

GUÍA SUCESIONES Y SERIES

1. Escriba los cinco primeros términos de la sucesión dada

a) $a_n = 2n + 1$ b) $a_n = \frac{(-1)^n}{n}$ c) $b_k = \frac{-3}{k(k+1)}$ d) $c_n = 1 - (-1)^n$

2. Sea $\{a_n\}$ la sucesión definida por: $a_n = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$. Calcule:

a) La suma de los 5 primeros términos de la sucesión.

b) La suma de los 10 primeros términos de la sucesión.

3. Sea $\{b_n\}$ la sucesión definida recursivamente por:

$$b_1 = 3 \quad ; \quad b_n = \frac{2}{3} \cdot b_{n-1}, \text{ si } n \geq 2$$

a) Escriba los 5 primeros términos de la sucesión.

b) Calcule el término de lugar 101 de la sucesión.

4. Determine los ocho primeros términos de las sucesiones definida recursivamente por:

a) $a_1 = 12$ y $a_n = -\frac{1}{2}a_{n-1} + 2$, para $n > 1$.

b) $a_1 = a_2 = 1$ y $a_{n+1} = \sqrt{1 + (a_n)^2}$ $n \geq 1$

FACTORIAL

El factorial es una operación definida sólo para números naturales y el cero.

$$n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 1 \quad ; \quad 0! = 1$$

5. Sea $\{c_n\}$ la sucesión definida por: $c_n = n! + (-1)^n$. Calcule:
- El término de lugar 5 de la sucesión.
 - El término de lugar 10 de la sucesión.
 - La suma de los 3 primeros términos de la sucesión.
6. Si el cuarto término de una Progresión Aritmética es 5 y el noveno es 20. Determine:
- El sexto término.
 - La suma de los 100 primeros términos.
7. ¿Cuántos términos consecutivos de la Progresión Aritmética: 5, 7, 9,hay que sumar para obtener 572?
8. Una compañía manufacturera instala una máquina a un costo de US\$ 1500. Al cabo de 9 años la máquina tiene un valor de US\$ 420. Suponiendo que la depreciación anual representa una P.A, calcule la depreciación anual.
9. Una compañía va a distribuir \$4.600.000 en bonos a sus diez mejores vendedores. El último premiado de la lista recibirá \$100.000 y la diferencia en dinero entre los vendedores sucesivamente clasificados debe ser constante. Determine el bono para cada vendedor.
10. Un préstamo de \$ 12.000.000 se paga en 12 cuotas mensuales iguales, durante la primera semana del mes siguiente. La tasa de interés es de 2% mensual sobre saldos insolutos (los saldos insolutos es la cantidad que queda al final de un mes antes de pagar los \$1000 correspondiente a ese mes).
- Calcule el pago mensual de interés en cada uno de los primeros 3 meses.
 - deduzca el término general de las progresiones que expresan el saldo mensual y el interés mensual.
 - Calcule el interés total pagado y la tasa anual de interés.

11. A un empleado le ofrecen un trabajo con salario de \$3.000.000 anuales, y le prometen aumentos anuales de \$ 230.000. Calcule sus ingresos totales a los 10 años de trabajar en ese empleo.
12. Calcula tres números en progresión aritmética, que suman 27 y siendo la suma de sus cuadrados es $311/2$.
13. Si $x + 1$, $2x + 6$ y $4x + 24$ son los primeros términos de una P.G, encuentre x
14. El tercer término de una progresión geométrica es 5 y el sexto término es 40. Determine:
 - a) El octavo término.
 - b) La suma de los 20 primeros términos.
15. La razón de una progresión geométrica es $\frac{3}{2}$ y el quinto término es 1. Calcule los tres primeros términos de la progresión.
16. Considere la progresión geométrica: 10 , 50 , 250 ,
¿ Es 31.250 un término de esta progresión ? . En caso afirmativo, ¿ qué término es ?
17. Un hombre desea ahorrar guardando 100 pesos el primer día, doscientos el segundo, cuatrocientos el tercero y así sucesivamente.
 - a) Si continúa duplicando la cantidad guardada todos los días, ¿cuánto debe guardar el decimoquinto día?
 - b) Suponga que no se le acaba el dinero, ¿cuál es la cantidad total ahorrada al término de 30 días?
18. El primer día de funcionamiento, una bomba de extracción de agua saca la mitad del líquido de un depósito. Si el depósito tiene inicialmente

10.000 litros y en los días siguientes la bomba extrae siempre la mitad del líquido que quedó el día anterior. Determine la cantidad de líquido que ha sido extraído el quinto día, el octavo día, el vigésimo día y el n -ésimo día.

19. Una determinada bacteria se reproduce por bipartición cada 10 minutos, es decir, cada bacteria se divide en dos cada 10 minutos. ¿Cuántas bacterias hay después de transcurridas 8 horas? ¿Y después de n horas?

20. Escribir usando el símbolo de sumatoria y calcule su valor:

a) $1+3+5+7+\dots+23$.

b) $1+4+7+10+\dots+43$

c) $1+2+3+4+\dots$ (100 términos)

d) $1+4+9+\dots+121$.

e) $2+4+8+\dots+4096$.

f) $\frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \dots$ (hasta "50" términos)

g) $1 + (-1) + 1 + (-1) + \dots$ (45 térm.)

h) $1 + (-1) + 1 + (-1) + \dots$ (50 térm.)

i) $1+q+q^2+\dots+q^n$

21. Calcule las siguientes sumatorias

a) $\sum_{k=1}^{50} k^2$

b) $\sum_{k=1}^{100} k$

c) $\sum_{k=20}^{60} k^3$

d) $\sum_{k=1}^{150} (k^2 + k)$

e) $\sum_{k=1}^{60} (k - 2k^3 + 5)$

f) $\sum_{k=1}^{80} \frac{k-1}{7}$

g) $\sum_{k=1}^n (2^k + 7)$

h) $\sum_{k=60}^{120} (k+1)^2$

i) $\sum_{k=50}^{101} \left(2k - \frac{1}{3}\right)$

22. Encuentre, el valor de: $\sum_{j=1}^{80} \frac{1}{j(j+1)}$

23. Encuentre el valor de: $\sum_{j=9}^{20} (3^j - 3^{j-1})$

24. Pruebe que: $\sum_{j=1}^n (2nj + j - 3j^2) = 0$

25. Calcule: $S = \sum_{i=10}^{40} i(i-1)^2$

$$a_k = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^k & ; 1 \leq k \leq 100 \\ (k+1)^2 & ; 100 \leq k \leq 200 \end{cases}$$

Entonces, calcule: $S = \sum_{k=1}^{200} a_k$

26. ¿Para qué valor de p se cumple la siguiente ecuación? $\sum_{j=1}^p \left[\frac{2j-p}{2} \right] = 8$

27. Considere la siguiente tabla de datos:

k	x_k
1	12,0
2	5,0
3	4,6
4	7,1
5	9,0
6	11,0
7	5,5
8	1,0
9	3,4
10	6,0

Calcule:

a) $\sum_{k=1}^{10} x_k$

b) $\sum_{k=1}^{10} x_k^2$

28. Si $\sum_{i=1}^3 (3x_i - 2y_i)^2 = 101$; $\sum_{i=1}^3 x_i^2 = 13$; $\sum_{i=1}^3 x_i y_i = 2$. Determine $\sum_{i=1}^3 y_i^2$

Respuestas

2. a) 5/6 b) 10/11

3. a) $3, 2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \frac{16}{27}, \dots$ b) $b_n = 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{100}$

