Universidad de Chile
E. de Gobierno y Gestión Pública
Semestre Primavera 2009

# Matemáticas II - Guía de derivadas

1. Usando la definición, calcular la derivada de:

   *a*) $f(x) = x^3 + x^2 - 7$,

   *b*) $f(x) = -\dfrac{4}{x}$,

   *c*) $f(x) = \dfrac{6}{\sqrt{x}}$,

   *d*) $f(x) = \dfrac{x-1}{x}$,

   *e*) $f(x) = \sqrt{x-4}$.

2. Usando la definición, calcular la derivada en el punto que se indica:

   *a*) $f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x$, en $a = -1$

   *b*) $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$, en $a = 2$

   *c*) $f(x) = \dfrac{2}{\sqrt{x}}$, en $a = 4$

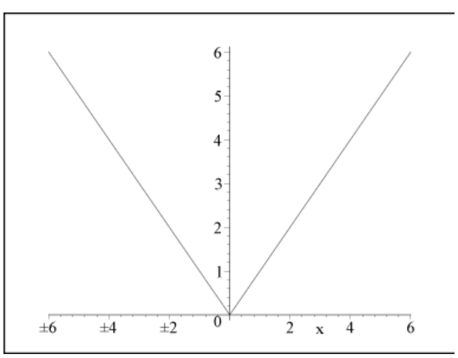
   *d*) $f(x) = \dfrac{x+1}{x}$, en $a = -1$

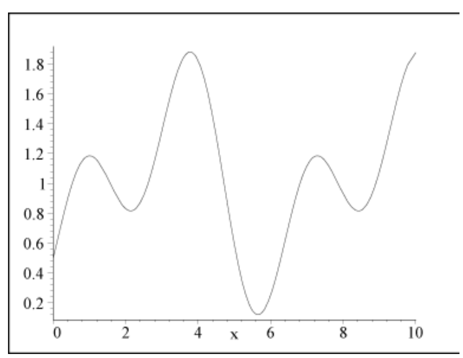
   *e*) $f(x) = x^2 - x + 3$, en $a = 0$

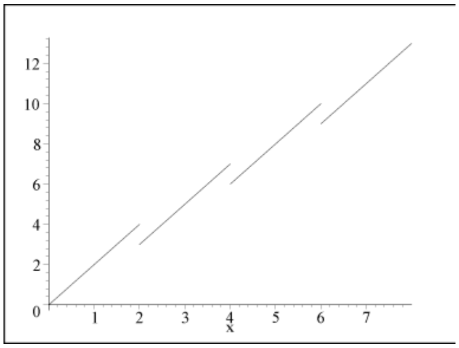
   *f*) $f(x) = \dfrac{x+1}{3-x}$, en $a = -3$

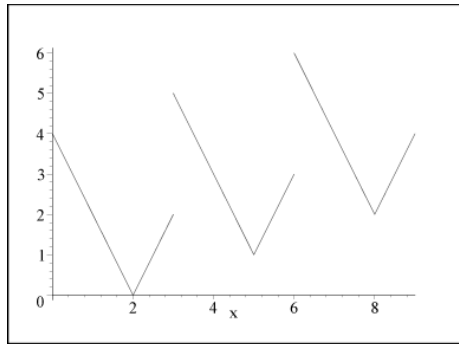
   *g*) $f(x) = \sqrt{x-4}$, en $a = 5$

3. En cada caso, se muestra la gráfica de una función $f$. A partir de esta, señale los puntos donde es derivable cada una de ellas:






4. Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva $y = x^3 - 3x + 1$ que pasa por el punto (2,3).

5. ¿Existe algún punto de la curva $y = x - x^2/4$ en el cual la tangente pasa por el punto $(9/2, 0)$?

6. Hallar el o los puntos de la curva $y = x^4 + 4x - 7$ para los cuales la recta tangente es horizontal.

7. Encuentre el punto para el cual la línea $y = -x$ es tangente a la curva $y = x^3 - 6x^2 + 8x$.

8. ¿Existe algún valor de $b$ tal que la gráfica de $y = x^2 + bx + 1$ tiene una tangente horizontal en $x = 3$?

9. Calcular la derivada de las siguientes funciones:

   *a*) $f(x) = \dfrac{3x - 7}{(x+1)^2}$

   *b*) $f(x) = (x-3)^4(x^2+1)^3$

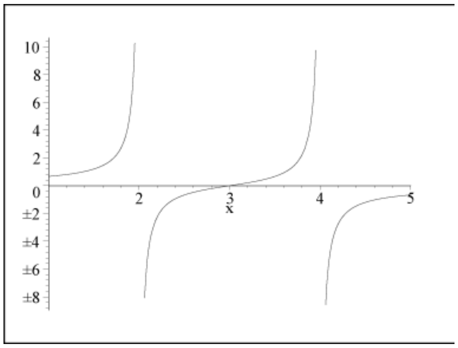
   *c*) $f(x) = \dfrac{1 - x^2}{x^2 - 2x + 2}$

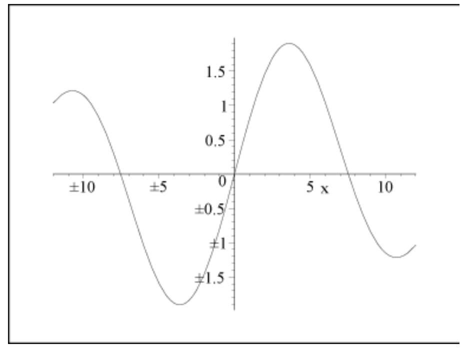
   *d*) $f(x) = \ln\left(\frac{\sin x - 1}{x^2}\right)$

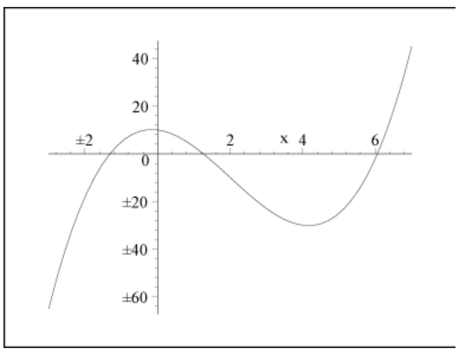
   *e*) $f(x) = \big(\sin(x^2) + \cos(x)\big)^5$

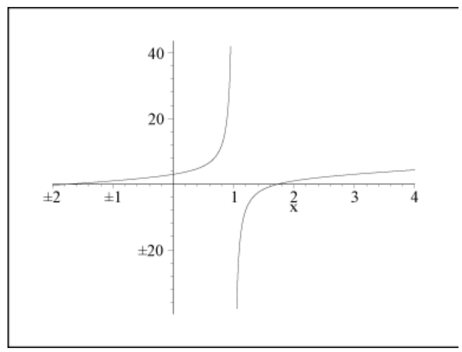
   *f*) $f(x) = \sqrt{(x-1)^3 + \sqrt{x-1}}$

   *g*) $f(x) = \sin\left(x^3 + \sqrt{x^2+1}\right)$




10. En cada caso se da la gráfica de $f'$. Dibuja, aproximadamente, la gráfica de la función $f$.

11. Para las siguientes funciones, graficar indicando sus intervalos de crecimiento/decrecimiento, máximos, mínimos y concavidad:

    *a*) $f(x) = x^3 + 6x^2 - 15x - 1$

    *b*) $g(x) = \dfrac{-1}{x^2 + 1}$

    *c*) $h(x) = \dfrac{x - 2}{1 - x}$

12. Cierta entidad financiera lanza al mercado un plan de inversión cuya rentabilidad, $R(x)$ en miles de pesos, viene dada en función de la cantidad que se invierta, $x$ en miles de pesos, por medio de la siguiente expresión: $R(x) = -0{,}001x^2 + 0{,}5x + 2{,}5$

*a*) Deducir razonadamente qué cantidad de dinero le conviene invertir a un cliente en dicho plan.

*b*) ¿Qué rentabilidad obtendría?

13. El tipo de interés anual, $I(t)$ en porcentaje, ofrecido por una entidad financiera depende del tiempo, $t$ en años, que esté dispuesto a mantener la inversión a través de la siguiente expresión: $I(t) = \frac{90t}{t^2+9}$

    *a*) Calcular razonadamente cuántos años le conviene pactar a un inversor que trate de optimizar el tipo de interés.

    *b*) Si una inversión se mantuviese a muy largo plazo, ¿el tipo de interés podría llegar a ser negativo? Justifica la respuesta.

14. Un taller artesanal está especializado en la producción de cierto tipo de juguetes. Los costes de fabricación, $C(x)$ en pesos, están relacionados con el número de juguetes fabricados, $x$, a través de la siguiente expresión: $C(x) = 10x^2+1000x+1500$ El precio de venta de cada juguete es de 4.000 pesos.

    *a*) Plantear la función de ingresos que obtiene el taller con la venta de los juguetes producidos.

    *b*) Plantear la función de beneficios, entendidos como diferencia entre ingresos y costes de fabricación.

    *c*) ¿Cuántos juguetes debe fabricar para maximizar beneficios? ¿A cuánto ascenderán estos beneficios?