EJERCICIOS APLICACIONES DERIVADAS Ficha 1

1.- **Halla la ecuación de la recta tangente a la curva** $y = \sqrt{x}$ **que sea paralela a la recta** $y = \frac{1}{4}x + 1$

2.- **Halla la ecuación de la recta tangente a la curva** $y = x^2 + 2x - 1$ **en el punto de abscisa** $x = 1$**.**

3.- **Averigua los puntos de tangente horizontal de la función:** $f(x) = \dfrac{3 - x^2}{x + 2}$

4.- **Determina los puntos de tangente horizontal de la función:** $f(x) = \dfrac{x^3}{x + 2}$

5.-**Dada la función:** $f(x) = 2x^3$ **determina los tramos en los que la función crece y en los que decrece.**

6.- **Estudia el crecimiento y el decrecimiento de la función:**

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{2}$$

SOLUCIONES

1)

- $y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$
- La pendiente de la recta es $y' = \dfrac{1}{4} \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = \dfrac{1}{4} \Rightarrow x = 4$
- Cuando $x = 4$, $y = 2$
- La recta será:

$$y = 2 + \frac{1}{4}(x-4) = 2 + \frac{1}{4}x - 1 = \frac{1}{4}x + 1$$

2)

- $y' = 2x + 2$
- La pendiente de la recta es $y'(1) = 4$.
- Cuando $x = 1$, $y = 2$
- La recta será:

$$y = 2 + 4(x-1) = 2 + 4x - 4 = 4x - 2$$

3)

- $f'(x) = \dfrac{-2x(x+2) - \left(3 - x^2\right)}{(x+2)^2} = \dfrac{-2x^2 - 4x - 3 + x^2}{(x+2)^2} = \dfrac{-x^2 - 4x - 3}{(x+2)^2}$
- $f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad -x^2 - 4x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2 + 4x + 3 = 0 \quad \Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{-4 \pm \sqrt{16-12}}{2} = \frac{-4 \pm 2}{2} \begin{cases} x = -1 & \rightarrow \quad \text{Punto } (-1, 2) \\ x = -3 & \rightarrow \quad \text{Punto } (-3, 6) \end{cases}$$

4)

- $f'(x) = \dfrac{3x^2(x+2) - x^3}{(x+2)^2} = \dfrac{3x^3 + 6x^2 - x^3}{(x+2)^2} = \dfrac{2x^3 + 6x^2}{(x+2)^2}$
- $f'(x) = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x^3 + 6x^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad x^2(2x+6) = 0 \begin{cases} x = 0 & \rightarrow \quad \text{Punto}(0, 0) \\ x = -3 & \rightarrow \quad \text{Punto}(-3, 27) \end{cases}$

5)

- $f'(x) = 6x^2$
- Como $f'(x) \geq 0$ la función es creciente

6)

- $f'(x) = \dfrac{2x-3}{2}$
- Estudiamos el signo de la derivada:

$$\frac{2x-3}{2} = 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{3}{2}$$
$$\frac{2x-3}{2} > 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - 3 > 0 \quad \Rightarrow \quad 2x > 3 \quad \Rightarrow \quad x > \frac{3}{2}$$
$$\frac{2x-3}{2} < 0 \quad \Rightarrow \quad 2x - 3 < 0 \quad \Rightarrow \quad 2x < 3 \quad \Rightarrow \quad x < \frac{3}{2}$$

- La función decrece en $\left(-\infty, \dfrac{3}{2}\right)$ y crece en $\left(\dfrac{3}{2}, +\infty\right)$ $\left(\text{y tiene un mínimo en } x = \dfrac{3}{2}\right)$.