

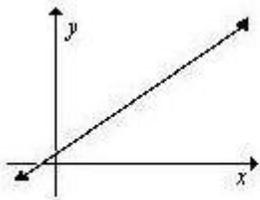


## GUIA 3 Matemática I

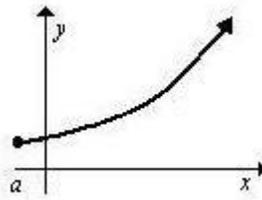
### Funciones Reales

1. Para cada una de las siguientes relaciones indicar si es función o no

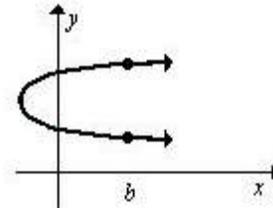
a)



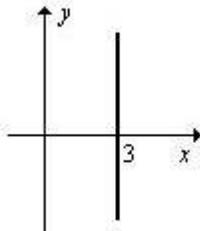
b)



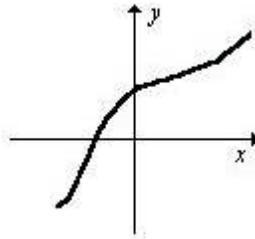
c)



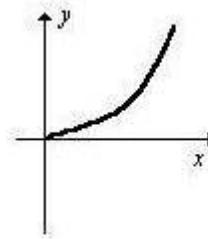
d)



e)



f)



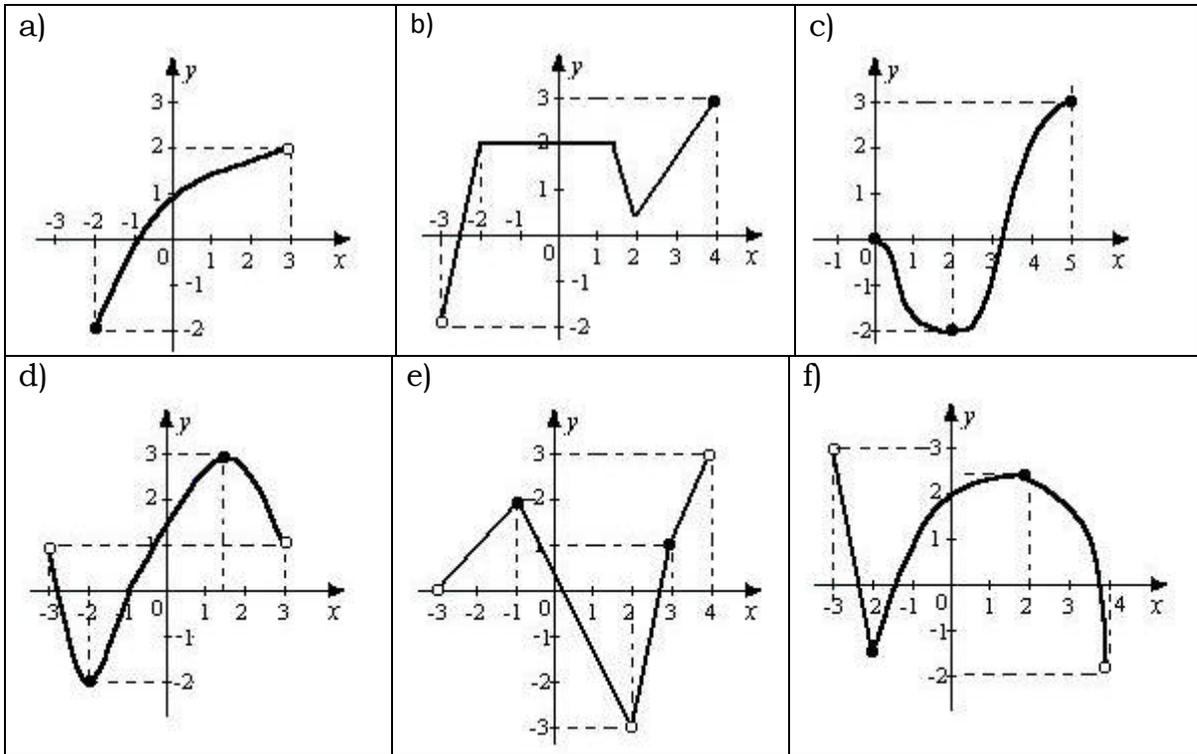
g)  $\{(1, 1); (1, -1); (2, 4); (2, -4); (3, 9); (3, -9)\}$

h)  $\{(2, 5); (3, 7); (4, 9); (5, 11)\}$

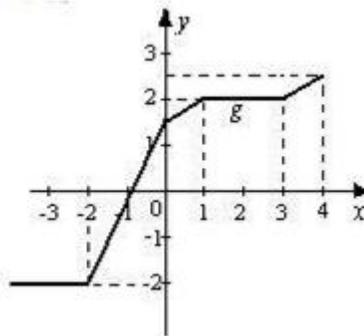
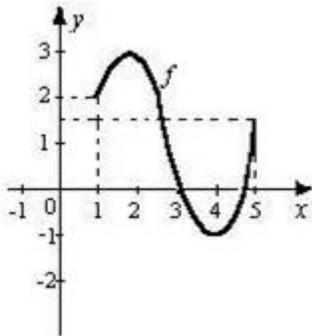
i)  $\{(x, y) / x = |y|\}$

j) El conjunto que contiene a ciertos países y a sus estimaciones pronosticadas de esperanza de vida, para personas que nacerán al 2050.

2. Dadas las siguientes funciones, determinar el conjunto dominio y conjunto recorrido.



3. Para las siguientes graficas, estimar el valor que se indica



- $f(1), f(2), f(2,5), f(4), f(5)$
- Los valores  $x$  tales que  $f(x) = 0$
- $g(-1,5), g(-0,5), g(0), g(4)$ .
- Los valores  $x$  tales que  $g(x) = 0$ .

4. Determinar el dominio de las siguientes funciones.



a)  $f(x) = \frac{x}{x-1}$

b)  $f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{x-2}}$

c)  $f(x) = \frac{2}{x^2+2x+1}$   
R.  $]-1, \infty[$

d)  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$  e)  $\sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{4 - x^2}$

5. Sean las siguientes funciones definidas en  $\mathbb{R}$ , tal que

a)  $f(x) = x^2 + 2x - 3$ ,  $g(x) = 3x - 4$ , dar fórmulas para la función composición  $g \circ f$  y  $f \circ g$ .

b) Demuestre que  $f$  es inyectiva y encuentre  $g^{-1}$

6. Sea  $f: A \rightarrow B$ , definida por  $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$

a) Encuentre el dominio de  $f$

b) Demuestre que  $f$  es inyectiva y determine su inversa.

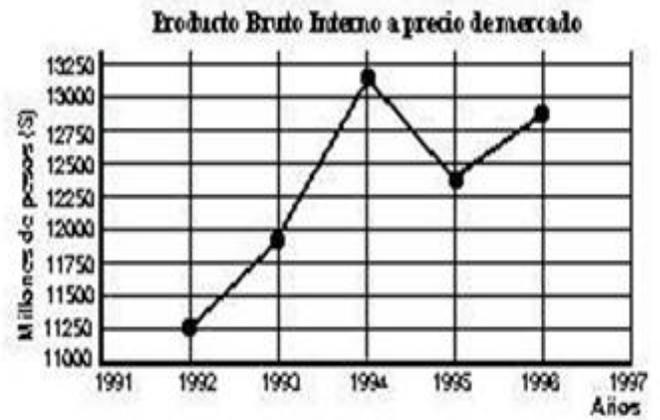
c) Encuentre el recorrido de  $f$

b)  $f^{-1}(x) = \frac{2-3x}{1-x}$  c)  $\mathbb{R} - \{1\}$

7. En años recientes, los gastos en investigación y desarrollo (en millones de dólares) de una agencia de gobierno se acercan mucho a los de la gráfica.



- a) Utilizando los pares ordenados que se proporcionan, encontrar la tasa promedio de cambio y luego interprete este valor.
- b) Encontrar la ecuación de la recta para el gráfico anterior.
8. Los siguientes gráficos corresponden al producto interno bruto de cierto país, y se publican uno de ellos en un diario oficialista y el otro, en uno opositor.
- a) ¿Los dos gráficos presentan la misma información?
- b) ¿Representan la misma función?
- c) ¿A qué diario corresponde cada gráfico? Justificar la elección



9. A partir de  $f(x) = x^2$ , graficar las siguientes funciones cuadráticas, de la forma  $a(x-h)^2 + k$ , utilizando traslaciones, reflexiones, contracciones y/o dilataciones, identifique coordenadas del vértice, ecuación del eje de simetría. intercepto con el eje  $y$ .
- a)  $f(x) = 3x^2$                       b)  $f(x) = \frac{1}{4} x^2$                       c)  $f(x) = 5x^2 + 2$
- d)  $f(x) = -3x^2 - 1$                       e)  $f(x) = (x - 3)^2$                       f)  $f(x) = 3(x + 1)^2$
- g)  $f(x) = (x - 2)^2 + 3$                       h)  $f(x) = -4(x - 2)^2 - 1$
10. Los científicos forenses usan las longitudes de la tibia ( $t$ ), y el fémur ( $r$ ) para calcular la estatura de una persona. La estatura ( $h$ ) de la persona se determina a partir de las longitudes de dichos huesos por medio de funciones definidas por las fórmulas siguientes.

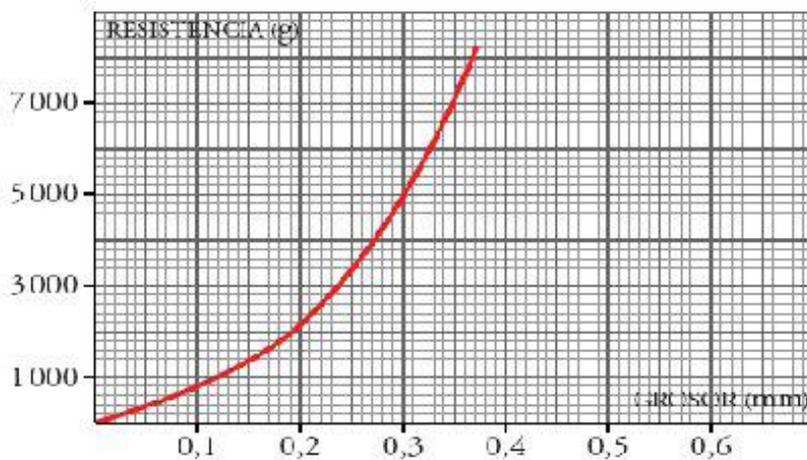


Para los hombres:  $h(r) = 69,09 + 2,24r$  o bien  $h(t) = 81,69 + 2,39t$ .  
 Para las mujeres:  $h(r) = 61,41 + 2,32r$  o bien  $h(t) = 72,57 + 2,53t$

- Encuentre la estatura de un hombre cuyo fémur mide 56 cm.
- Calcule la estatura de un varón cuya tibia mide 40 cm.
- Obtenga la estatura de una mujer cuyo fémur mide 50 cm.
- Determine la estatura de una mujer cuya tibia mide 36 cm.

*R.a) 194,53 cm; b)177,29cm; c)177,41cm; d)163,65cm.*

11. En un libro de pesca hemos encontrado la siguiente gráfica que relaciona la resistencia de un tipo de hilo con su grosor:



- ¿Qué grosor debe tener el sedal de un pescador que quiera pescar salmones cuyo peso no supere los 2 kg?
  - Con cuántos gramos se podrá romper un sedal de 0,2 mm. de grosor? Y de 0,35 mm?
  - ¿Con más de 2.200 g. se romperá un sedal de 0,2 mm?.
  - ¿Con más de 7.000 g. se romperá un sedal de 0,35 mm?.
12. Un fabricante tiene costos fijos de US\$ 3000 y costos variables de US\$ 25 por unidad. Encuentre la ecuación que relacione el costo con la producción.

¿Cuál es el costo de producir 100 unidades?

13. Una compañía tiene costos fijos de US\$ 2500 y los costos totales para producir 200 unidades son de US\$ 3300
- a) Suponiendo linealidad, escriba la ecuación costo-producción y
- b) Si cada artículo producido se vende a US\$ 5,25, encuentre el punto de equilibrio.
- c) ¿Cuántas unidades deberá producir y vender, de modo que resulte una utilidad de US\$200?

R. a)  $I(X) = 4x+2500$  b) 2000 unidades c) 2160 unidades

### Punto de equilibrio del mercado

Si el precio de cierto artículo es demasiado alto, los consumidores no lo adquirirán, mientras que si es demasiado bajo, los proveedores no lo ofertarán. En un mercado competitivo, cuando el precio por unidad depende sólo de la cantidad demandada y de la oferta, siempre existe una tendencia del precio a ajustarse por sí mismo, de modo que la cantidad demandada por los consumidores iguale a la cantidad que los proveedores están dispuestos a ofrecer. Se dice que el punto de equilibrio del mercado ocurre cuando el precio es igual al de la cantidad demandada y de la cantidad ofertada.

14. En base a lo anterior, determine el precio de equilibrio y la cantidad de equilibrio de las leyes de la oferta y la demanda siguiente, grafique encontrando el punto de intersección. Interprete este punto.

a)  $D: 2p + 3x = 100$

b)  $D: 4p + x = 50$

O:  $p = \frac{1}{10}x + 2$

O:  $6p - 5x = 10$

R..a)  $x=30, p = 5$

R..a)  $x=10, p = 10$

15. Un comerciante puede vender diariamente 200 unidades de cierto bien, en US\$30 por unidad y 250 unidades en US\$27, la ecuación de oferta para ese bien es  $6p = x + 48$ .



- a) Determine la ecuación de demanda para ese bien, suponga que es lineal.
- b) Encuentre el precio y la cantidad de equilibrio.
- c) Determine el precio y la cantidad en equilibrio, si se cobra un impuesto de U\$3,40 por unidad del bien. ¿Cuál es el aumento en el precio y cuál la disminución en la cantidad demandada?

*R.a)  $p = 42 - 0,06x$*

*b)  $x=150, p = 33$*

*c)  $p_i = US\$ 33,90, x_i = 135,$*

*el precio se incrementa en US\$ 0,90 y la demanda decrece en 15 unidades*

16. Una empresa tiene costos fijos mensuales de US\$2000 y el costo variable por unidad de su producto es de US\$25

- a) Determine la función de Costo.
- b) El ingreso  $I$  obtenido por vender  $x$  unidades está dado por  $I(x) = 60x - 0,01x^2$ . Determine el número de unidades que deben venderse al mes, de modo que maximicen el ingreso. ¿Cuál es este ingreso máximo?
- c) ¿Cuántas unidades deben producirse y venderse al mes, con el propósito de obtener una utilidad máxima?. ¿Cuál es esta utilidad máxima?

*R.a)  $C(x) = 25x + 200$*

*b) 3000, U\$90.000*

*c) 1750; U\$28.625*