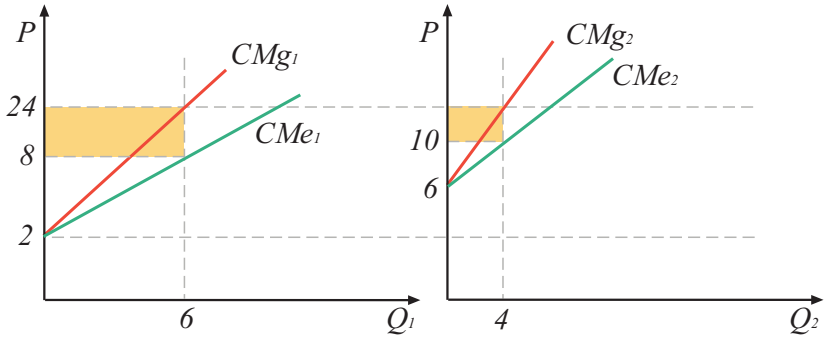
   b) Determine el beneficio máximo que obtiene este monopolista en cada planta y represéntelo gráficamente.

   Respuesta:

   El beneficio que obtiene este monopolista en cada planta corresponde a:

$$\begin{aligned} \pi_1^M &= P_M q_1^M - CT(q_1^M) = (P_M - CTMe(q_1^M)) \cdot q_1^M = (24 - 8) \cdot 6 = 96 \\ \pi_2^M &= P_M q_2^M - CT(q_2^M) = (P_M - CTMe(q_2^M)) \cdot q_2^M = (24 - 10) \cdot 4 = 56 \end{aligned}$$

Estos beneficios se puede apreciar en la figura.



ANEXO

Igualdad de precios percibidos frente a impuesto o subsidio

Para demostrar esto supondremos una oferta y una demanda genéricas, de la forma:

$$Demanda : aP = b - cQ$$

$$Oferta : dP = e + fQ$$

Donde el equilibrio está determinado por

$$Q^* = \frac{bd - ae}{cd + af} \Rightarrow P^* \frac{bf + ce}{af + cd}$$

Ahora que tenemos todos los datos, podemos poner un impuesto de monto b a la demanda, de forma que tenemos el siguiente procedimiento:

$$Demanda = Oferta$$

$$\frac{b}{a} - \frac{c}{a}Q - b = \frac{e}{d} + \frac{f}{d}Q$$

De forma que la cantidad de equilibrio cuando el impuesto va a la demanda es:

$$Q^* = \frac{bd - abd - ae}{cd + af}$$

Y el respectivo precio de consumidores es:

$$P_c = \frac{bf + bcd + ce}{cd + af}$$

Y el precio de los productores es:

$$P_o = \frac{bf + ce - abf}{af + cd}$$

Ahora, pongamos el mismo impuesto a la oferta, generando un nuevo equilibrio dado por:

$$Demanda = Oferta$$

$$\frac{b}{a} - \frac{c}{a}Q = \frac{e}{d} + \frac{f}{d}Q + b$$

Y la cantidad de equilibrio es:

$$Q^* = \frac{bd - abd - ae}{cd + af}$$

Que es la misma calculada anteriormente. De esto se desprende que la cantidad de equilibrio va a ser la misma y por lo tanto el precio de cada agente será el mismo, demostrando que efectivamente no importa a quien se aplique el impuesto.

Curva de Laffer

La curva de Laffer es una curva que relaciona la recaudación fiscal con la magnitud o monto del impuesto, argumentando que la relación que se da entre ambos conceptos primero es positiva, es decir, mayor impuesto genera mayor recaudación, y posteriormente negativa, es decir, mayor impuesto genera menor recaudación.

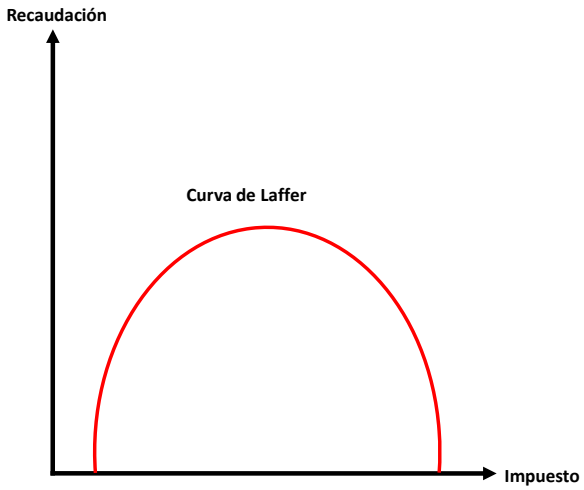


Figura 5.9: Curva de Laffer

Teniendo esto en cuenta, la curva de Laffer se calcula como el monto del impuesto por la cantidad del bien gravado, pero teniendo en cuenta que la cantidad transada del bien depende del monto del impuesto, es decir:

$$RF = T \cdot Q(T)$$

Y a su vez, vemos que la cantidad demandada bajo impuesto es equivalente a la cantidad demandada del bien sin impuestos menos una cantidad fija (digamos a) por cada peso de impuesto, es decir:

$$Q(T) = Q^E = aT$$

De forma que la curva de Laffer queda expresada como:

$$RF = TQ^E - aT^2$$

Obteniendo una forma cuadrática cóncava, cumpliendo entonces las propiedades de la curva de Laffer.

BIBLIOGRAFÍA

- Mankiw, G. (2007), **Principios de Economía**, Ed. Thompson.
- Parkin, M. (2004), **Economía**, Ed. Pearson.
- Samuelson, P. (1980), **Economía**, Ed. Mc Graw Hill.
- Frank, R. (2005), **Microeconomía y Conducta**, Ed. Mc Graw Hill.
- Perloff, J. (2004), **Microeconomía**, Ed. Pearson.
- Varian, H. (2006), **Microeconomía Intermedia**, un enfoque actual, Ed. Antoni Bosch. .Lang, S. (1976), **Cálculo I**, Ed. Fondo Educativo Interamericano.
- Chiang, A. (2006), **Métodos Fundamentales de Economía Matemática**, Ed. Mc Graw Hill.
- Frank, R. (2005), **Microeconomía y conducta**, Ed. Mc Graw Hill.