El Análisis Factorial en la construcción e interpretación de tests, escalas y cuestionarios

©Pedro Morales Vallejo,
Universidad Pontificia Comillas, Madrid
Facultad de Ciencias Humanas y Sociales
(Última revisión, 8 de Enero, 2011)
Documento disponible en http://www.upcomillas.es/personal/peter/investigacion/AnalisisFactorial.pdf

ÍNDICE

1. Conceptos básicos del Análisis Factorial 3
1º Qué se pretende con el análisis factorial 3
2º Conceptos previos: varianza compartida y varianza *única* 3
3º Qué hace el análisis factorial 4
4º ¿Qué es un factor? 5
5º Resultados del análisis factorial 5

2. Fases y enfoques del análisis factorial (análisis factorial exploratorio) 7

3. Cuestiones relacionadas con el análisis factorial 8
3.1. Número de sujetos 8
3.2. Análisis factorial: exploratorio o confirmatorio 9
3.3. Componentes Principales o Factores Comunes. 10
3.4. Factores ortogonales o factores oblicuos 11
3.5. Rotación ortogonal: *Quartimax* y *Varimax* 13
3.6. Número de factores 13
3.7. Criterios para valorar la magnitud de las correlaciones variable-factor 15
3.8. Número mínimo de variables para definir un factor 16
3.9. Análisis factorial de variables dicotómicas 16
3.10. Puntuaciones directas y puntuaciones factoriales 16
3.11. Análisis factorial y comprobación de la validez de constructo 17
1º *El análisis factorial del instrumento* 18
2º *El análisis factorial de varios instrumentos* 19
3.12. Análisis factorial y la construcción de tests y escalas 20
3.13. Cautelas en la interpretación del análisis factorial 20
a) *Signos de las correlaciones ('pesos') ítem-factor* 20
b) *Heterogeneidad de la muestra* 21
c) *Significación estadística y significación conceptual* 21
d) *Indeterminación de la estructura factorial* 21
3.14. Otras formas de plantear el análisis factorial 22

4. Interpretación del análisis factorial en una escala de actitudes 23
4.1 Interpretación común a los factores sin rotar y rotados 25
4.2. Interpretación específica de los factores sin rotar y rotados 26

4.2.1. Factores sin rotar 26
1º *Proporción de varianza explicada por el primer factor sin rotar* 26
2º *Correlaciones o pesos de los ítems en el primer factor sin rotar* 27
4.2.2. Factores rotados 27
1º *Proporción de varianza explicada por los diversos factores* 27
2º *Selección de las variables que definen cada factor* 27
3º *El "Index of Fit of Factor Scales"* 28
4º *Verificación de la "unidimensionalidad"* 29
5º *Construcción de escalas "multidimensionales"* 29

5. Otros ejemplos de análisis factoriales 31
5.1. Análisis factorial de cuestionarios sobre la *evaluación del profesor* y sobre su personalidad (con *lista de adjetivos)* 31
1º Estructura factorial de la lista de adjetivos 31
2º Estructura factorial del cuestionario de evaluación del profesorado 33
3º Relación entre factores de personalidad y factores del cuestionario 34
5.2. Análisis factorial de una escala de *actitud hacia el estudio* 35
5.3. Análisis factorial de un cuestionario sobre *motivaciones* 37
1º Análisis factorial 37
2º Correlaciones de los factores con otras variables 38
5.4. Análisis factorial de una *lista de adjetivos* y de una escala de *narcisismo* 39
1º Análisis factorial de una lista de adjetivos 39
2º Análisis factorial de la escala de narcisismo 40

6. Referencias bibliográficas 42

1. Conceptos básicos del Análisis Factorial

El objetivo de esta presentación es orientar sobre el uso del análisis factorial, sobre todo en la construcción y análisis de cuestionarios y de manera más específica de escalas de actitudes y tests en general. En otras muchas publicaciones se puede estudiar el análisis factorial de manera más completa; aquí nos limitamos a explicar una serie de conceptos introductorios básicos[1].

1º Qué se pretende con el análisis factorial

Fundamentalmente lo que se pretende con el análisis factorial (análisis de *Componentes Principales* o de *Factores Comunes*) es *simplificar la información que nos da una matriz de correlaciones* para hacerla más fácilmente interpretable. Se pretende encontrar una respuesta a esta pregunta: ¿Por qué unas variables se relacionan más entre sí y menos con otras…? La respuesta *hipotética* es porque existen otras variables, otras *dimensiones* o *factores* que *explican* por qué unos ítems se relacionan más con unos que con otros. Se trata en definitiva de un análisis de la *estructura subyacente* a una serie de variables[2].

2º Conceptos previos: varianza compartida y varianza *única*

Para entender lo que es el análisis factorial vamos a situarnos ante un ejemplo concreto. Podemos pensar en los ítems de una escala de actitudes. La puntuación total de cada sujeto es la suma de sus respuestas a todos los ítems, según la clave de corrección empleada. Por ejemplo, en una escala de autoestima o autoconcepto podemos encontrarnos con estos dos ítems:

1º. *Yo me lo paso muy bien en casa, con mis padres* (*muy de acuerdo* = 5, *de acuerdo* = 4, etc.)
2º. *A veces me gustaría marcharme de casa.* (*muy de acuerdo* = 1, *de acuerdo* = 2, etc.)

Estos dos ítems estarían indicando el grado de *integración familiar;* otros indicarían otros aspectos del autoconcepto (cómo me veo: en casa, en el colegio, con los amigos, etc.,).

1. La varianza (σ^2) de cada ítem nos indica las diferencias que *crea* en las respuestas. Si todos responden lo mismo (todos felices en casa) la varianza será cero, no hay diferencias; si la mitad está muy a gusto en su casa y la otra mitad muy a disgusto, la varianza será la máxima.

2. Cada ítem o variable tiene su varianza (diferencias en las respuestas), pero esta varianza de cada ítem puede estar *compartida* con la varianza de otros ítems. Algunos sujetos están tan a gusto en su casa y se lo pasan tan bien con sus padres (ítem 1 anterior) que nunca piensan en irse de casa (ítem 2); otros sujetos responderán que lo pasan mal con sus padres y que con frecuencia piensan en irse de casa. Las respuestas a estos dos ítems son en este caso *coherentes* con el significado pretendido de estos ítems, *comparten varianza* porque los dos ítems están relacionados positivamente (estoy bien en casa, no me quiero ir).

Esta relación viene expresada por el coeficiente de correlación r de Pearson, que elevado al cuadrado (r^2) expresa *la proporción de varianza común* o de *variación conjunta*. Si la correlación entre estos dos ítems es de .80, esto quiere decir que tienen un 64% de varianza (variación en las respuestas) común. El resto de la varianza (hasta el 100%) no es varianza compartida.

3. También hay varianza *no compartida* que a su vez podemos descomponerla en otras dos *fuentes de varianza.*

---

[1] Pueden verse monografías específicas, como Kline (1994) y García Jiménez, Gil Flores y Rodríguez Gómez (2000); también encontramos buenas exposiciones en Internet (StatSoft, Inc., 2002; Garson, 2003).

[2] Spearman es el iniciador del análisis factorial con sus estudios sobre la inteligencia en 1904; Thurstone contribuyó notablemente a su desarrollo introduciendo la rotación de los factores buscando una estructura más simple.

a) Hay una varianza que es específica de cada ítem. Un sujeto, por ejemplo, puede responder que s*e lo pasa my bien con sus padres* y a la vez que *a veces le gustaría irse de casa*, simplemente porque le gusta viajar. Este ítem no mide únicamente *integración familiar,* también tiene un *significado específico* que no coincide del todo, para muchos sujetos, con el significado del otro ítem *(sentirse bien en casa).* Hay por lo tanto también varianza no compartida porque hay diferencias en las respuestas que tienen menos que ver (o nada) con el *contenido común pretendido en todos los ítems* y más con otros *significados específicos de cada ítem,* o maneras individuales de entenderlos.

b) También hay varianza (diferencias en las respuestas) no compartida que no tiene que ver propiamente con el *significado* del ítem sino con lo que llamamos genéricamente *errores de medición:* cansancio, estilos personales de responder (como tendencia a escoger una respuesta central de no compromiso), efectos del *orden* en el que se responden los ítems, etc.

4. La varianza total de un ítem podemos por lo tanto descomponerla de esta manera:

Varianza total	=	Varianza común o compartida	+	Varianza específica de cada variable	+	Varianza debida a errores de medición

Si unimos la varianza específica con la varianza debida a errores de medición (en definitiva, toda la varianza *única* o no compartida de cada ítem o variable) tendremos que:

Varianza total	=	Varianza común o compartida	+	Varianza debida a errores de medición

3º Qué hace el análisis factorial

Mediante el análisis factorial se *analiza la varianza común a todas las variables*. Se parte de una matriz de correlaciones; se trata precisamente de simplificar la información que nos da una matriz de correlaciones. Propiamente se opera con las correlaciones elevadas al cuadrado (r^2), que expresan *todo lo que hay (proporción) de varianza común* entre las variables.

En cada casilla de la matriz de correlaciones elevadas al cuadrado tenemos la proporción de varianza común a dos ítems o variables, excepto en la diagonal: aquí tenemos *unos* (cada ítem *coincide consigo mismo* al 100%). En estos *unos* tenemos la varianza que cada ítem comparte con los demás y *también* la que no comparte (la específica o única de cada ítem). Si pretendemos analizar exclusivamente la *varianza compartida* tendremos que eliminar los *unos* de la matriz de correlaciones y poner en su lugar la proporción de varianza que cada ítem tiene en común con todos los demás.

Caben por lo tanto dos enfoques en el análisis factorial:

1º Podemos analizar *toda la varianza,* común y no común; en este caso utilizamos los *unos* de la matriz de correlaciones. El método más usual es el de análisis de *Componentes Principales.*

2º Podemos analizar solamente la varianza común, y en este caso substituiremos los *unos* de la diagonal por *estimaciones* de la varianza que cada ítem tiene en común con los demás (y que se denominan *comunalidades).* Para la estimación de las *comunalidades* no hay un cálculo único; existen diversos procedimientos (como correlaciones múltiples de cada ítem con todos los demás, o coeficientes de fiabilidad si cada variable es un test). Estos procedimientos (en los que se substituyen los *unos* por las *comunalidades)* se denominan análisis de *factores comunes.*

Los dos enfoques caben bajo la denominación genérica de *análisis factorial,* aunque es al análisis de *factores comunes* al que con más propiedad se le aplica la denominación de *análisis factorial*. Ambos enfoques dan resultados similares y se interpretan de manera casi idéntica.

4º ¿Qué es un factor?

1. En realidad los factores *no existen,* como no existe, por ejemplo, el constructo *ansiedad;* lo que tenemos de cada sujeto es una suma de sus respuestas a una serie de ítems o preguntas, una combinación lineal de variables (ítem a + ítem b + ítem c…):

a + b + c + d…etc. = total en *ansiedad*.

2. Estos totales son distintos para cada sujeto, o pueden serlo, la *varianza de los totales* nos expresa la *diversidad* que existe entre los sujetos.

3. Si encontramos, por ejemplo, tres factores, esto quiere decir que podemos descomponer el instrumento original en tres instrumentos; cada uno está compuesto por todos los ítems, pero en cada instrumento los ítems tienen un *peso específico* distinto según sea su relación con cada factor:

$a_1a + b_1b + c_1c + d_1d$…= Total en el factor 1
$a_2a + b_2b + c_2c + d_2d$…= Total en el factor 2
$a_3a + b_3b + c_3c + d_3d$…= Total en el factor 3

a_1 es el peso específico del ítem a en el factor 1, etc.; las nuevas puntuaciones son las *puntuaciones factoriales* o *factor scores.*

Estos pesos pueden ser grandes o pequeños, positivos o negativos; por lo general en cada factor hay ítems con pesos grandes y otros próximos a cero; los ítems que más pesan en cada factor son los que lo definen.

4. La varianza *(diversidad)* de todas estas nuevas medidas *equivale* a la varianza de la medida original (no a toda, pero sí a la máxima que es posible explicar); estos *factores* indican las *fuentes de varianza;* si hay *diferencias* en la medida original es porque las hay en estas nuevas puntuaciones.

5. El análisis factorial se reduce a la búsqueda de estos *pesos* para localizar *medidas distintas* a partir de las variables originales, y de manera que, a poder ser, entre todas las *nuevas medidas agoten* o *expliquen* toda la varianza presente en las variables originales.

5º Resultados del análisis factorial

El análisis factorial nos indica *cómo tienden a agruparse* los ítems o variables. Examinando el contenido conceptual de los ítems que *pertenecen* al mismo factor podemos comprender qué *factores [o constructos] subyacentes* explican las correlaciones entre los ítems. Puede suceder que, por ejemplo, en una escala de actitud hacia el estudio, descubramos que los ítems se agrupan en torno a estos tres factores: 1º nivel de aspiraciones, 2º gusto por el estudio, por *saber más,* 3º nivel de competitividad. Y como todos los ítems están relacionados con estos tres factores (con unos más y con otros menos), *por eso* explicamos las relaciones entre los ítems.

Típicamente cuando hay factores *claros* (y no siempre los hay), los ítems con correlaciones más altas con un factor determinado tienen correlaciones claras entre sí (significativas, mayores que con otros ítems, no necesariamente *grandes)* y más bajas o muy bajas con otros. El resultado es análogo a un *sociograma de ítems:* los ítems del mismo factor *se eligen* entre sí y tienden a *rechazar* a los mismos ítems (en vez de elecciones y rechazos habría que hablar de mayor o menor relación). La información del análisis factorial es muy matizada porque nos indica el *grado* (correlación) de cada ítem o variable con cada factor.

Los factores equivalen a *constructos hipotéticos* o conceptos subyacentes o latentes (no observables directamente) deducidos de las correlaciones entre las variables.

El análisis factorial de un instrumento de medición ayuda a establecer la *validez de constructo* de lo que estamos midiendo, en el sentido de que nos analiza la *estructura* del constructo que estamos pretendiendo medir (dedicamos después un apartado específico a la relación entre análisis factorial y validez de constructo). También tiene que ver con la fiabilidad en el sentido de que nos dice hasta qué punto podemos interpretar el constructo como *unidimensional*. La interpretación no es siempre clara y en principio es preferible ver los resultados del análisis factorial más como *descriptivos* que como *explicativos*.

La *información fundamental* que nos da el análisis factorial es la siguiente:

1. *Número de nuevas 'medidas' o factores*

Lo que se busca es que entre todos los factores (o nuevas medidas) se explique la mayor proporción de varianza posible. No suelen extraerse todos los factores posibles, sino solamente los que explican al menos más varianza que cualquiera de las variables tomada aisladamente; aun así con frecuencia no suele merecer la pena *interpretar* todos los factores encontrados (sobre el número de factores tratamos después).

2. *El peso o correlación de cada variable (ítem) con cada factor (matriz factorial)*

Los factores se consideran definidos por los ítems que tienen en él los pesos mayores. Para que un ítem se considere que *pertenece* a un factor, o dicho con más propiedad, que lo define o explica suficientemente, debe tener en él una correlación razonablemente alta (.30 o más) y no tenerlas mayores en otro factor. Un factor debe estar definido al menos por tres ítems para que merezca la pena tenerlo en cuenta.

3. *La proporción de varianza que explica cada factor*

Para calcular esta proporción de varianza:

1º se suman los pesos de cada columna previamente elevados al cuadrado (Σr^2); es lo que se denomina *autovalor* (y también *eigenvalue* o *raíz característica)*; equivale a la *varianza* del factor.

2º se divide esta suma por el número de ítems ($\Sigma r^2/k$); esta operación se hace con cada columna o factor y ya tenemos la *proporción de varianza* explicada por ese factor.

4. *La proporción de varianza explicada por todos los factores*.

Para esto se suman todas las proporciones anteriores ($\Sigma\Sigma r^2/k$). Se puede calcular también la proporción de varianza que explica cada factor con respecto a la varianza explicada por todos.

Así la proporción de varianza explicada por el primer factor con respecto al total de varianza explicada por todos los factores sería igual a: $\dfrac{\Sigma r_1^2/k}{\Sigma\Sigma r^2/k}$

5. *La puntuación de cada sujeto en cada factor (puntuaciones factoriales)*

En la práctica es normal prescindir de estas puntuaciones; la puntuación de cada sujeto en cada factor se reduce a la suma de las variables que mejor definen el factor (equivale a ponderar los ítems por 1 o por 0 según definan o no el factor); este punto lo explicamos más adelante al tratar de las puntuaciones directas y de las puntuaciones factoriales.

6. *Análisis adicionales*

Podemos hacer otros muchos análisis a partir de cada factor, como pueden ser;

1º Podemos calcular el *Index of Fix for Factor Scales* (Fleming, 1985) como se verá más adelante. Nos indica en qué medida los ítems o variables que escogemos como *definitorios* del factor lo explican mejor que todas las variables juntas. Equivale a un índice de *independencia factorial* o quizás de manera más apropiada de *independencia conceptual.*

2º Si se trata, sobre todo, de los factores que encontramos en un instrumento clásico de medida (tests, escalas) podemos utilizar los factores como medidas distintas de rasgos o variables distintas, y ver cómo se relacionan con otras variables.

2. Fases y enfoques del análisis factorial (análisis factorial exploratorio)

Sin pretender en esta sucinta presentación dar una explicación completa y matizada del proceso y modalidades del análisis factorial, sí es útil tener a la vista una visión de conjunto, tal como la presentamos en estos cuadros.

<table>
<tr><th>Primera Fase</th><th colspan="2">Enfoques</th></tr>
<tr><td rowspan="5">Condensación de factores: se identifica el número de factores que explican la máxima proporción de varianza común a todas las variables.

En la construcción de tests y escalas se puede comprobar la correlación de cada variable con el primer factor: es el que mejor representa lo que todos los ítems miden en común (aunque un primer factor importante no prueba la unidimensionalidad).

Esta correlación (o peso) con el primer factor da una información análoga a la correlación ítem-total.

Con frecuencia, y con mayor propiedad, se reserva el término de análisis factorial al análisis de factores comunes.</td><td>factores componentes
Se utilizan unos en la diagonal de la matriz de intercorrelaciones; por lo tanto se analiza toda la varianza, la común y también la específica de cada variable.

Los factores encontrados son:

reales, derivados de los datos disponibles en un estudio concreto.</td><td>factores comunes
No se utilizan unos en la diagonal, sino estimaciones de la comunalidad (o varianza que cada variable comparte con todas las demás)

Los factores encontrados son:

hipotéticos, estimados, a partir de los datos.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Con muchas variables (más de 15 ó 20), y estructura factorial clara, ambos enfoques dan resultados similares.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Métodos</td></tr>
<tr><td>Condensación centroide, Componentes Principales (es el más frecuente), Otros.</td><td>Ejes principales (Principal Axis) Maximum Likelihood, Minimum Residuals, Alpha y otros.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th colspan="2">De cualquiera de estos métodos se pasa a:</th></tr>
<tr><th>Segunda Fase</th><th>Rotación ortogonal</th><th>Rotación oblicua</th></tr>
<tr><td rowspan="4">Con las rotaciones se busca una estructura más simple e interpretable.

La varianza encontrada en el paso anterior se redistribuye en todos los factores. Cuando se habla de factores se suele sobrentender factores rotados.

Los factores rotados clarifican la estructura subyacente a las variables; aquí radica su importancia en los estudios de validez: analizan el constructo tal como viene definido por una serie de ítems; cada factor puede considerarse como un subconstructo.</td><td>produce factores no relacionados; estructura más simple y más fácil de interpretar.</td><td>produce factores relacionados o no relacionados (no se fuerza la no relación); estructura más real pero menos simple.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Métodos</td></tr>
<tr><td>Varimax, Quartimax, etc.</td><td>Varimin, Quartimin, Oblimin, etc.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Después de las rotaciones viene una fase de reflexión o análisis conceptual. Los factores indican cómo tienden a agruparse los ítems o variables. Ahora se trata de encontrar significado a los factores: ¿qué tienen en común los ítems que mejor definen cada factor?; ¿cómo podemos denominarlos ('bautizarlos')?; ¿cómo aclaran el constructo subyacente a todos ellos?, etc. Se les suele denominar con una expresión que refleje el significado común a todos los ítems que expresan cada factor.</td></tr>
</table>

3. Cuestiones relacionadas con el análisis factorial

En los siguientes apartados damos unas orientaciones sobre una serie de cuestiones relacionadas con el uso e interpretación del análisis factorial. Se trata de puntos sobre los que es frecuente tener dudas, o sobre los que no hay siempre unanimidad en los autores o en los que cabe tomar una decisión personal y escoger entre varias alternativas metodológicas. Responden a preguntas que con frecuencia se hacen los usuarios de estos análisis. Tal como están aquí expuestas estas cuestiones, lo que se tiene presente es el análisis de tests y escalas, aunque no de manera exclusiva.

3.1. Número de sujetos

a) No existe un criterio o norma definitiva sobre el número de sujetos necesario[3]. En principio son preferibles muestras grandes porque el *error típico* de los coeficientes de correlación será menor y de esta manera disminuye también la probabilidad de que surjan factores casuales que no aparecerán en análisis sucesivos con otras muestras.

b) Para dar orientaciones más concretas sobre el tamaño de la muestra hay que tener en cuenta dos criterios:

1) La proporción de sujetos con respecto al número de variables (ítems)

2) El número mínimo recomendable de sujetos en términos absolutos.

Un criterio que puede considerarse como *mínimo* es el siguiente:

1º Que el número de sujetos sea el doble que el número de variables

2º Que la muestra no baje de unos 100 sujetos Kline (1986, 1994:74, 79) aunque el número de variables sean muy pocas. Esta orientación es realmente un criterio mínimo; otros autores recomiendan utilizar una muestra 10 veces mayor que el número de variables o ítems (N = 10k; Nunnally, 1978; Thorndike, 1982). Una orientación más segura es que el número de sujetos no baje de 200 y que al menos haya 5 sujetos por ítem. En una revisión de 60 análisis factoriales de Henson y Roberts (2006), la media es de 11 sujetos por variable.

En términos generales muestras más pequeñas pueden ser adecuadas cuando la estructura factorial es muy clara (por estructura clara se entiende al menos más de tres variables definiendo cada factor y ninguna variable en más de un factor), pero en la práctica las muestras mayores garantizan mejor el encontrar una estructura factorial clara (Costello y Osborne, 2003).

c) Muestras más pequeñas (manteniendo al menos la norma de que el número de sujetos duplique el de variables) son aceptables con tal de que los análisis factoriales se repliquen en varias muestras (Kline, 1986:188). Realmente los factores que podamos encontrar en muestras muy pequeñas tienen un valor puramente descriptivo: indican cómo se agrupan las variables en *esa* muestra, y no dejan de ser hipótesis que habrá que confirmar en otras muestras.

d) Cuando el número de variables (ítems) es excesivo con relación al tamaño de la muestra (N pequeño), una sugerencia de Marsh y O'Neill (1984) es reducir el número de variables agrupándolas de dos en dos. Las respuestas a dos ítems (o incluso más) se suman y constituyen una nueva variable. De esta manera el número de sujetos aumenta en proporción al número de variables. Las variables agrupadas tienen que ser razonablemente homogéneas, y esta homogeneidad debe ser comprobada empíricamente mediante la correlación ítem-total, que no

[3] Los diversos criterios propuestos por distintos autores sobre el número de sujetos en el Análisis Factorial pueden verse comentados en Garson (2003), Mundfrom et al. (2003), Osborne y Costello (2004), Costello y Osborne (2005); *strict rules regarding simple size for exploratory factor analysis have almost disappeared* (Costello y Osborne, 2005).

debe ser inferior a .30 según estos autores. Con este procedimiento las nuevas variables tienen una fiabilidad mayor (un componente específico, no común a las otras variables agrupadas, menor) y se ven menos afectadas por peculiaridades de la redacción; se pierde en cambio información sobre las variables individuales. También se suelen agrupar *ítems homogéneos* en cuestionarios muy largos de personalidad[4].

La misma orientación vemos en Cattell y Cattell (1995) en la preparación de la quinta edición de su test de personalidad (16PF). La razón aducida no es aumentar la proporción de sujetos por ítem, sino que dos o tres ítems agrupados tienen más fiabilidad que separados (sobre todo si se trata de ítems dicotómicos) y la estructura factorial es más clara. En este caso las subescalas de 14 ítems se reducen a 6 sumando los ítems que tienen entre sí sus mayores correlaciones.

e) Si la muestra es suficientemente grande, algunos autores (Amstrong y Soelberg, 1968) sugieren subdividirla y hacer el análisis factorial en las diversas submuestras. El repetir el análisis factorial en muestras distintas es la mejor manera de verificar si los factores se mantienen.

f) Independientemente del número de sujetos, la muestra debe tener la heterogeneidad que es normal encontrar en la población de estudio. A mayores diferencias entre los sujetos que componen la muestra, las correlaciones entre las variables serán mayores y el resultado del análisis factorial será más claro. Si en la muestra hay subgrupos claramente diferentes, se puede hacer el análisis factorial en los diversos subgrupos.

3.2. Análisis factorial: exploratorio o confirmatorio[5]

Los análisis factoriales *exploratorio* y *confirmatorio* no se distinguen por la *intención* del investigador (explorar, *ver qué sale,* o confirmar hipótesis previamente establecidas); suponen también procedimientos (y programas de ordenador) distintos. El tipo de análisis que se hace con más frecuencia es el exploratorio (y es el que suele venir más frecuentemente explicado en los textos) aunque la intención del que lo hace sea confirmar alguna hipótesis previa; de todas maneras el análisis factorial exploratorio es considerado más un procedimiento para generar teorías que para confirmarlas. La finalidad del análisis factorial exploratorio es precisamente *explorar* y no está pensado para probar hipótesis o teorías.

a) El análisis factorial *confirmatorio* supone establecer como hipótesis previa a) el número de factores, b) qué factores están relacionados o son independientes y c) con qué factor o factores están relacionadas (pesos) cada una de las variables (Long, 1983; Stapleton, 1997a); al menos se especifican el número de factores y qué pesos tienen las variables en los factores.

En las ciencias sociales no es fácil especificar con precisión el valor de las correlaciones con cada factor por lo que el Análisis Factorial Confirmatorio no es siempre útil a no ser que los valores propuestos como hipótesis sean muy genéricos (correlación *alta, moderada, cero,* Kline, 1994:11). Lo más habitual es utilizar el análisis exploratorio aunque la *intención* sea confirmatoria aunque esta práctica no es siempre necesariamente la más recomendable.

b) El análisis factorial *confirmatorio* requiere pruebas complementarias de *bondad de ajuste,* para confirmar si la estructura obtenida coincide con la estructura propuesta como hipótesis. Algunas de estas pruebas se basan en el χ^2 (hay también otras pruebas, Kline, 1994:159) y se ven muy afectadas por el número de sujetos. Para que las pruebas de ajuste sean

---

[4] Puede verse un ejemplo en Salgado, 1996.

[5] También es habitual denominarlos por sus siglas en inglés, EFA (*Exploratory Factor Analysis*) y CFA (*Confirmatory Factor Analysis*).

fiables hace falta una muestra de al menos 100 sujetos si se trata solamente de dos factores y muchos más (al menos N = 500) si se trata de modelos más complejos (Kline, 1994:95); el número de sujetos también debe ser grande con respecto al número de variables (20:1). En general todos estos métodos no son del todo fiables por lo que deben utilizarse con prudencia (Kline, 1994:97).

Para confirmar la hipótesis de *no diferencia* entre las dos estructuras factoriales (el análisis que hacemos nosotros y el que nos sirve de modelo o hipótesis) hay que aceptar la Hipótesis Nula, y con muestras grandes se rechaza la Hipótesis Nula con mucha facilidad por lo que con muestras grandes (en principio preferibles) es muy difícil confirmar cualquier hipótesis; en cambio con muestras pequeñas (sobre todo) se pueden confirmar a la vez varias hipótesis por lo que con muestras pequeñas resulta más fácil demostrar lo que uno quiera; habría que demostrar también que *otras hipótesis rivales* no se confirman. El hecho de que estos análisis confirmen el modelo propuesto no quiere decir que no haya otros posibles modelos que se ajusten a estos datos (comentarios sobre este punto pueden verse en Hocevar, Zimmer y Strom, 1984; Hattie, 1985; Gorsuch, 1986b; Kline, 1994; Oliver y Tomás, 1995; Stapleton, 1997b).

c) El análisis factorial *exploratorio* da resultados *más conservadores* (es decir, resulta más difícil confirmar hipótesis determinadas); influyen menos las hipótesis del investigador y es de hecho el más utilizado. Una recomendación que puede verse en muchos autores es que el análisis factorial confirmatorio debe utilizarse *con cautela* y solamente si hay hipótesis muy específicas basadas en estudios previos, y con más razón en muestras pequeñas (Gorsuch, 1986b) y con claros fundamentos teóricos que permitan al investigador especificar de antemano el modelo exacto de estructura factorial que desea confirmar (Long, 1983; Stapleton, 1997a). Cuando las especificaciones propias del análisis factorial confirmatorio no están seriamente justificadas *(substantively motivated,* Long, 1983) lo razonable es decantarse por el análisis factorial exploratorio aunque la intención del investigador tenga en principio un carácter confirmatorio. Algunos investigadores hacen en primer lugar un análisis exploratorio y confirman después la estructura factorial con un análisis factorial confirmatorio en una nueva muestra (ésta es una buena práctica) (Henson y Roberts, 2006).

d) Aun así en muchas situaciones lo recomendable puede ser el análisis factorial confirmatorio, como cuando una vez hecha una escala o test se desea verificar si se mantiene la misma estructura en una muestra distinta (Costello y Osborne, 2005)[6]. Henson y Roberts (2006) en una revisión de 60 análisis factoriales publicados en cuatro buenas revistas que publican con frecuencia estos análisis[7] encuentran que en un tercio de los análisis factoriales exploratorios estaba justificado haber hecho preferentemente un análisis factorial confirmatorio; para estos autores un criterio razonable para utilizar el análisis factorial confirmatorio es que el instrumento 1) no sea de nueva creación y 2) que se conozca ya la estructura factorial obtenida en otras muestras.

3.3. Componentes Principales o Factores Comunes

a) En primer lugar hay que tener clara la diferencia entre *Componentes Principales* y *Factores Comunes*. Con el análisis de Componentes Principales analizamos *toda la varianza, común y no común* (ponemos los *unos* en la diagonal de la matriz de correlaciones) y con el

[6] En la literatura experimental pueden encontrarse ejemplos ilustrativos, por ejemplo Prooijen y Kloot (2001) sobre el análisis factorial confirmatorio utilizado para confirmar estructuras factoriales encontradas ya en el análisis factorial exploratorio y Rao y Sachs (1999) que utilizan el análisis factorial confirmatorio para evaluar la estructura de un instrumento (sobre *estrategias de aprendizaje)* adaptada de un idioma a otro.

[7] *Educational and Psychological Measurement*, *Journal of Educational Psychology*, *Personality and Individual Differences*, and *Psychological Assessment*.

análisis de Factores Comunes *sólo se analiza la varianza compartida* (estimaciones de la *comunalidad* en la diagonal). En el análisis de Factores Comunes (como *Maximum Likelihod)* los factores van explicando sucesivamente la máxima proporción de varianza en la *población,* no en la muestra. El término *Análisis Factorial* se refiere en rigor solamente al análisis de Factores Comunes aunque es habitual utilizarlo para designar al análisis de Componentes Principales.

b) La estructura factorial que resulta en ambos tipos de análisis es más o menos la misma 1) cuando las variables (ítems) son muchas (unas 20, o incluso menos; Nunnally (1978:418-419) recomienda el análisis de Componentes Principales siempre que dispongamos de unas 20 variables) y 2) cuando hay una estructura factorial clara. Podemos considerar que existe una estructura factorial clara cuando los ítems que definen un factor tienen pesos de .50 o más en este factor y menores en los demás. En la práctica y en la mayoría de los análisis, los resultados vienen a ser los mismos (Nunnally y Bernstein, 1994:535).

c) En el análisis de Componentes Principales los pesos tienden a estar sobrestimados sobre todo si los ítems son pocos y esto hay que tenerlo en cuenta en su interpretación. Esta sobrestimación se debe a los *unos* que ponemos en la diagonal de la matriz, en vez de poner una estimación de la varianza que cada variable comparte con las demás variables y que no llega a la unidad (el 100% de la varianza). Por lo demás los ítems que pesan más en un factor son más o menos los mismos en los dos tipos de análisis (varía la *magnitud* de los pesos, pero no suele variar su *orden*). Si lo que se pretende es seleccionar los ítems con pesos mayores en un factor, no suele haber diferencias entre los dos tipos de análisis.

d) En la confección de instrumentos el análisis más recomendado suele ser el de *Componentes Principales* (Armor, 1974; Nunnally, 1978; Carmines y Zeller, 1979; Spector, 1992), aunque otros autores suelen preferir el análisis de Factores Comunes pues da unas estimaciones de los pesos más *conservadoras* al tener en cuenta el *error* o varianza no compartida de las variables (Gorsuch, 1986a)[8].

Entre las diversas modalidades del análisis de Factores Comunes quizás las más recomendadas son las denominadas *Maximum Likelihood* si las distribuciones son aproximadamente normales y *Principal Axis Factors* si las distribuciones se apartan notablemente de la normal (Costello y Osborne, 2005).

3.4. Factores ortogonales o factores oblicuos

a) Las rotaciones son *transformaciones lineales* que facilitan la interpretación sin alterar la proporción de varianza explicada por los factores (Nunnally y Bernstein, 1994:537). Los factores *ortogonales* son factores *no relacionados*; esta *no-relación* está provocada por el mismo método. Los factores *oblicuos* pueden estar o no estar relacionados (no se fuerza la no relación). La no relación entre los factores ortogonales quiere decir que no están relacionadas las puntuaciones factoriales calculadas a partir de todos los ítems y si además se ha partido de *unos* en la diagonal. En un test o escala lo normal es que haya relación entre los ítems (entre las puntuaciones directas) que definen los diversos factores, por esto hay que tener cuidado cuando se habla de factores ortogonales no relacionados: no están relacionadas las puntuaciones factoriales pero sí pueden estarlo las puntuaciones directas (si sumamos a cada sujeto los ítems que mejor definen cada factor).

[8] La popularidad del análisis de Componentes Principales se debe en buena medida a 1) que está programado por defecto en el SPSS, 2) a que cuando los programas informáticos estaban menos desarrollados resultaba más sencillo y 3) que en el caso de los Factores Comunes hay varias alternativas y no siempre le resulta fácil al usuario la elección (Costello y Osborne, 2003, 2005).

b) Los *factores ortogonales* son de interpretación más sencilla; cada uno representa una fuente de varianza distinta e independiente de los demás factores. Son los más recomendados para construir subescalas factoriales.

c) Los *factores oblicuos* son en general de interpretación más compleja; el investigador no sólo debe interpretar y explicar la estructura factorial, sino además las relaciones entre factores (Rennie, 1997); sin embargo la rotación oblicua es más rica y matizada; permiten una apreciación más real (y más confusa a veces) de la estructura subyacente (*la naturaleza no es necesariamente ortogonal,* Thorndike, 1982). Permiten además llevar a cabo análisis factoriales de s*egundo orden* (con las puntuaciones factoriales).

Los dos tipos de rotación son útiles y suele recomendarse hacer los dos (Gable y Wolf, 1986; Kline, 1994), pero puestos a escoger los de interpretación más sencilla, lo habitual es optar por los *factores ortogonales* (Nunnally y Bernstein, 1994:536) que suele ser de hecho la opción preferida (Rennie, 1997), aunque no necesariamente la mejor (Costello y Osborne, 2005, recomiendan rotación oblicua *direct oblimin*).

d) Los *factores oblicuos* se ajustan más a los datos concretos, en cambio *los factores ortogonales son más generalizables* y es más fácil que se repliquen en otras muestras; por lo general el investigador está más interesado en resultados generalizables y ésta es una razón para preferir la rotación ortogonal que es la opción recomendada como práctica habitual (a no ser que la rotación oblicua mejore notablemente la interpretación) (Rennie, 1997). Si la rotación oblicua (se pueden hacer las dos) presenta una estructura más simple e interpretable, un buen procedimiento es la rotación *Direct Oblimin* (Kline, 1994:76, 105).

e) Una diferencia importante entre los *factores ortogonales* y los *factores oblicuos* que hay que tener en cuenta es que en la *rotación ortogonal* tenemos una única matriz factorial *(factor structure)* en la que tenemos las correlaciones de cada variable con cada factor, mientras que en la *rotación oblicua* tenemos *dos matrices;* una matriz es semejante a la ortogonal, con los pesos o correlaciones de cada variable con cada factor *(factor structure)* y en la otra lo que tenemos son los pesos para calcular las puntuaciones factoriales *(pattern structure),* que tienen en cuenta que los factores están (o pueden estar) relacionados y que no son ni deben interpretarse como coeficientes de correlación (y tampoco tienen necesariamente sus valores máximos en ±1). En los factores ortogonales ambas matrices son idénticas.

f) Conviene observar que los términos (en inglés y en español) *peso, carga, loading, weight* utilizados habitualmente en este contexto se prestan a confusión en la medida en que se aplican indistintamente a los dos tipos de matrices *(structure* y *pattern);* lo más claro sería designar *coeficientes de estructura* a las *correlaciones variable-factor*.

Los valores de la matriz de *pattern structure* de la rotación oblicua son análogos a los pesos *beta* en la regresión, a los *coeficientes de la función discriminante* en el análisis discriminante y sus equivalentes en el análisis canónico (Thompson y Daniel, 1996; Thompson, 1997).

g) Cuando la estructura factorial es clara, los mismos factores vienen definidos por las mismas variables con ambos tipos de rotación; la experiencia muestra que los dos tipos de rotación llevan a las mismas conclusiones por lo que respecta al número (es siempre el mismo identificado antes de las rotaciones) y tipo de factores. Los resultados de ambos tipos de análisis tienden a ser los mismos sobre todo cuando la proporción de variables con respecto al número de factores es pequeña y cuando es baja la correlación entre factores (Rennie, 1997). En cualquier caso la proporción de varianza explicada por todos los factores es la misma con ambos tipos de rotación.

3.5. Rotación ortogonal: *Quartimax* y *Varimax*

Quartimax y *Varimax* son los dos tipos de *rotación ortogonal* más utilizados. Con el análisis factorial y la rotación ortogonal se pretende simplificar la matriz para hacerla más fácilmente interpretable.

Con la rotación *quartimax* se intenta simplificar las *filas* (se *maximiza* la varianza de las filas) y con la rotación *varimax* se intenta simplificar las *columnas* (los factores; se *maximiza* la varianza de las columnas).

Con la rotación *quartimax* puede suceder que muchas variables tengan pesos grandes en el mismo factor; esta rotación tiende a poner de manifiesto un factor general parecido al primer factor sin rotar. Si el investigador cree que hay un factor principal que explica casi toda la varianza, lo puede confirmar mejor con la rotación *quartimax,* pero en general es preferible la rotación *varimax* (Rennie, 1997).

Para simplificar la interpretación suele preferirse la rotación *varimax* que es la más habitual[9]. Lo que suele suceder con este tipo de rotación es que los ítems o variables tienen una carga o peso mucho mayor en un factor y mucho menores en todos los demás: en las columnas (factores) nos encontramos (como tendencia) valores o muy altos o muy bajos; la definición de la estructura es más simple y se interpreta con más facilidad; lo que se busca es una *estructura simple*. En la construcción de escalas factoriales (con *subconstructos* bien diferenciados y replicables con más probabilidad en otras muestras) suele recomendarse la rotación *varimax* (por ejemplo Nunnally, 1978: 384-385; Kline, 1986: 191; Kline, 1994: 68, 71, 76; Rennie, 1997).

3.6. Número de factores

Al llegar a la rotación de los factores hay que determinar el número de factores; el conseguir una estructura factorial clara y simple depende en buena medida del número de factores. En el análisis factorial exploratorio el rotar arbitrariamente pocos factores de acuerdo con las hipótesis (o deseos) del investigador lleva a factores de *segundo orden* (a partir de la rotación *oblicua*) relacionados entre sí; dicho en términos no estadísticos, los factores suprimidos están de alguna manera presentes (aunque *escondidos*) en los factores retenidos complicando la interpretación. El número de factores que se desea rotar debe estar bien justificado; exponemos y valoramos tres procedimientos para determinar el número de factores que se deben rotar.

a) El procedimiento probablemente más seguido es el de Gutman-Kaiser; programado *por defecto* en los programas estadísticos (como el SPSS): se rotan solamente los factores que en el primer análisis (antes de las rotaciones) tienen un *eigenvalue* (o *raíz característica,* o varianza) mayor de 1. Como se opera con puntuaciones típicas y la varianza de cualquier variable es entonces igual a la unidad, se retienen solamente aquellos factores que explican más varianza que cualquier variable. Ésta es una norma prudente aunque muy conservadora y discutida (Nunnally y Bernstein, 1994:482). Este procedimiento tiende a dar un número excesivo de factores sobre todo en matrices grandes (entre un tercio y un quinto del número de variables); por otra parte se trata de un criterio que se basa diferencias que pueden ser muy pequeñas (por ejemplo entre un factor con un *eigenvalue* de 1.01 y otro de .99).

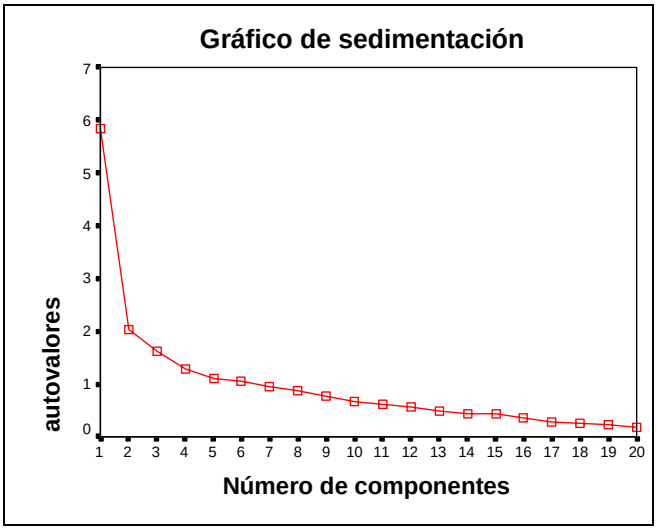
b) Para reducir el número de factores de manera no arbitraria se pueden encontrar varias orientaciones (como eliminar los factores en los que ninguna variable tiene un peso superior a .30, Nunnally, 1978:422), pero el procedimiento posiblemente más aceptado es el *Scree Test* de Cattell (Kline, 1994:75).

---

[9] *If you employ an orthogonal rotation, there is every reason to choose varimax* (Nunnally and Bernstein, 1994:536).

Quizás lo más habitual es utilizar una sencilla alternativa gráfica al *Scree test*, más intuitiva y que aporta resultados semejantes y que en cualquier caso importa examinar. El SPSS nos da un gráfico o perfil denominado *gráfico de sedimentación*[10] en el que aparecen el número de factores o componentes (en el eje X; el número de componentes coincide con el número de ítems) y los *eigenvalues* [eje Y] o varianza explicada por cada factor. El *punto de corte* para establecer el número de factores que se van a rotar se sitúa en el punto de inflexión de la línea descendente que va uniendo los diversos *eigenvalues*.

En la figura adjunta tenemos el *gráfico de sedimentación* (tal como nos lo da el SPSS) con los *eigenvalues* de los componentes principales de una escala con 20 variables.



En este ejemplo los factores (Componentes Principales) con un *eigenvalue* superior a 1 son 6 (son los que se seleccionarían con el procedimiento de Gutman-Kaiser programado por defecto en el SPSS), pero a partir del factor 2 hay una clara inflexión en la línea descendente, por lo que podemos rotar dos factores en vez de seis. Dos factores explicarán menos varianza que seis, pero la estructura será más clara e interpretable.

Si no está claro el punto de inflexión de la curva (algo que sucede con frecuencia), podemos probar haciendo varios análisis factoriales con más o menos factores (en torno al punto de inflexión) para verificar cuál nos da una solución conceptualmente más clara. Para algunos autores, y a pesar de su imprecisión, éste es de hecho el procedimiento preferible para determinar el número de factores (Costello y Osborne, 2003, 2005). A diferencia del procedimiento más usual de Guttman-Kaiser, no son los valores absolutos de las varianzas o *eigenvalues* sino los valores relativos los que se tienen en cuenta. Con menos factores la estructura quedará posiblemente más clara aunque disminuye la proporción de varianza explicada por todos los factores. La limitación de este procedimiento (*scree test*) es su subjetivismo pues no siempre hay un claro punto de inflexión en la curva[11]; aun así es preferible al de Kaiser pues no parece afectado por el número de variables (Ledesma y Valero-Mora, 2007). Henson y Roberts (2006) en una revisión de 60 análisis factoriales encuentran que el 56.7 % utilizan el criterio de Kaiser y el 35.0 % el *scree test* (*gráfico de sedimentación*).

---

10 *Scree plot* en ingles. Una de las opciones del SPSS es pedir el *gráfico de sedimentación*.

11 Estos y otros procedimientos pueden verse comentados y evaluados en los autores citados (Kline, 1994:74; Nunnally y Bernstein, 1994:482; Costello y Osborne, 2005).

c) En conjunto la alternativa para determinar el número de factores que parece preferible es el *Paralell Analysis* de Horn (1965), recomendado por la política editorial de algunas revistas (como *Educational and Psychological Measurement,* Thompson y Daniel, 1996) y avalado por numerosas investigaciones (Ledesma y Valero-Mora, 2007). La dificultad práctica ha estado en disponer del programa apropiado que ya está disponible en Internet[12]. Thompson y Daniel (1996) también recomiendan utilizar más de un criterio para determinar el número de factores.

3.7. Criterios para valorar la magnitud de las correlaciones variable-factor

Los *pesos* o *cargas (loading* o *weights* en inglés) de las variables que definen un factor son y se interpretan como los *coeficientes de correlación* de cada variable con cada factor. Podríamos valorar estos coeficientes como cualquier otro coeficiente de correlación (con N = 100 una correlación de .20 más o menos ya es estadísticamente significativa), pero estos coeficientes tienen unos errores típicos mayores que los coeficientes normales, por lo que debemos valorarlos con criterios más estrictos. Aunque no hay un valor óptimo de referencia, hay que distinguir entre *significación estadística* y *relevancia práctica*. Desde el punto de vista de la relevancia suele considerarse un valor en torno a .30 como mínimo (explicaría aproximadamente el 10% de la varianza); en torno a .40 ya es más relevante, y valores en torno a .50 son ya de clara relevancia práctica y definen bien el factor; estas orientaciones pueden encontrarse en muchos autores (como Hair y otros, 1999).

El tamaño de la muestra y el número de variables (ítems) también son datos que hay que tener en cuenta para valorar estos coeficientes. En general a mayor número de sujetos los coeficientes pueden ser menores aunque no inferiores a .30 para tenerlos en cuenta como representativos de un factor (Kline, 1994:52) o entre .30 y .35 (Spector, 1992, Costello y Osborne, 2005).

Un criterio puede ser éste: con N = 100, podemos considerar valores *relevantes* los que están en torno a .50, con N = 200 nos bastan valores de .40 y con 300 sujetos .30 es suficiente; estos valores son orientativos (pueden verse criterios más específicos en Hair y otros, 1999:100). Si un ítem tiene pesos no pequeños (en torno a .30 o poco más) en más de un factor (*crossloader*), posiblemente lo mejor es suprimirlo cuando se está preparando un instrumento y se busca una estructura clara.

También tiene que ver el número de variables: a mayor número de variables y factores, serán aceptables valores menores. Cuando hay muchos factores, los ítems o variables que definen los *últimos factores* deben tener pesos mayores para ser tenidos en cuenta.

En factores rotados *oblicuos* los pesos suelen ser menores; hay autores que sugieren un .20 como mínimum, pero .30 parece un mínimo aceptable (Nunnally y Bernstein, 1994:501).

En el caso de *Componentes Principales* (con *unos* en la diagonal de la matriz) los pesos en los factores tienden a ser artificialmente grandes (sobre todo cuando el número de variables va siendo inferior a unas 20), aunque las variables que los definen tengan correlaciones bajas entre sí; en este caso un valor prudente para tener en cuenta las variables que definen el factor no debe ser inferior a .40, sobre todo si las variables son pocas (en este caso, antes de las rotaciones, suele interesar examinar el primer factor).

Puede suceder también que dos variables tengan pesos grandes en un mismo factor, por ejemplo de .50, y aparentemente contribuyen a definir este factor, y a la vez una tiene un peso de

[12] Mediante un procedimiento de simulación (Monte Carlo) se genera un número grande de factores y se retienen aquellos cuya varianza (*eigenalue*) supera a la del 95% de los factores generados aleatoriamente. El programa disponible en Internet es el *ViSta-PARAN* (http://www.mdp.edu.ar/psicologia/vista/) (Ledesma y Valero-Mora, 2007).

-.50 en un segundo factor y la otra un peso de .50 en el mismo segundo factor; esta situación (dos variables con pesos grandes en dos factores y en un caso con signos opuestos) puede estar indicando que la correlación entre las dos variables es muy baja (Nunnally, 1978:434). Para seleccionar los ítems que definen mejor un factor conviene fijarse *también* en sus intercorrelaciones, y no sólo en los pesos en el factor, al menos en casos en los que los resultados del análisis factorial no se ven claros.

3.8. Número mínimo de variables para definir un factor

Los factores se consideran bien definidos cuando al menos *tres variables* tienen en él sus mayores pesos (Kim y Mueller, 1994; Costello y Osborne, 2005). Si concebimos un factor como un *constructo subyacente* que explica las correlaciones entre los ítems, no tiene sentido hablar de un factor formado por un solo ítem: esto querría decir que ese ítem no se relaciona de manera especial con los demás factores (o *grupos de variables).* Al menos hacen falta *dos variables* para poder hablar de algo *común.* Un factor *sólido* vendría definido por unos 5 ítems con pesos de .50 o más en el factor.

3.9. Análisis factorial de variables dicotómicas

a) El análisis factorial supone variables continuas, por lo que en principio no se debería aplicar a variables dicotómicas (coeficientes de correlación *phi,* ϕ). Es más, las variables continuas (ítems) deben tener preferiblemente al menos cuatro valores. El análisis factorial con variables dicotómicas se puede utilizar solamente para comprobar *tendencias relacionales,* cómo tienden a agruparse las variables, pero realmente no encajan en principio dentro del modelo del análisis factorial (Kim y Mueller, 1994).

b) El coeficiente *phi* (ϕ) es una forma particular del coeficiente *producto-momento* r de Pearson (es este mismo coeficiente aplicado a datos dicotómicos), y en este sentido hay autores que consideran legítimo el uso del análisis factorial con este tipo de datos y así es frecuente hacerlo. En cualquier caso estos coeficientes sólo alcanzan el valor máximo de *uno,* aunque haya perfecta relación, cuando la proporción de respuestas afirmativas (o de *unos)* es idéntica a la de respuestas negativas (o de *ceros),* y esto hace que los factores resultantes sean menos precisos y fiables (Kline, 1986).

Una manera de obviar las limitaciones de los ítems dicotómicos es *agruparlos* en *clusters* homogéneos (a cada sujeto se le suman las respuestas a los ítems de cada *cluster*); la variable formada, por ejemplo, por tres ítems dicotómicos, tendría como posibles valores 0, 1, 2 y 3.

c) El análisis factorial puede también llevarse a cabo con otros coeficientes de correlación equivalentes al coeficiente r de Pearson, como son el coeficiente de correlación *biserial-puntual* (una variable dicotómica y otra continua) y el coeficiente *rho* (ρ) de Spearman (que equivale al coeficiente r aplicado a datos ordinales). No puede en cambio aplicarse a la correlación *tetracórica*, que no equivale algebraicamente al coeficiente r de Pearson (Kline, 1986, 1994).

3.10. Puntuaciones directas y puntuaciones factoriales

a) Cuando descomponemos una escala o test en factores, además de examinar la estructura que el análisis factorial pone de manifiesto, puede interesar hacer otras comprobaciones, como verificar cómo se relacionan los factores, considerados como subescalas, con terceras variables (pueden tener distinta *validez,* distinto valor predictivo, etc.), o comparar muestras en los diversos factores. Para esto necesitamos conocer la puntuación de cada sujeto en cada factor. Esto se puede hacer de dos maneras:

1º Utilizando las *puntuaciones factoriales* (suelen estar programadas); en este caso se utilizan *todos* los ítems, pero ponderados debidamente según de qué se factor se trate;

2º Utilizando las *puntuaciones directas* (sin ningún tipo de ponderación) *pero solamente en los ítems seleccionados* como mejor definidores del factor.

b) Aunque ambos tipos de puntuaciones tienen su lugar y su utilidad, como recomendación general puede aconsejarse el uso más sencillo de las puntuaciones directas: la puntuación de un sujeto en un factor es la suma de sus respuestas a los ítems seleccionados para definir ese factor. Esta práctica equivale a asignar ponderaciones de 1 a los ítems si definen el factor, o de 0 si no lo definen. Esta recomendación la vemos en autores como Nunnally (1978), Gorsuch (1986b) y Kline (1994:64). Las razones para recomendar el uso de las puntuaciones directas suelen ser:

1º Las puntuaciones factoriales no son *perfectas* porque: a) factores *menores,* no relacionados con el rasgo medido, afectan también a las correlaciones inter-ítem que a su vez afectan las correlaciones ítem-factor; estas puntuaciones factoriales no hay que interpretarlas por lo tanto como puntuaciones *puras* y *precisas* y además b) los datos obtenidos en una muestra no van a ser idénticos a los obtenidos en una muestra subsiguiente.

Lo más razonable puede ser uniformar los pesos simplificándolos (1 para los ítems que definen el factor y 0 para los demás) que equivale a utilizar las puntuaciones directas (Kim y Mueller, 1994; Rosenthal y Rosnow, 1991:552).

En definitiva un factor no es otra cosa que la combinación lineal (la suma) de las variables que mejor lo definen (Nunnally, 1978:430).

2º La fiabilidad de las puntuaciones factoriales suele ser sistemáticamente mayor que la fiabilidad de las puntuaciones directas, pero no mucho mayor (Armor, 1974); por otra parte la fiabilidad de las puntuaciones directas se puede aumentar añadiendo más ítems o aumentando el número de respuestas; esto, y en este contexto, lo advierte Nunnally (1978).

3º En general el ponderar los ítems (y las puntuaciones factoriales son puntuaciones ponderadas) no repercute de manera apreciable, ni en su fiabilidad ni en su validez, cuando la ponderación es idéntica para cada sujeto y los ítems son bastantes y con correlaciones positivas entre sí (como suele suceder en los tests y escalas) (Stanley y Wang, 1970; Wang y Stanley, 1970; Rahim y Psenicka, 1984; Aamont y Kimbrough, 1985). Lo más práctico por lo tanto parece ser utilizar las puntuaciones directas, sumando a cada sujeto sus respuestas a los ítems seleccionados como definitorios de cada factor (un *punto de corte* habitual para seleccionar estos ítems suele ser una correlación o peso de .30 en el factor)[13].

Cuando los factores no están definidos por el mismo número de ítems (como es habitual), se recomienda calcular para cada sujeto su media en cada factor (suma de sus respuestas a los ítems del factor dividida por el número de ítems del factor); de esta manera se pueden comparar entre sí las puntuaciones de cada sujeto (o medias de grupos) en los distintos factores (DiStefano, Zhu y Mîndrilă, 2009).

3.11. Análisis factorial y comprobación de la validez de constructo

Ya hemos indicado que el análisis factorial ayuda a establecer la validez de constructo; de hecho el análisis factorial suele proponerse como uno de los métodos de validación de constructo (Nunnally, 1978:112; Stapleton, 1997a).

Hay que distinguir dos usos del análisis factorial en el contexto de la validez:

1º El análisis factorial del instrumento, en el que los ítems son la unidad de análisis.

[13] Un tratamiento más amplio y matizado sobre las puntuaciones directas y factoriales para obtener una puntuación en cada factor puede verse en DiStefano, Zhu y Mîndrilă (2009)

2º El análisis factorial del instrumento *junto con otros instrumentos,* y en este caso el instrumento o escala es la unidad de análisis.

1º *El análisis factorial del instrumento*

a) El mero hecho de hacer un análisis factorial no prueba la validez de constructo, no se puede aducir que se ha *validado un instrumento* (expresión común aunque muy impropia) por el simple hecho de hacer un análisis factorial.

b) El análisis factorial sí nos permite comprobar (o con más propiedad nos ayuda a *apreciar)* si estamos midiendo lo que decimos que medimos, 1) al clarificar los aspectos que subyacen a una serie de variables (los factores), 2) qué variables o ítems definen cada factor y 3) cómo estos factores están relacionados entre sí. El análisis factorial *clarifica la estructura del instrumento y del constructo* tal como lo hemos concebido y pretendemos medirlo. El exponer la *estructura* interna de las variables nos permite examinar el significado de lo que estamos midiendo y nos puede sugerir revisiones del instrumento y mejorarlo.

Este tipo de confirmación de la validez tiene más que ver con la *validez lógica o aparente* que con la experimental en sentido propio; el *significado* de lo que medimos hay que corroborarlo con criterios externos.

c) No podemos concluir del hecho de encontrar varios factores que la escala es *multidimensional* (Nunnally y Bernstein, 1994:316); es decir que mide constructos distintos y bien diferenciados. Los diversos factores son compatibles con un claro significado único y de clara interpretación de toda la escala, de manera análoga a como los ítems con formulaciones distintas son expresiones legítimas del mismo rasgo común. Con frecuencia los factores agrupan a los ítems con formulaciones muy parecidas y las diferencias *conceptuales* entre factores no son muy distintas a las lógicas y pretendidas diferencias entre los ítems. Otras veces los factores, algunos al menos, reflejan peculiaridades en la formulación de los ítems, como la formulación *a favor* o *en contra* del objeto de la actitud. En estos casos puede ser incluso impropio hablar de *subconstructos*. Siempre hay que hacer una *valoración racional* sobre el significado de los factores.

d) Es útil examinar las correlaciones entre factores. Los ítems de un factor pueden tener una correlación con el total (en el análisis de ítems) semejante a la del resto de los ítems del mismo factor y sin embargo diferenciarse mucho de los otros factores; en este caso se puede plantear como hipótesis que no miden el mismo rasgo que se pretende medir con todos los ítems. En este sentido el análisis factorial (y la mera inspección de la matriz de correlaciones entre los ítems) puede complementar la información del análisis de ítems.

d) Si partimos de manera explícita y *bien fundamentada* de una estructura hipotética sobre la estructura del constructo (número y composición de los factores) el *análisis factorial confirmatorio* puede confirmarnos (o no) nuestra hipótesis (Stapleton, 1997b), pero este análisis no debe utilizarse sin una buena justificación.

e) Se pueden utilizar (y se utilizan de hecho con frecuencia) los factores como medidas independientes en otros estudios; algunos factores pueden discriminar entre tipos de sujetos, o tener correlaciones distintas con otros criterios y ser por lo tanto de *utilidad* distinta.

Si utilizamos las *puntuaciones factoriales*, se trata de *escalas factoriales* en sentido propio; si (lo que es más frecuente) nos limitamos a sumar a los sujetos sus respuestas a los ítems que mejor definen cada factor (equivale a ponderar los ítems 1 ó 0) el término apropiado es el de escalas *basadas* en el análisis factorial *(factor-based scales,* Kim y Mueller, 1994).

f) Tenemos una base empírica más clara para considerar la escala como *pluridimensional,* es decir, que distintos ítems miden con claridad *subconstructos* o distintos aspectos del mismo rasgo, si los distintos factores;

1º Tienen una fiabilidad (α) aceptable (sumando a los sujetos sus respuestas a los ítems que definen cada factor)

2º Correlacionan de manera claramente distinta con otros criterios.

Aquí hay que hacer una valoración de todos los datos para decidir si se puede hablar de un único rasgo; también puede suceder que el rasgo inicial esté mal definido y haya que diferenciar conceptos e instrumentos (para no confundir, como ejemplo hipotético, *asertividad* y *agresividad,* o *competitividad* y *motivación de logro,* etc.). Es oportuno recordar que los rasgos, tal como los conceptualizamos y medimos, admiten niveles de complejidad.

La pluridimensionalidad que nos puede mostrar el análisis factorial (y también la complejidad meramente conceptual) es compatible con una interpretación unidimensional de todo el instrumento que puede medir un rasgo más general (pero bien definido) y que a la vez puede descomponerse para medir aspectos más específicos del mismo constructo (de manera análoga a como podemos contar *naranjas* y *manzanas* por separado, o juntar manzanas y naranjas y contar *frutas*).

Tanto la escala compuesta por todos los ítems como las subescalas formadas por los factores pueden tener tanto una fiabilidad aceptable como una validez suficientemente apoyada empíricamente. El uso de algunos factores como escalas distintas depende de su utilidad y oportunidad en cada situación; de hecho es frecuente ver utilizados estos factores como instrumentos independientes en numerosas investigaciones.

2º *El análisis factorial de varios instrumentos*

El análisis factorial es especialmente útil para examinar varios instrumentos simultáneamente y es aquí donde cabe con más propiedad hablar del análisis factorial como método de *comprobación de la validez,* es decir del *significado* de lo que mide nuestro instrumento. En un sentido estricto, el significado no nos lo confirma o prueba el mero análisis factorial de los ítems porque no tenemos un criterio externo al mismo instrumento.

En este caso la unidad de análisis no son los ítems, sino los instrumentos completos. Los mismos sujetos responden a varios instrumentos:

a) El de creación propia cuya validez deseamos verificar,
b) Otros (dos o tres, o más) que supuestamente miden el mismo rasgo; no deben en principio incluir ítems comunes porque aumentan las correlaciones artificialmente.
c) Otros instrumentos que miden rasgos distintos y que pueden ser de otros ámbitos (por ejemplo tests de personalidad; otras actitudes)

El análisis factorial de todos los instrumentos nos mostrará si nuestro instrumento se alinea en el mismo factor con los instrumentos que supuestamente miden el mismo rasgo (o *ámbito conceptual*) aunque sea con matices muy distintos, y a la vez nos lo sitúa en un *espacio factorial* más amplio que ayuda a la comprensión del mismo significado. Ésta sí es una forma de comprobación experimental del *significado* (validez de constructo) de nuestro instrumento.[14]

Un inconveniente de este enfoque es que hace falta una muestra de sujetos suficientemente grande que responda con seriedad a bastantes tests y esto en la práctica no es tan

[14] Puede verse un ejemplo en Kline (1994:104).

fácil de conseguir. Caben adaptaciones más modestas de este enfoque, y en vez de tests se pueden utilizar subescalas o modos más sencillos de obtener datos de bastantes rasgos (diferencial semántico, una serie de indicadores del mismo rasgo, preguntas únicas pero claras y amplias, etc.), pero no es lo mismo que utilizar tests y escalas bien conocidas y de validez comprobada en otros estudios.

Un procedimiento análogo es el uso del análisis factorial en el análisis de la *matriz multi-rasgo multi-método* de Campbell y Fiske (1959). Con este enfoque de validación se miden varios rasgos distintos con métodos distintos (habitualmente se trata de tres rasgos y tres métodos); un método suele ser tests y escalas convencionales y los otros dos métodos suelen ser más sencillos; en definitiva lo que se espera es que los rasgos, medidos de distintas maneras, tengan entre sí correlaciones mayores que los métodos entre sí; este enfoque integra la validez convergente y la validez divergente. Esta estrategia de validación, con diversas adaptaciones, es muy utilizada[15]. El análisis factorial es una buena alternativa al método de análisis propuesto por estos autores (basado en la inspección de la matriz de correlaciones); lo que se puede esperar es que los mismos rasgos aparezcan en los mismos factores independientemente del método de medición[16].

3.12. Análisis factorial y la construcción de tests y escalas

El análisis factorial se ha propuesto como método no de análisis sino de construcción de tests y escalas: se lleva a cabo un análisis factorial con un número grande de ítems y se escogen como punto de partida los que tienen sus pesos mayores en el mismo factor con el propósito de construir un instrumento claramente unidimensional.

Cuando se adopta este procedimiento, lo que se aconseja es no construir un solo instrumento sino varios simultáneamente con la misma muestra; todos los ítems se analizan en el mismo análisis factorial; cada factor (o algunos factores) darán origen a varios instrumentos independientes. Un inconveniente de este enfoque es que los ítems serán necesariamente muchos y harán falta muestras muy grandes. Un peligro que también señalan varios autores es el excesivo *empiricismo* de este enfoque.

Este procedimiento lo desaconsejan buenos autores (Nunnally, 1978:274; Kline, 1994:126) que prefieren enfoques más racionales como punto de partida (descripción inicial del rasgo, análisis de ítems, etc.) buscando una unidimensionalidad lógica y con confirmación experimental, y dejando el análisis factorial para análisis posteriores.

3.13. Cautelas en la interpretación del análisis factorial

a) *Signos de las correlaciones ('pesos') ítem-factor*

Los signos (signo *más* o signo *menos)* de los pesos (correlación ítem-factor) no tienen significado especial. Si hay variables con signos opuestos en el mismo factor quiere decir que se relacionan con el factor (y lo definen) de manera opuesta; la interpretación es la misma que haríamos con cualquier coeficiente de correlación. En el análisis factorial de tests y escalas, cuando se observan signos opuestos donde no se esperan, se puede revisar la codificación (*clave de corrección* de los ítems, en números) de los datos, que en algunos casos puede estar invertida (o puede haber un error en la codificación) y no ser la más apropiada para interpretar los datos con facilidad.

---

[15] En 1992 el artículo de Campell y Fiske, de 1956, encabezaba la lista de publicaciones más citadas en el *Psychological Bulletin* (Sternberg, 1992).

[16] Una exposición y evaluación del análisis factorial como complemento o alternativa al análisis de la *matriz multi-rasgo multi-método* puede verse en Marsh y Hocevar (1983).

b) *Heterogeneidad de la muestra*

Si la muestra es heterogénea con respecto a variables importantes (sexo, nivel educacional, etc.), los factores resultantes pueden estar producidos por diferencias en estas variables. La heterogeneidad de la muestra debe ser del mismo estilo que la de la población a la que se van a generalizar los resultados; en general los resultados son más fácilmente interpretables si la muestra es homogénea en las variables que se consideran importantes o que pueden influir en la variable objeto del análisis. Estas variables, como el sexo (1 ó 0) se pueden incluir en el análisis correlacional previo y comprobar así cómo se relacionan con el resto de las variables (ítems).

c) *Significación estadística y significación conceptual*

En la interpretación de los factores, como dimensiones básicas que explican la estructura que subyace a las variables, no hay que olvidar que el análisis factorial, como todos los métodos estadísticos, opera a un nivel puramente estadístico y no conceptual. Las *consideraciones estadísticas* solas no garantizan unos resultados con *significación conceptual:* la relevancia de un factor no depende de sus características estadísticas, sino del contenido teórico de las variables que, en cuanto tal, no entra en el análisis numérico (Heisse, 1974).

Los factores resumen *consistencias* conductuales (u *opinativas* si nos referimos literalmente a las escalas de actitudes) y no indican necesariamente entidades causales subyacentes y estables, como tampoco indican que las variables-ítems que tienen su pesos mayores en un factor lo estén describiendo *al mismo nivel,* como si se tratara de indicadores equivalentes del mismo rasgo. Dos variables con pesos importantes en el mismo factor pueden estar relacionadas entre sí porque hay una relación de efecto a causa, no porque *midan lo mismo* (McDonald, 1981).

d) *Indeterminación de la estructura factorial*

Los factores solemos denominarlos fijándonos en el *significado común* de las variables que tienen sus pesos mayores en cada factor. Y nuestra interpretación suele ser que los factores nos describen la *estructura* que subyace a las diversas variables.

Sin embargo el análisis factorial no nos da un *retrato fiel* de la realidad subyacente. Si añadimos nuevas variables podremos ver que o bien se mantienen los factores, y quizás haya que matizar o cambiar su significado, o bien cambia la estructura. Si eliminamos alguna variable, puede suceder que desaparezca un factor, y las otras variables que definían el factor desaparecido pasan a contribuir a la definición de los otros factores. Y otras variables distintas pueden conformar los mismos factores. No hay por lo tanto una representación clara de una supuesta *realidad objetiva;* queda una cierta indeterminación si lo que pretendemos es *fijar* una estructura. El análisis factorial no puede darnos una visión nítida y no ambigua sobre cómo funciona la realidad. El puro empiricismo tiene unos límites bien claros.

En realidad el análisis factorial exploratorio no prueba teorías, sino que más bien las sugiere como hipótesis que habría que contrastar, y en este sentido el análisis factorial confirmatorio puede ser una buena ayuda, aunque no hay una solución que podamos llamar técnica (una explicación más completa puede verse en Gaviria, 1991).

Por este tipo de consideraciones Anastasi (1985), analizando las tendencias emergentes en psicometría, insiste en el carácter *descriptivo* del análisis factorial y en un uso más flexible del mismo.

3.14. Otras formas de plantear el análisis factorial

Los tipos de análisis factorial más comunes y a los que nos hemos referido hasta ahora se denominan *técnicas R*. En estos planteamientos en los datos iniciales tenemos una muestra de sujetos (N, son las *filas)* con puntuaciones en una serie de variables (ítems, tests, etc.; *columnas)*. La matriz de correlaciones inicial (previa al análisis factorial) muestra las correlaciones entre las columnas (entre los ítems, entre las distintas variables). Hay también otros planteamientos del análisis factorial que pueden ser de interés.

a) *Técnica P:* las *columnas* no son variables distintas, sino que se trata de la misma variable; los sujetos son *medidos (observados)* en diferentes intervalos de tiempo o en diferentes circunstancias en la misma característica. En vez de *sujetos* las filas pueden representar *grupos* que tienen *medias* en la misma variable pero en diferentes tiempos o circunstancias. Estos análisis son útiles en estudios longitudinales, para analizar *tendencias,* procesos, etc.

b) *Técnica O:* es semejante a la técnica P; los sujetos responden a (o son observados en) lo mismo pero desde diversas perspectivas. Un ejemplo concreto (Nunnally, 1955): los sujetos responden a una escala de autoconcepto de diversas maneras, *cómo soy realmente, cómo me ven mis padres,* etc. (hasta 16 *puntos de vista)*. El análisis factorial mostró en este caso tres factores o *tres perspectivas básicas del autoconcepto.*

c) *Técnica Q:* las correlaciones iniciales se hacen *entre los sujetos* y no entre las variables. Comparando este procedimiento con el habitual, es como convertir a los sujetos en variables (en *columnas)* y a las variables en sujetos (en *filas)*. Los factores indicarían cómo *se agrupan* los sujetos por afinidades o semejanzas o *escuelas de pensamiento* (un ejemplo concreto puede verse en Fiedler, 1950). En la técnica Q son los sujetos los que tienen *pesos* en los diversos factores. Cada factor es una *persona hipotética* o un *modelo-tipo,* con el cual se identifican más o menos los sujetos reales que han respondido.

Esta variante del análisis factorial convencional tiene sus peculiaridades por lo que respecta a qué puntuaciones directas se deben utilizar o cómo obtenerlas (las medias y desviaciones en cada variable deben ser iguales; esto se puede conseguir si los sujetos *ordenan* las variables y de otras maneras) por lo que conviene consultar textos que especifican más estas técnicas (como Nunnally, 1978; Nunnally y Bernstein, 1994; Minke, 1997; un ejemplo con muestras pequeñas en Kline, 1994:146). Muchos investigadores prefieren el *cluster analysis* a la técnica Q, debido a los problemas que presenta (Garson, 2003).

También en la técnica Q el número de variables debe ser mayor que el número de sujetos; al menos el número de variables debe ser el doble que el número de sujetos (Kline, 1994:78) (el N *real* son las variables que *deberían ser* una muestra de un universo de variables); esto no es fácil de conseguir y además también son cuestionables las interpretaciones habituales en estadística inferencial. Sin embargo con estos métodos pueden resultar interesantes *análisis descriptivos.*

d) El análisis factorial convencional parte de una *matriz de correlaciones*. Lo normal es introducir en el ordenador los datos directos de los sujetos. Existen sin embargo otras posibilidades sobre los datos que se pueden introducir en un ordenador o que son susceptibles de análisis factorial:

1. Si el programa lo permite, se puede introducir directamente en el ordenador una *matriz de correlaciones ya conocida.* Además de obtener los datos directamente, muchas veces uno se encuentra con matrices ya calculadas[17].

2. También se puede hacer el análisis factorial a partir de una tabla 2x2 de *proporciones conjuntas* (proporción de acuerdo en dos variables simultáneamente) en vez de coeficientes de correlación. También se puede hacer lo mismo con los valores de D *(distancia euclidiana,* medida de semejanza o *distancia)* que se obtienen a partir del Diferencial Semántico de Osgood.

4. Interpretación del análisis factorial en una escala de actitudes

Los conceptos e interpretación del análisis factorial, y los cálculos complementarios que pueden hacerse, los explicamos mediante el análisis de una breve escala de *actitud hacia la democracia.*

Esta escala, puesta como ejemplo metodológico, está compuesta por seis ítems tomados de una escala mayor (38 ítems y σ = .93, N = 323, de 15 a 17 años, varones)[18]. Suponemos que la selección de los ítems se ha hecho mediante el sistema habitual (correlación ítem-total) y que *después* hacemos el análisis factorial (como recomiendan Nunnally, 1978 y Kline, 1994), aunque para construir una escala multidimensional (dividida en *subconstructos* aunque haya un mismo constructo general) a partir de muchos ítems, sí es útil el análisis factorial como segundo punto de partida después del análisis de ítems.

	ítems	M	σ	r_{it}
1 (-)	El mejor sistema de gobierno sería una dictadura en la que los líderes estuvieran muy bien escogidos y no tuvieran ambiciones personales.....	3.11	1.56	.694
2 (+)	El mejor sistema de gobierno de un país es sin duda alguna el democrático.....	2.42	1.25	.475
3 (-)	Los gobiernos autoritarios son los que mejor protegen a la gente modesta y con poca educación, que es presa fácil de propagandas y demagogias	3.52	1.34	.525
4 (+)	Los partidos políticos son necesarios para poder encauzar las diversas maneras de opinar en política	2.54	1.31	.602
5 (-)	Digan lo que digan, a la hora de la verdad no hay mejor sistema de gobierno que una buena dictadura	3.77	1.46	.698
6 (+)	Con todos sus defectos, el sistema democrático es el mejor sistema de gobierno.....	3.35	1.45	.642
	Datos de los totales: N = 323 M = 18.73, σ = 6.20, α = .933			

Tabla I: datos descriptivos de los ítems y de la escala

La selección de los ítems está hecha de manera que la mitad tenga formulación positiva (*máximo acuerdo* = 5) y la otra mitad formulación negativa (*máximo acuerdo* = 1). En el tabla I figuran los ítems, medias, desviaciones, correlación ítem-total y datos de los totales de la escala. El signo *más* indica que la formulación es positiva (el estar de acuerdo es una opinión favorable a la democracia) y el signo *menos* indica formulación negativa (el estar de acuerdo es una opinión desfavorable a la democracia).

En la tabla II tenemos la matriz de intercorrelaciones de los ítems.

[17] En Garson (2003) puede verse cómo utilizar el SPSS para hacer un análisis factorial a partir de una matriz de correlaciones.

[18] Diversos análisis más completos de la escala original en Morales (2006::597); los ítems seleccionados aquí tienen simplemente el valor de ejemplo ilustrativo. El análisis factorial completo de una versión de 16 ítems de la misma escala puede verse en García Jiménez, Gil Flores y Rodríguez Gómez (2000).

	1	3	5	2	4	6
1	1	.510	.729	.358	.422	.504
3	.510	1	.548	.217	.337	.358
5	.729	.548	1	.283	.418	.541
2	.358	.217	.283	1	.553	.436
4	.422	.337	.418	.553	1	.547
6	.504	.358	.541	.436	.547	1

Tabla II: matriz de intercorrelaciones

Si examinamos con detención esta matriz de intercorrelaciones podemos observar que el ítem 1 tiene su mayor correlación con el 5; es la mayor de la tabla; la segunda correlación mayor del ítem 1 es con el 3. El ítem 3 a su vez tiene una de sus mayores correlaciones con el 5, y también la tiene alta, al menos en términos relativos, con el 1. Podemos concluir que los ítems 1, 3 y 5 están *muy relacionados* entre sí.

En la tabla III tenemos la misma matriz de intercorrelaciones pero reordenando los ítems, de manera que aparezcan juntos los que aparecen más relacionados entre sí.

	1	3	5	2	4	6
1	1	.510	.729	.358	.422	.504
3	.510	1	.548	.217	.337	.358
5	.729	.548	1	.283	.418	.541
2	.358	.217	.283	1	.553	.436
4	.422	.337	.418	.553	1	.547
6	.504	.358	.541	.436	.547	1

Tabla III: matriz de intercorrelaciones reordenada

En la tabla III están en negrita las correlaciones mayores de cada ítem. Se observa enseguida que los ítems 1, 3 y 5 tienen entre sí mayores correlaciones que con los demás, y lo mismo sucede, en un grado algo menor, con los ítems 2, 4 y 6.

Como cálculo indicativo podemos hallar la *correlación media* de cada grupo de ítems entre sí y con el otro grupo, y tenemos que:

correlación media entre los ítems 1, 3 y 5 entre sí: .59
correlación media entre los ítems 2, 4 y 6 entre sí .51
correlación entre los dos grupos de ítems: .38

Está claro que los ítems de cada grupo correlacionan más entre sí que con los demás. Estas *agrupaciones (clusters)* de ítems se pueden observar con cierta facilidad en matrices pequeñas, como la de este ejemplo, y solamente si están claras. Con un conjunto grande de ítems es muy difícil observar estas *tendencias relacionales*.

Con los procedimientos de *cluster analysis* podemos llegar a estas agrupaciones (que nos descubren la estructura del conjunto), simplemente operando con la matriz de correlaciones, pero estos procedimientos son bastante imprecisos[19]. Es el análisis factorial el que con más riqueza de información nos dice cómo tienden a agruparse las variables. Con los datos del ejemplo anterior esperamos encontrar dos factores.

En la tabla IV tenemos los factores sin rotar *(Componentes Principales),* y en la tabla V los factores rotados (rotación ortogonal *Varimax).*

[19] Un ejemplo sencillo de cluster análisis en Morales (2008:171ss).

4.1. Interpretación común a los factores sin rotar y rotados (tablas IV y V)

Los dos tipos de análisis factorial, sin rotar y rotados, tienen usos específicos, pero en ambos casos la interpretación básica de los datos es la misma. En programas de ordenador aparecen más resultados de los que exponemos aquí; nos limitamos a los más importantes y básicos, y que consideramos suficientes para una interpretación básica del análisis factorial.

1º. Lo primero que advertimos es el *número de factores*. En este caso tenemos dos factores (o dos variables hipotéticas) que explican la diversidad de respuestas a la escala original. Podemos imaginar que estos dos factores indican que los seis ítems podrían reducirse a *dos preguntas básicas* que resumen todo el cuestionario. Esta interpretación estará más clara en los factores rotados.

item	Factor I	Factor II
nº 1	-.813	-.289
nº 3	-.666	-.446
nº 5	-.814	-.368
nº 2	-.617	.616
nº 4	-.733	.436
nº 6	-.772	.169
Σh^2: *(raíz característica)*	3.281	1.016
$\Sigma h^2/6$ (proporción de varianza explicada por cada factor)	54.68%	16.93%
Proporción total de varianza explicada:	54.68 + 16. 93 = 71.61%	

Tabla IV Factores sin rotar
(*Componentes principales*)

item	Factor I	Factor II
nº 1	-.**812**	.292
nº 3	-.**797**	.077
nº 5	-.**863**	.231
nº 2	-.086	**.868**
nº 4	-.290	**.802**
nº 6	-.489	**.620**
Σh^2: *(raíz característica)*	2.37	1.93
$\Sigma h^2/6$ (proporción de varianza explicada por cada factor)	39.5%	32.1%
Proporción de varianza con respecto a la varianza explicada total	39.5 / 71.61 = 55.2 %	32.1 / 71.61 = 44.8 %
Index of Fit (IFFS)	.721	.850

Tabla V Factores rotados
(*Varimax*)

El programa de ordenador extrae por defecto los factores que expliquen más varianza que la que explica un solo ítem (un *eigenvalue* o varianza >1). Se trata con este análisis de *reducir* la matriz de intercorrelaciones para facilitar su interpretación; si obtuviéramos todos los factores posibles, estaríamos en el punto de partida, con tantos factores como ítems.

El número de factores y la proporción de varianza total explicada por todos los factores aparecen ya en los factores sin rotar; estos datos no variarán con las rotaciones.

2º. Los *pesos* o *cargas* (*loadings* en inglés) de cada ítem en cada factor. Se trata en realidad de *coeficientes de correlación* y se interpretan de la misma manera. En los factores rotados están puestos en negrita los coeficientes correspondientes a los ítems que mejor definen cada factor; los ítems *pertenecen* (definen) al factor donde tienen el peso *mayor* y que en ningún caso debe ser muy inferior a .40; para Gorsuch (1983, p. 208) una correlación ítem-factor de .35 es suficiente para asumir la relación ítem-factor e interpretarlo con claridad, y Kline (1994) señala .30 como un valor orientador aceptable.

3º. La *proporción de varianza* que explica cada factor y la que explican todos los factores. Explicamos los términos referidos a la varianza:

Σh^2: es la suma de los *pesos* (o coeficientes de correlación) de cada ítem con cada factor previamente elevados al cuadrado (sumamos los valores de cada columna). Suele simbolizarse como λ *(lambda,* letra *ele* griega). La suma Σh^2 del factor l se simboliza λ_1, el del factor II, λ_2, etc. Este valor se denomina de diversas maneras (raíz característica, autovalor, *eigenvalue).* Lo importante es que este valor expresa la *cantidad de varianza* que ese factor explica; es la varianza del factor.

$\frac{\Sigma h^2}{k}$: indica la proporción de varianza explicada por ese factor; k es el número de variables, seis en este caso.

La suma de estas proporciones ($\Sigma\Sigma h^2/k$) indica la proporción de varianza explicada por todos los factores extraídos. En este caso un 71.61% de varianza explicada es una proporción relativamente alta (suele suceder en escalas con pocos ítems y muy relacionados entre sí). Si el cálculo de $\Sigma h^2/k$ lo hacemos en cada fila (y k sería ahora el número de factores) tendríamos la proporción de varianza de cada ítem explicada por los factores extraídos (y que no aparece en las tablas IV o V). Estas proporciones se denominan *comunalidades* de los ítems, y su suma debe ser la misma que si el cálculo lo hemos hecho, como antes, con los factores. Estas *comunalidades* de los ítems suelen darlas también los programas de ordenador.

4.2. Interpretación específica de los factores sin rotar y rotados

En esta interpretación tenemos en cuenta sobre todo la confección y análisis de instrumentos de medición en psicología y educación (tests, exámenes, escalas, etc.).

4.2.1. Factores sin rotar (tabla IV)

Cuando se trata de construir una escala o test, los *factores sin rotar* nos dan al menos dos informaciones de interés, además del número de factores que va a permanecer idéntico después de las rotaciones. Se trata sobre todo de la información que da el primer factor.

1º *Proporción de varianza explicada por el primer factor sin rotar*

El primer factor sin rotar explica la máxima cantidad de varianza común a todos los ítems, es decir, debida a lo que los ítems tienen en común y que corresponde supuestamente a lo que pretendemos medir. Por eso es importante que la proporción de varianza que explica este primer factor sin rotar sea bastante mayor que la que explican cada uno de los demás factores. Sin embargo el que todos los ítems tengan en este factor su mayor peso no es prueba de que haya un único factor o de que el instrumento sea realmente unidimensional. El segundo factor explica la mayor proporción de la varianza que *va quedando* y así sucesivamente. En este caso el primer factor explica una proporción de varianza (54.68%) mucho mayor que el segundo factor (16.93%). A partir del primer factor suele haber una *caída* en estos valores. Los factores siguientes explican progresivamente menos varianza aunque suelen estar muy igualados.

Cuándo la varianza que explica el primer factor sin rotar es *mucha más* que la que explica el segundo factor no es fácil determinarlo; es *más* cuando hay *menos* factores, y esto depende en buena parte del número de ítems. Un dato de interés es que la varianza que explica el segundo factor no sea mucho mayor (siempre es mayor) que la que explica el tercero (si lo hay).

La existencia de un *único factor importante* antes de las rotaciones no prueba pero sí puede apoyar la interpretación *unidimensional* del constructo medido por el test o escala (es decir, que no hay una mezcla indebida de ideas distintas y no suficientemente correlacionadas). Al menos puede examinarse si algunos ítems no tienen en este primer factor sin rotar su mayor correlación. Para hacer este tipo de valoración suele recomendarse el tipo de análisis hecho aquí, el de *Componentes Principales* (Nunnally, 1978; Armor; 1974, Carmines y Zeller, 1979 y otros). Aun

así hay que recordar que esta unidimensionalidad *empírica* (verificada) no implica necesariamente unidimensionalidad *conceptual* (McDonald, 1981) y que el que aparezca siempre un primer gran factor general viene dado por el mismo método.

2º *Correlaciones o pesos de los ítems en el primer factor sin rotar*

La segunda información de interés al construir una escala o test es verificar las correlaciones de los ítems con este primer factor. Deben ser suficientemente altas (.40 o más) y mayores que las que tienen con otros factores. Estos *pesos* indican lo que el ítem tiene en común con todo lo que es común a todos los ítems; se interpreta de una manera semejante a la correlación ítem-total.

Esta correlación ítem-primer factor aporta una información semejante a la correlación ítem-total aunque las magnitudes suelen ser mayores. A veces se utiliza como criterio en la selección de los ítems; por lo menos aporta una información adicional en la misma línea. Los ítems que tienen en este primer factor una correlación inferior a la que tienen en otros factores suelen tener una menor correlación ítem-total. Los dos métodos suelen llevar a la selección de los mismos ítems sobre todo si somos muy selectivos con la correlación ítem-total.

En este ejemplo las correlaciones con el primer factor son muy altas; esto es normal cuando los ítems son pocos y sobre todo cuando se utiliza el análisis de Componentes Principales, en el que esta correlación está sobrestimada.

4.2.2. Factores rotados (tabla V)

En este caso se ha utilizado el método de rotación ortogonal Varimax, que tiende a forzar la diferenciación, los contrastes, y deja más clara la estructura subyacente a toda la escala.

Sobre los factores rotados podemos hacer los siguientes comentarios e interpretaciones.

1º *Proporción de varianza explicada por los diversos factores*

La proporción de varianza total explicada por los factores rotados es la misma que ya conocemos por el análisis previo. Lo que sucede es que la misma proporción total de varianza aparece ahora repartida de manera diferente, y esto nos permite valorar qué factores son más importantes. En este caso la diferencia entre los dos factores es pequeña.

Frecuentemente nos encontraremos con una proporción total de varianza explicada por los factores que oscila entre el 50 y 60%. Con todos los *factores posibles* llegaríamos al 100% de la varianza, pero muchos de estos factores serían de hecho irrelevantes para la interpretación. En la revisión de 60 análisis factoriales de Henson y Roberts (2006) la proporción *media* de varianza explicada por los factores es del 52.03 %; aunque algunos autores proponen una varianza explicada en torno al 75% como resultado satisfactorio, para Henson y Roberts (2006) es una expectativa poco realista.

Podemos calcular también la proporción (o tanto por ciento) de la varianza explicada por cada factor en relación al total de varianza explicada por todos los factores, tal como figura en la tabla V. Para esto dividimos cada proporción parcial (de cada factor) por la proporción total.

2º *Selección de las variables que definen cada factor*

Un factor (o *subconstructo,* aspecto parcial de lo que es común a todos los ítems) podemos considerarlo definido por los ítems que tienen en él a) un peso en torno a .40 (no hay valor exacto, pero .30 sería un límite mínimo) y b) mayor que en los demás factores. En la tabla V aparecen destacados (en negrita) los ítems seleccionados en cada factor.

Estos factores resumen *consistencias* correlacionales que ayudan a interpretar o analizar la *naturaleza* del constructo. Quedan en el mismo factor los ítems que tienen mayores correlaciones entre sí (variación conjunta) que con todos los demás. Es necesario además hacer un análisis conceptual y ver qué tienen en común las formulaciones de los ítems que definen el mismo factor, sobre todo las de los ítems que tienen los pesos mayores, que son los que mejor lo *definen.*

Después de este análisis hay que dar un *nombre* a estos factores. No es apropiado denominar los factores con un término que casi coincida con el de una de las variables, pues el factor es un constructo latente que no se identifica con uno de los ítems o indicadores observables (Henson y Roberts, 2006). En este ejemplo los ítems han quedado estructurados según su formulación sea *pro democracia* o *pro autoritarismo*. En este casi los factores coinciden con la clave de corrección (esto sucede con cierta frecuencia).

3º *El "Index of Fit of Factor Scales"*

Un análisis adicional útil, y poco frecuente, consiste en calcular para cada factor el IFFS (*Index of Fit of Factor Scales,* Fleming, 1985) que nos indica hasta qué punto los ítems seleccionados explican ese factor o *subconcepto* mejor que todos los ítems de la escala juntos. Este índice se calcula solamente con los factores rotados ortogonalmente. Se pueden incluir estos valores en la misma tabla donde se expone la información general sobre el factor (como aparece en la tabla V).

La fórmula de este índice (IFFS) es: $IFFS = 1 - \frac{\bar{h}^2_{ne}}{\bar{h}^2_t}$

$\bar{h}^2_{ne}$ = media de los pesos elevados del cuadrado de los ítems *no seleccionados* para definir al factor.

$\bar{h}^2_t$ = media de los pesos elevados al cuadrado de todos los ítems (de toda la columna),

Por ejemplo en el factor II (factores rotados) los ítems *no seleccionados* para definir al factor son el 1, 3 y 5 (tres ítems), por lo tanto:

$$\bar{h}^2_{ne} = \frac{.292^2 + .077^2 + .231^2}{3} = \frac{.1445}{3} = .0482$$

$$\bar{h}^2_t = \frac{.292^2 + .077^2 + .231^2 + .868^2 + .802^2 + .620^2}{6} = \frac{1.9256}{6} = .321;$$

Aplicando la fórmula anterior tendremos $IFFS = 1 - \frac{.0482}{.321} = .850;$

Las mismas operaciones en el Factor I nos dan IFFS = .721

Este índice es análogo al coeficiente α de Cronbach y expresa hasta qué punto los ítems seleccionados explican el factor más que todos los ítems juntos. El valor mínimo debe ser mayor de .50. Un valor de .50 indica que los ítems no seleccionados explican el factor *tan bien* como los seleccionados; un valor de .60 es *aceptable* y uno de .80 puede considerarse como muy bueno.

Este índice *no es* un índice de *unidimensionalidad*, ni debe interpretarse así, pero sí expresa hasta qué punto los ítems seleccionados para una subescala son adecuados comparados con todos los demás del test o escala. Este valor ayuda a comprender la *importancia* o *independencia* del factor tal como viene definido por los ítems seleccionados.

Este índice es especialmente útil si deseamos descomponer una escala en subescalas que midan aspectos distintos y que incluso se van usar e interpretar de manera independiente, calculando a cada sujeto *varios totales* a partir de un mismo instrumento.

4º *Verificación de la "unidimensionalidad"*

Casi siempre obtendremos varios factores, pero esto *no* es prueba de que *no* estemos midiendo un *único rasgo* bien definido (Nunnally y Bernstein, 1994:316) y con suficiente consistencia conceptual. A no ser que se trate de pocos ítems y muy repetitivos, lo habitual es encontrar varios factores.

Para apreciar si estamos midiendo con un instrumento *varios rasgos o aspectos* (por ejemplo en una escala de autoestima donde se mezcla lo académico, lo familiar, etc.) que podría ser preferible medir por separado, se pueden hacer varios tipos de análisis.

1. Ya hemos indicado que *el primer factor sin rotar* aporta en este sentido información importante; *apoya* una interpretación unidimensional cuando a) *todos* los ítems (no sólo la mayoría, esto es normal) tienen en él su mayor correlación y b) la proporción de varianza explicada por este factor no solamente es mucho mayor que la explican los demás (esto también es normal) sino que la que explica el segundo factor no es ya mucho mayor que la explicada por el resto de los factores.

2. Análisis conceptual de los *aspectos* (factores) para determinar si es preferible atribuirles una *entidad independiente* de más fácil interpretación. También habrá que tener en cuenta el uso del instrumento pues no es lo mismo investigar sobre un constructo más o menos complejo que dar una información más específica a los sujetos sobre los aspectos identificados en los factores;

3. Podemos comprobar si esos factores se relacionan de manera muy parecida o muy distinta con los mismos criterios; en definitiva se trata de comprobar la validez de los posibles subsconstructos con los procedimientos habituales. Si las correlaciones de los distintos factores con los mismos criterios son del mismo orden, sin diferencias importantes, podemos concluir que la interpretación que hacemos al decir que medimos un *rasgo* (no varios mezclados) es legítima y tiene apoyo empírico.

En el ejemplo metodológico que nos ha servido de guía no hay diferencias importantes entre las correlaciones (no expuestas aquí) de los dos factores *(pro-autoritarismo* y *pro-democracia)* con otros criterios[20]. En cualquier caso con mucha frecuencia las correlaciones de cada factor (y no solamente de toda la escala) con diversos criterios y las comparaciones de grupos (por ejemplo en función del género) en los factores aportan casi siempre información de interés.

5º *Construcción de escalas "multidimensionales"*

De alguna manera este apartado completa el anterior. Si lo que buscamos *desde el principio* es crear un *instrumento multidimensional*, es decir, que se pueda descomponer en subescalas que midan aspectos diferenciados del mismo constructo general, el análisis factorial *(factores rotados)* aporta una información muy útil.

[20] Sucede lo mismo en otras versiones de la misma escala utilizando más ítems (Morales, 2002:604).

a) Cuando el objetivo es crear una escala multidimensional que mida subconstructos diferenciados:

1º Es preferible partir de una *teoría previa* bien justificada;

2º Se redacta el banco inicial de ítems con este propósito; con varios ítems que en principio representen bien cada subescala o factor pretendido. La tarea es más sencilla si se parte de un número grande de ítems y se utiliza una muestra grande.

3º Se examinan después los factores rotados que pueden dar origen a las subescalas, escogiendo los ítems que mejor definen los factores elegidos.

En el nivel de factor, caben varios análisis adicionales como el coeficiente de fiabilidad, y ya hemos mencionado el *Index of Fit of Factor Scales;* que es también un buen indicador de suficiente independencia empírica de cada factor (de todos o de algunos).

Normalmente se hacen varias pruebas con diversos conjuntos de ítems, se eliminan factores no pretendidos, etc., hasta conseguir una solución satisfactoria tanto conceptual como estadística. Se pueden conseguir subescalas con factores rotados y compuestas por un idéntico número de ítems. Si se seleccionan solamente los ítems con pesos grandes en un solo factor, tendremos escalas unifactoriales, de unidimensionalidad más clara. Con hipótesis *muy bien fundadas* podemos utilizar el análisis factorial confirmatorio en vez del análisis exploratorio más habitual.

4º Si las subescalas pertenecen al mismo ámbito conceptual (diversos aspectos de la misma actitud o rasgo), es normal que tengan correlaciones claras entre sí, pero se puede verificar si *además correlacionan de manera apreciablemente distinta con otros criterios;* en este caso tenemos un apoyo experimental de la multidimensionalidad del instrumento. Es lo mismo dicho antes pero con la finalidad e interpretación opuesta, para confirmar la unidimensionalidad. Para esto:

En primer lugar calculamos a cada sujeto su puntuación en cada factor sumándole sus ítems correspondientes (también se pueden utilizar *puntuaciones factoriales* pero esto no suele ser lo más práctico), el total de la escala o test lo descomponemos en varios subtotales.

En segundo lugar calculamos la correlación de estos nuevos subtotales con diversos criterios. Si las correlaciones de los factores con los mismos criterios son claramente distintas de manera que los distintos factores se relacionan de distinta manera con los mismos criterios, tenemos una base empírica mayor para concluir que tenemos varios subconstructos con un significado suficientemente distinto.

b) Es importante advertir que la cuestión de la *multidimensionalidad* no hay que plantearla necesariamente como una dicotomía en sentido estricto. Los rasgos (de personalidad, actitudes, etc.) se pueden concebir en distintos grados de abstracción. Un instrumento puede medir bien un único rasgo *(autoestima, autoeficacia, asertividad,* etc.), con suficiente apoyo empírico (correlación ítem-total, fiabilidad, validez) y a la vez poderse descomponer en subescalas *con un significado más específico y de distinta utilidad* y con suficiente apoyo empírico.

c) Ya se ha indicado que cuando utilizamos subescalas utilizando el análisis factorial como procedimiento para identificar las subescalas y nos limitarnos a sumar a cada sujeto sus respuestas a los ítems escogidos para definir cada escala, el término apropiado no es el de *escalas factoriales* (aunque es muy habitual) sino el de escalas *basadas* en el análisis factorial (Kim y Mueller, 1994:138).

5. Otros ejemplos de análisis factoriales

Es útil examinar varios análisis factoriales y además ver en ejemplos concretos el *uso* que en una investigación se puede hacer de los diversos factores rotados cuando se utilizan como subescalas o medidas independientes.

Los ejemplos que vamos a presentar son sencillos y de fácil interpretación; proceden de escalas y cuestionarios muy distintos (aunque todos del ámbito de las Ciencias Sociales).

5.1. Análisis factorial de cuestionarios sobre la evaluación del profesor y sobre su personalidad

Estos cuestionarios se prestan a análisis de interés. Este estudio es semejante a otras dos investigaciones, una de Erdle, Murray y Rushton (1985) y otra de Murray, Rushton y Paunonen (1990). La muestra está compuesta por 333 alumnos de las Facultades de Ciencias Sociales y Políticas, Pedagogía y Psicología (Morales y Villa, 1993).

1º Se pidió a los alumnos que pensaran en tres profesores concretos:

1) un profesor considerado como *muy eficaz* en su docencia,
2) otro profesor juzgado como *normal* en eficacia docente,
3) por último otro profesor juzgado como de muy *poca eficacia* docente.

2º A cada alumno se le designó al azar uno de los tres profesores para que lo evaluara utilizando:

a) Un sencillo test de personalidad, el mismo utilizado por Murray, Rushton y Paunonen (1985) que consta de 29 rasgos (lista de adjetivos o frases cortas) tomados a su vez de otros instrumentos.

En el experimento de estos autores no fueron los alumnos quienes evaluaron la personalidad de los profesores, sino que cada profesor fue evaluado por una muestra aleatoria de 12 a 18 colegas de la misma universidad.

b) Un cuestionario convencional (encuesta) de evaluación docente.

1º Estructura factorial de la lista de adjetivos

En la tabla VI, en la que figuran los pesos o correlaciones de cada ítem con cada factor, están en negrita los que definen cada uno de los factores y ordenados de mayor a mayor (una opción del SPSS). Es muy frecuente poner solamente los pesos superiores a .30 (este valor mínimo también se puede especificar en el SPSS) aunque también se recomienda (recomendación que no sigue siempre) poner *todos* los pesos porque aportan una información que otros pueden aprovechar y permite evaluar mejor los resultados del análisis factorial.

Los factores encontrados son estos:

Factor I	*Extroversión* (sociable, divertido, flexible…)
Factor II	*Logro* (perfeccionista, metódico, tenaz…)
Factor III	*Dominancia* (muestra liderazgo, protagonista…)
Factor IV	*Afecto negativo* (impulsivo, agresivo…)
Factor V	*Neuroticismo* (temeroso, ansioso, neurótico…)

	ítems	Factor I	Factor II	Factor III	Factor IV	Factor V
1	Solicita Ayuda y Consejo	**.79252**	.17978	-.04016	-.07433	-.20103
3	Divertido	**78873**	.17050	.10079	.03816	-.19349
22	Flexible	**.73793**	.23622	-.23415	-.09727	-.10879
19	Liberal	**.72669**	.16652	.02488	.02375	-.11880
5	Extravertido	**.67991**	.05434	**.31480**	.15233	-.29058
23	Paciente	**.64119**	.24569	-.24176	-.28325	-.13434
2	Colaborador	**.56584**	.28018	-.12810	-.01457	-.18482
8	Solicita Ayuda y Consejo	**.55926**	.26389	.05221	**.31918**	.21845
27	Autoritario	**-.52367**	.03585	**.46119**	**.44286**	.15187
26	Estéticamente Sensible	**.29427**	.26280	.05917	.01350	.12037
20	Perfeccionista	.10814	**.82249**	.06080	.01742	-.16313
17	Ordenado (Metódico)	.06396	**.81849**	-.14142	-.12864	.01110
9	Tenaz	**.31784**	**.64593**	.16255	.07393	-.12836
14	Inteligente	**.47762**	**.61402**	.05799	.05188	**.37573**
13	Curioso Intelectualmente	**.45499**	**.58757**	.09561	.00793	**-.31177**
18	Objetivo	**.36582**	**.55946**	.29296	-.13061	-.15123
7	Muestra Liderazgo	-.01986	.02108	**.80707**	.10428	-.02530
4	Protagonista	.03901	.09106	**.79110**	.23910	-.09893
6	Pide Reconocimiento	-.04985	-.11176	**.73657**	.02644	**.30455**
12	Dominante	**-.37405**	.10602	**.55776**	**.51195**	.02725
10	Ambicioso	.15203	.24607	**.55083**	.20345	-.04219
25	Impulsivo (Impetuoso)	.21489	.05032	.14695	**.82633**	.01103
16	Agresivo	**-.30648**	-.09106	**.37204**	**.62612**	.19810
11	Compulsivo	-.06810	06806	.18373	**.60510**	**.38264**
29	Temeroso	-.13445	-.19153	-.00805	.07326	**.81337**
28	Ansioso	-.19646	-.11558	.05510	.43234	**.66318**
21	Neurótico	-.24171	-.19640	.13788	.49292	**.57532**
24	Independiente	**.41937**	**.30175**	.17016	.14346	**-.46150**
15	Defensivo	**-.40727**	-.06526	.25148	.22422	**.44311**
	fiabilidad de los factores (α)	**.87**	**.85**	**.79**	**.70**	**.79**

Tabla VI: análisis factorial del cuestionario de personalidad, factores rotados (varimax)

Observaciones:

1) Con estas listas de adjetivos es relativamente sencillo construir el equivalente a una *batería de tests de personalidad* que pueden ser muy útiles como instrumento complementario en una investigación. Resultan económicos y los sujetos los responden con facilidad. Estos *tests* no serían los más apropiados para algunos usos (como en *psicodiagnóstico)* pero tienen su utilidad en planteamientos de investigación. Las listas de adjetivos tienen ya una larga tradición en la medida de la personalidad[21].2. En esta estructura factorial llama la atención el que es casi idéntica a la que encuentran Murray, Rushton y Paunonen (1990), a pesar de las diferencias en el número de sujetos y modo de llevar a cabo esta evaluación (en nuestro caso 333 alumnos evalúan cada uno a un profesor de su elección, en el otro estudio 46 profesores son evaluados por una media de otros 15 profesores). Esta semejanza confirma la estabilidad de los factores y de los rasgos de personalidad a ellos asociados, a pesar de las diferencias culturales.

2) No todos los adjetivos tienen el mismo *peso* al definir un rasgo. Por ejemplo, *estéticamente sensible* tiene un peso reducido en dos factores, I y II, aunque se le asigne al factor I; realmente no tiene que ver mucho con nada (posiblemente sería preferible suprimirlo); *dominante* pertenece al factor III, pero también tiene un peso parecido en el IV, y un peso moderado en el I (en este caso con signo opuesto a los otros ítems importantes de este factor).

[21] Una referencia indicativa sobre el uso de adjetivos en la medición de la personalidad es Ávila y Giménez de la Peña (1991). Un autor que ha investigado ampliamente el uso de adjetivos en la medición de la personalidad, sobre todo en relación con los llamados *Big Five*, es Lewis R. Golberg (lista de sus artículos en http://www.ori.org/scientists/goldberg.html#Publications1990)

Independiente y *defensivo* (los últimos de la lista) tienen sus pesos mayores en el factor V, pero también pesan en el factor I.

3) Para calcular la fiabilidad de los factores, estos se consideran como subescalas o pequeños tests independientes. A cada uno se le suman las respuestas en los adjetivos escogidos (cambiando la clave de corrección cuando es necesario; cuando el significado es opuesto al de los demás y el signo de la correlación con el factor es también opuesto a los demás, como sucede en este caso con *autoritario* en el factor I e *independiente* en el factor V).

2º Estructura factorial del cuestionario de evaluación del profesorado

Este análisis (tabla VII) está hecho con las respuestas de una muestra distinta de la misma universidad; 2096 alumnos de estadística de diversas carreras; el número de profesores evaluados es de 20.

	ítems	Factor I *Compet.*	Factor II *Relación*	Factor III *Interés*	Factor IV *Feedback*	Factor V *Eval.*	Factor VI *Bibl*
20	**Explica con claridad**	**.776**	.168	.203	.179	.188	-.122
31	**Organización de los temas**	**.754**	.012	.010	.228	.154	.074
22	**Se hace entender bien**	**.734**	.174	.279	.177	.218	.077
1	**Demuestra competencia profesional**	**.590**	**.356**	.193	.089	.013	.204
7	**Muestra dominio de la asignatura**	**.571**	**.325**	.216	.151	.044	.287
27	**Utiliza ejemplos y síntesis**	**.513**	.200	.209	**.379**	.091	.037
13	**Trata temas con profundidad**	**.503**	.036	.287	.199	-.095	.245
3	**Comenta los trabajos que ordena**	**.465**	**.300**	.044	.080	.049	**.323**
15	**Disposición para el diálogo**	.171	**.783**	.128	.190	.125	.092
14	**Se lleva bien con el grupo de clase**	.163	**.754**	.220	.005	.122	.030
24	**Cercano al alumno**	.153	**.715**	.311	.246	.156	.004
25	**Interés por problemas de los alumnos**	.160	**.560**	.164	**.436**	.097	.011
2	**Acepta otros puntos de vista**	.193	**.550**	.067	.169	-.040	**.392**
5	**Muestra entusiasmo por la asignatura**	**.341**	**.379**	**.369**	.193	.039	**.339**
10	**Orienta a los alumnos en sus trabajos**	.247	**.355**	**.303**	**.341**	.025	.253
18	**Contagia pasión por la asignatura**	.239	**.313**	**.712**	.127	.129	.038
9	**Usa diversos métodos y recursos**	.144	.150	**.683**	.128	.019	.136
19	**Logra que la clase participe activamente**	.234	.279	**.666**	.087	.086	.021
11	**Despierta interés por la materia**	**.358**	**.309**	**.651**	.116	.148	.038
8	**Crea buen ambiente de trabajo**	**.368**	**.451**	**.561**	.031	.105	.028
30	**Intenta motivar a los alumnos**	.167	**.378**	**.529**	.291	.145	.055
17	**Textos y materiales interesantes**	.042	.087	**.498**	**.384**	.145	**.413**
23	**Utiliza ideas sugeridas por los alumnos**	-.033	.193	**.481**	**.325**	.010	.256
21	**Utiliza medios audiovisuales**	.012	.135	**.429**	.024	-.055	.109
29	**Evalúa especificando aspectos**	.174	.092	193	**.650**	.042	.048
28	**Atiende consultas individuales**	**.326**	**.390**	-.127	**.483**	.122	.092
16	**Informa a los alumnos de sus fallos**	.104	**.391**	.193	**.434**	.092	.234
26	**Es *duro* calificando**	-.032	.063	.007	.051	**.814**	-.091
6	**Es justo en los exámenes**	.253	.202	.166	.006	**.697**	.208
12	**Exámenes representativos de lo explicado**	**.324**	.096	.046	.139	**.549**	.170
4	**Utiliza bibliografía actualizada**	.105	.056	.192	.130	.130	**.758**

Tabla VII: análisis factorial de los 31 ítems de evaluación del profesorado

Los factores resultantes podemos describirlos así:

Factor I *Competencia docente:* claridad en las explicaciones, etc.

Factor II *Relación con los alumnos:* diálogo, receptividad para las ideas de los alumnos, etc. Los ítems 5 *(muestra entusiasmo por la asignatura)* y 10 *(orienta a los alumnos en sus trabajos)* tienen aquí sus mayores pesos, pero son bajos; tienen también que ver con el III, VI (son *plurifactoriales)*

Factor III *Despierta interés:* contagia entusiasmo por la asignatura, crea buen ambiente de trabajo, etc. la formulación de los ítems expresan ideas distintas, pero responden a rasgos que *van juntos*

Factor IV *Feedback: comunicación* en torno a la evaluación, comunica fallos, se fija en lo específico, atiende consultas de los alumnos.

Factor V *Evaluación*: Los comportamientos del profesor relacionados con la evaluación han quedado diferenciados en dos factores (con poca relación entre sí; los alumnos distinguen…)

Factor VI No se puede hablar con propiedad de factor o de *dimensión subyacente,* porque una dimensión, si es *subyacente,* se supone que se expresa de varias maneras (no con un solo ítem)

La estructuración de los ítems del cuestionario en factores claramente distintos muestra que en este caso no ha estado operando el *efecto de halo* (juzgar al profesor en función de una característica más sobresaliente); los alumnos distinguen unos aspectos de otros.

3º Relación entre factores de personalidad y factores de evaluación

Este análisis está hecho en la muestra de 333 alumnos)

Factores de evaluación (cuestionario)	***Factores de personalidad (adjetivos)***				
	F 1 Extroversión	**F2 Logro**	**F3 Dominancia**	**F4 Afecto negativo**	**F5 Neuroticismo**
F1 Competencia	**.7303****	**.8299****	**-.1477****	**-.2246****	**-.6344****
F2 Relación	**.8573****	**.7098****	**-.2734****	**-.3094****	**-.6007****
F3 Interés	**.8030****	**.7118****	**-.1257***	**-.2147****	**-.5944****
F4 Feedback	**.6798****	**.6750****	**-.1911****	**-.1858****	**-.5042****
F5 Evaluación	**.5396****	**.5184****	**-.2003****	**-.2733****	**-.4388****

Tabla VIII. Correlación entre las dimensiones de *personalidad* y los factores del *cuestionario de evaluación* Número de sujetos = 333, * p < .05, ** p < .01

Observaciones:

Los resultados son claros; todos los coeficientes de correlación son significativos aunque de magnitudes muy distintas. Los signos de los coeficientes de correlación, independientemente de su magnitud, también son los que se podrían esperar.

a) Lo rasgos de personalidad que podemos considerar positivos (factores I y II, sociabilidad, logro) tienen correlaciones altas con todos los factores del cuestionario de evaluación. Destacan por su magnitud los coeficientes de correlación entre los factores I y II, *extroversión* (sociabilidad, etc.) y *relación con los alumnos,* y entre los factores I y II, *logro* (trabajador, metódico, etc.) y *competencia docente*.

b) El factor de *neuroticismo* (ansioso, neurótico, temeroso…; factor muy claro pues aparece en análisis factoriales distintos) tiene correlaciones negativas y de una magnitud apreciable con todos los factores del cuestionario de evaluación (los profesores más neuróticos son peor evaluados en todas las dimensiones de calidad docente).

c) Los otros dos factores de valoración negativa, y que hemos denominado *dominancia* y *afecto negativo* (III y IV, impulsivo, agresivo) tienen correlaciones negativas con los factores de evaluación, pero son mucho menores que las del factor *neuroticismo* y en algunos casos pueden considerarse como negligibles.

Lo más claro es que los profesores que son percibidos como sociables, flexibles, divertidos, etc. y trabajadores, ordenados, con curiosidad intelectual, etc. (factores I y II de personalidad), son mucho mejor evaluados que los que no son percibidos así; y los que son percibidos como neuróticos, defensivos, etc., son evaluados claramente peor. En líneas generales se confirman las mismas hipótesis que vemos verificadas en otros autores.

5.2. Análisis factorial de una escala de actitud hacia el estudio

De este análisis de una escala de 15 ítems de actitud hacia le estudio en una muestra de N = 249 niñas de 12 a 16 años (Morales, 2006) reproducimos (tabla IX):

a) Los ítems *reordenados* según definan un determinado factor (factores rotados *varimax)* y reproduciendo solamente los pesos de cierta relevancia (> .30); es una forma de presentar estos análisis; la numeración de los ítems corresponde a la versión original de la escala.

A partir de un número suficiente de ítems, es fácil hacer una selección de ítems de manera que los distintos factores tengan idéntico número de ítems, sobre todo, y como es deseable, si los posibles factores se han tenido en cuenta al planificar el instrumento y redactar los ítems. Si los factores se utilizan como subescalas, el que tengan un número idéntico de ítems simplifica las comparaciones de manera más simple e intuitiva.

ítems	I	II	III	IV	V
15. Muchos de mis compañeros creen que estudio demasiado poco	**-.765**				
23. Mis compañeros de clase creen que yo soy de los que más estudian	**-.784**				
24. Tengo la impresión de que mis compañeros creen que soy muy responsable	**-.739**				
20. A mí me parece que yo sólo me esfuerzo en serio ante los exámenes difíciles		**-.775**			
19. Cuando veo venir un examen final, no pongo especial interés en prepararlo		**-.778**			
4. No saco mejores notas porque me gustan muchas cosas, como ver la Televisión, charlar, salir con los amigos, etc.		**-.495**		.346	
10. A mí me basta con aprobar o tener *suficiente* al terminar el curso			**-.763**		
2. Para mí es muy importante sacar notas altas			**-.666**		
12. El vivir a mi gusto es para mí más importante que el sacar buenas notas		-.444	**-.565**		
27. Me tomo las cosas como vienen; el planificar el trabajo no va conmigo				**.823**	
25. Cuando tengo delante de mí mucho trabajo, enseguida me organizo para aprovechar bien el tiempo				**.785**	
28. Creo honradamente que soy bastante perezoso		-.358		**.463**	
3. Soy capaz de estudiar mucho tiempo seguido aunque no me guste lo que estudio					**.809**
8. Siempre llego a los exámenes habiendo preparado todo bien					**.499**
17. Creo que me esfuerzo mucho en todas las asignaturas, y no sólo en algunas	.382		-.334		**.484**
IFFS *(index of fit of factor scales)*	**.75**	**.70**	**.82**	**.76**	**.70**
proporción de varianza explicada por cada factor	**26.5%**	**14.5%**	**12.7%**	**10.5%**	**10%**

Tabla IX: Factores rotados de los 15 ítems de una escala de actitud hacia el estudio

Los factores se pueden denominar sí:

Factor I	Cómo soy visto por los demás
Factor II	Esfuerzo en preparar exámenes (ítems negativos)
Factor III	Nivel de aspiraciones
Factor IV	Organización del estudio
Factor V	Esfuerzo e interés (ítems positivos)

Los índices IFFS indican que los ítems seleccionados en cada factor lo expresan o explican mejor que todos los ítems de la escala; es un apoyo a la *independencia conceptual* de los factores, sobre todo en el factor III *(nivel de aspiraciones).* Por otra parte la escala formada por todos los ítems tiene una fiabilidad de $\alpha = .79$, por lo que esta escala se puede interpretar como unidimensional *(actitud general hacia el estudio)* aunque algunos factores pueden tener una utilidad específica en estudios descriptivos y correlacionales y para dar a los sujetos información más específica *(feedback)* sobre aspectos concretos de su actitud hacia el estudio.

b) Los coeficientes de correlación de cada factor (a cada sujeto se le suman sus respuestas en los ítems correspondientes) con tres criterios (tabla X):

1º Respuesta a la pregunta *mis opiniones se tienen en cuenta en casa* (respuestas posibles: *sí, algo, nada)*
2º Respuesta a *puesto que ocupo en clase* (cuatro respuestas)
3º Edad

Otras variables	**Factor I** ***Cómo soy visto por los demás***	**Factor II** ***Esfuerzo en exámenes***	**Factor III** ***Nivel de aspiraciones***	**Factor IV** ***Organización del estudio***	**Factor V** ***Esfuerzo e interés***	***Toda la escala***
Mis opiniones se tienen en cuenta en casa…	**.161 p< .05**	.079	.090	.115	**.246 p< .001**	**.206 p< .01**
Puesto que ocupo en clase	**.695 p< .001**	**.206 p < .01**	**.362 p < .001**	**.262 p <.001**	**.440 p < .001**	**.573 p<.001**
Edad	**-.067**	**-.036**	**-.197 p < .01**	**-.006**	**-.211 p < .01**	**-.149 p<.05**

Tabla X: *Coeficientes de correlación de los distintos factores con otros criterios*

Cada factor tiene un coeficiente mayor que el de toda la escala, pero en conjunto toda la escala tiene mayores coeficientes con todos los criterios. En estos casos lo que podemos esperar es que los constructos más complejos (en ese caso toda la escala) tengan correlaciones estadísticamente significativas con más criterios, y los constructos más simples (los factores en este caso) tengan correlaciones mayores pero con menos criterios. La correlación mayor (.695) se da entre el factor I (*cómo soy visto por los demás*) y *puesto que ocupo en la clase*.

El que los coeficientes sean *estadísticamente significativos* no quiere decir que sean grandes o de especial interés. Los coeficientes mayores se dan lógicamente con *puesto que ocupo en clase.* Esto es sólo un ejemplo del tipo de análisis que pueden hacerse a partir de los factores utilizados como subescalas.

5.3. Análisis factorial de una serie de motivaciones

Este análisis está hecho con un cuestionario sobre *motivaciones para estudiar inglés* (Munz, 1994), en una muestra de 345 alumnos universitarios.

1º Análisis factorial

En la tabla XI tenemos los *Factores rotados (varimax).* Las motivaciones (ítems, variables) están *reordenadas* según tengan su mayor peso en un factor.

Este tipo de análisis factorial, hecho con conjuntos de ítems que pertenecen al mismo ámbito (aquí son *motivaciones para estudiar inglés* pero podrían ser motivaciones para *otras cosas;* preferencias, valores, etc.) puede ser muy informativo. No se trata de una escala ya que las respuestas a los distintos ítems no se suman en una puntuación total, al menos no estaba previsto.

Factores	*motivaciones*	I	II	III	IV	V
Factor I	**Entender *vídeos y películas en inglés***	**-.877**	-.068	-.090	-.091	.116
Recreativo-	**Entender *emisiones de radio y TV en inglés***	**-.849**	-.055	-.201	-.210	.033
Cultural	**Entender *música y canciones en inglés***	**-.791**	-.003	-.076	-.149	.035
	Viajar como turista…	**-.514**	-.061	.257	-.223	.255
Factor II	**Obtener un *trabajo más interesante…***	.014	**-.853**	.009	-.097	.097
	Obtener la oportunidad de ganar *más dinero…*	-.106	**-.765**	.012	.076	.101
Laboral	**Obtener *más prestigio internacional…*profesión**	-.082	**-.643**	-.114	-.069	.349
	Conseguir un *trabajo con más facilidad…*	-.054	**-.547**	-.125	.164	.322
Factor III	**Poder *leer* revistas y periódicos *en inglés…***	-.360	-.028	**-.720**	-.187	-.020
Lecto-	**Poder *leer literatura en inglés…***	-.243	.066	**-.687**	-.347	-.075
escritor	***Escribir artículos o dar conferencias* en inglés**	-.024	-.072	**-.623**	-.021	.467
	Poder *leer informes técnicos* en inglés…	.106	-.271	**-.548**	.248	.303
Factor IV	**Conocer mejor la *cultura anglosajona…***	-.120	.022	-.233	**-.811**	.129
Apertura	***Conocer mejor otras culturas…***	-.237	-.068	.014	**-.79**	.143
Cultural	***Saber qué pasa en el mundo…***	-.132	-.396	-.224	**-.417**	.013
Factor V	**Mantener *contactos profesionales* en el *extranjero.***	-.034	-.287	-.094	-.100	**.722**
	Realizar *viajes de negocios y trabajo…*	-.196	-.346	.084	-.095	**.673**
Socio-	***Trabajar en el extranjero…***	-.108	-.140	.006	-.184	**.669**
laboral	**Mantener *correspondencia comercial en inglés***	-.065	-.005	-.396	-.151	**.587**
	Mantener *correspondencia con amigos extranjeros*	-.345	.052	-.172	-.396	**.464**
	porcentaje de varianza explicada por cada factor:	14.3	12.53	10.67	10.23	13.30

Tabla XI: Factores rotados (varimax) de 20 motivaciones para estudiar inglés

Otra manera más simplificada de presentar los cinco factores (Tabla XII):

Factor I *Recreat.-Cultural*	**Factor II** *Laboral*	**Factor III** *Lectura*	**Factor IV** *Apertura cultural*	**Factor V** *Social-Laboral*
12. *Videos y películas* (.877)	**16. *Trabajo* más interesante (.853)**	**3. *Revistas y periódicos* (.720)**	**20. *Cultura anglosajona* (.811)**	**11. *Contactos profesionales* (.722)**
13 *Radio y TV* (.849)	**17. Ganar *más dinero* (.765)**	**2. Leer *literatura* (.687)**	**19. *Conocer otras culturas* (.790)**	**9. *Viajes de negocios* (.673)**
14. *Música y canciones* (.791)	**18. Más *prestigio* profesional (.643)**	**5. *Escribir artículos* (.623)**	**15. Saber *qué pasa en el mundo* (.417)**	**10. *Trabajar en extranjero* (.669)**
6. *Viajar como turista* (.514)	**1. Conseguir *trabajo* (.547)**	**4. Leer *informes técnicos* (.548)**		**7. *Correspondencia comercial* (.587)**
				8. *Correspondencia con amigos* (.464)

Tabla XII: Motivaciones representativas de los cinco factores

Esta presentación puede resultar más sencilla, pero es solamente complementaria; no se debe dejar de poner la tabla completa con toda la información, para poder apreciar en qué medida algunos ítems tienen un peso apreciable en otros factores. Por ejemplo *mantener correspondencia con amigos extranjeros* tiene su mayor peso en el factor V, pero tiene que ver también con los factores I y IV. Cuando una variable tiene pesos semejantes en varios factores, se denomina *plurifactorial.*

Como información adicional podemos calcular el *Index of Fit for Factor Scales* de Fleming (1985) que nos da una idea sobre la independencia relativa de cada factor, o en qué medida los ítems seleccionados explican el factor mejor que todos los ítems juntos:

$$IFFS = 1 - \frac{\bar{h}^2_{ne}}{\bar{h}^2_{t}}$$

Factor I = .831
Factor II = .808
Factor III = .786
Factor IV = .573
Factor V = .749

El factor menos independiente es el IV; este resultado era de esperar porque está definido por menos ítems, solamente tres, además un ítem (*saber qué pasa en el mundo*) tiene un peso apreciable en otro factor (el II). Si se tratara de una prueba piloto, podríamos pensar en añadir alguna motivación más que presumiblemente pudiera reforzar el factor IV.

El factor V *(socio-laboral),* aunque es el que está definido por un mayor número de ítems (5) no es el que tiene un índice mayor, porque en él influyen de manera apreciable otras motivaciones; hay cuatro motivaciones de otros factores que tienen pesos en este factor superiores a .30. En este factor V la última motivación *(correspondencia con amigos extranjeros)* es la que tiene menos relación conceptual con las demás motivaciones del factor, que ponen el énfasis en lo *laboral.*

Otro cálculo posible es el coeficiente α *(fiabilidad)* de cada factor, como si se tratara de cinco pequeñas escalas. Estos coeficientes de fiabilidad pueden ser útiles (con muestras grandes) aunque sean pequeños con dos finalidades al menos:

1) Podríamos calcular cuántas variables deberíamos añadir a cada escala o serie de motivaciones para obtener una fiabilidad aceptable (mediante la *fórmula profética* de Spearman-Brown) y utilizar cada factor como una subescala.

2) Los coeficientes de fiabilidad también nos pueden ser útiles al calcular las correlaciones de estos factores con otras variables; en estos casos podemos estimar la correlación que hubiéramos obtenido con una fiabilidad perfecta (correlación *corregida por atenuación,* es el término con el que se denomina este cálculo). Desde una perspectiva de elaboración teórica estas estimaciones son útiles.

2º Correlaciones de los factores con otras variables

A cada sujeto le sumamos sus respuestas a las motivaciones de cada factor; las 20 motivaciones originales del cuestionario quedan reducidas a cinco.

Las correlaciones de estas cinco motivaciones *más generales* con otros criterios son las siguientes (tabla XIII):

otras variables:	Factor I *Recreativo* (películas, turismo, etc.)	Factor II *Laboral* (trabajo, ganar más, prestigio)	Factor III *Lectura* (informes, periódicos)	Factor IV *Apertura cultural* (conocer otras culturas)	Factor V *Social-Laboral* (trabajar fuera, correspondencia)
Tiempo en país de habla inglesa	**.177**	.056	**.143**	**.159**	**.185**
Nivel de inglés *(autoevaluación)*	**.201**	.050	**.122**	**.174**	**.178**
Actitud hacia estudio del inglés	**.337**	**.266**	**.251**	**.418**	**.367**
Actitud hacia idiomas extranjeros	**.250**	**.152**	**.139**	**.349**	**.320**
Actitud hacia los anglosajones	**.162**	**.146**	**.229**	**.340**	**.186**
Aptitud, facilidad para idiomas	**.200**	.059	.093	**.209**	**.155**

Tabla XIII: Correlaciones entre los cinco factores de motivación y otras variables)

Con N = 345, los coeficientes son significativos (α = .05) a partir de .11 (ientificados en negrita en la tabla XIII).

Las correlaciones más bajas están en conjunto con la *motivación laboral,* posiblemente debido a la homogeneidad de la muestra en esta motivación; en cambio la motivación de *apertura cultural* tiene relaciones apreciables con las actitudes medidas con otras escalas (hacia el aprendizaje del inglés y los idiomas extranjeros en general y hacia los anglosajones). De las otras variables es la *actitud hacia el estudio del inglés* la que tiene mayores correlaciones con todos los factores de motivación.

5.4. Análisis factorial de una lista de adjetivos y de una escala de narcisismo

Estos análisis (Trechera, 1997) se han hecho con dos instrumentos (parte de la misma investigación).

1º Una *lista de adjetivos,* confeccionada para obtener unas medidas de rasgos de personalidad como instrumentos complementarios.

2º Una de las versiones del autor de una escala de *narcisismo*.

1. *Análisis factorial de una lista de adjetivos* (Tabla XIV)

Estos análisis están hechos con una muestra de N = 1025 (alumnos universitarios).

Los adjetivos autodescriptivos tienen seis respuestas (para conseguir una mayor varianza y una mayor fiabilidad en las escalas que resulten, y coeficientes de correlación más claros con otras variables) y pertenecen al *ámbito conceptual* propio del instrumento principal *(narcisismo, maquiavelismo,* etc.); es decir, la lista inicial de adjetivos se refiere a rasgos que hipotéticamente pueden tener relación con las variables principales del estudio.

La finalidad de este análisis factorial, al margen del interés que tenga en sí mismos, es simplificar esta larga lista de adjetivos y reducirla a una serie menor de variables de personalidad, con una fiabilidad mayor que la de cada adjetivo en particular, y facilitar así análisis correlacionales con otras variables. De alguna manera equivale a una *batería de tests de personalidad,* fácil de responder, económica y adecuada para los análisis posteriores previstos (no reproducidos aquí).

Adjetivos	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX
Autoritario	-.750								
Protagonista	-.746								
Impositivo	-.724				*Dominancia*				
Dominante	-.720								
Manipulador	-.699								
Líder	-.695								
Avasallador	-.627								
Egocéntrico	-.567								
Controlador	-.478								
Inseguro		-.783							
Indeciso		-.734							
Me siento inferior		-.720			*Inseguridad*				
Sentimiento culpa		-.673							
Temeroso		.673							
Depresivo		-.635							
Inútil		-.529							
Ordenado			.757						
Planificador			.667						
Perfeccionista			.664			*Logro*			
Responsable			.558						
Voluntarioso			.498						
Comunicativo				-.799					
Expresivo				-.783		*Expresivo*			
Dialogante				-.602					
Afectuoso				-.599					
Desconfiado					.701				
Defensivo			*Defensivo*		.671				
Suspicaz					.466				
Honrado						-.731			
Respetuoso			*Ético*			-.524			
Justo						-.387			
Que escucha							-.669		
Comprensivo			*Empatía*				-.657		
Tolerante							-.582		
Celoso								.580	
Rencoroso			*Sensible a la crítica*					.576	
Envidioso								.527	
Tenso									.605
Agresivo			*Agresivo*						.559
Irritable									.547
Paciente									.435

Tabla XIV. Análisis factorial de una lista de adjetivos

Los factores presentados son factores rotados *(varimax).* Los coeficientes de fiabilidad (α) de los factores son *dominancia* α =.86 (9 ítems), *inseguridad* α = .82 (7 ítems), *logro* α = .69 (5 ítems), *expresivo* α = .73 (4 ítems), *ético* α = .55 (3 ítems), *empatía* α = .62 (tres ítems), *sensible a la crítica* α = .58 (3 ítems) y *agresividad* α = .68 (4 ítems).

2. *Análisis factorial de la escala de narcisismo* (Tabla XV)

El análisis presentado aquí pertenece a una de las varias versiones hechas por el autor Trechera, 1997). El objetivo era lograr varias subescalas factoriales, combinando diversos conjuntos de ítems, para medir por separado los diversos componentes de la *personalidad narcisista* (o quizás *síndrome,* o conjunto de *síntomas,* más que rasgo claramente unitario) pues subescala puede tener correlaciones de distinta magnitud con otros criterios de interés.

	Factores sin rotar (C.P.)			*Factores rotados (vamx.)*		
	I	II	III	I	II	III
Es muy importante que los demás presten atención y admiren lo que hago	-.632	.333	-.251	**-.717**	-.130	.205
Quiero llegar a ser algo a los ojos de la gente	-.520	.329	-.326	**-.686**	-.087	.081
Necesito saber que la gente piense que soy una persona importante	-.646	.254	-.228	**-.669**	-.197	.218
Me molesta que la gente no note mi presencia física cuando estoy en público	-.482	.422	-.233	**-.664**	.029	.152
Impresionar a los demás es importante para seguir adelante	-.591	.240	-.294	**-.663**	-.191	.131
Si tengo ocasión me aprovecho de los demás sin sentirme culpable	-.568	-.546	-.064	-.082	**-.768**	.169
A veces engaño a los otros …cuando en realidad sólo me interesan para obtener algo de ellos	-.542	-.474	-.082	-.116	**-.699**	.152
No me siento mal si satisfago mis deseos a expensas de otra persona	-.464	-.485	-.138	-.092	**-.677**	.062
Me siento obligado por el principio de justicia sólo cuando es para mi propio beneficio	-.459	-.350	-.350	-.281	**-.608**	-.090
Puedo aprovecharme de mis amigos	-.525	-.392	.097	-.054	**-.586**	.303
Soy un buen líder	-.554	.244	.526	-.195	.000	**.778**
Encuentro fácil manipular a otros	-.590	-.046	.521	-.057	-.256	**.743**
No me gusta tener autoridad sobre la gente	-.518	.189	.321	-.254	-.076	**.582**
Soy más capaz que la mayoría de los demás	-.531	.079	.278	-.223	-.172	**.534**
Me gusta sentir que domino a mis amistades	-.635	.032	.163	-.324	-.291	**.491**

Tabla XV: *Análisis factorial de una escala de narcisismo* (Trechera, 1997)

Los factores rotados pueden *conceptualizarse,* y denominarse, como *Narcisismo* en un sentido más propio y restringido (factor I, α = .75), *Maquiavelismo* (el *arte* de manipular a los demás en provecho propio, factor II, α = .72) y *Dominancia* (factor III, α = .72)[22].

El que todas las subescalas tengan idéntico número de ítems tiene sus ventajas, como la posibilidad de hacer comparaciones de manera intuitiva a partir de las puntuaciones directas. Por otra parte el que todas las subescalas pertenezcan al *mismo instrumento* (que puede estar midiendo en su conjunto un rasgo más general) facilita y hace más fácilmente interpretable el análisis factorial. Si nos fijamos en los factores sin rotar, podemos observar que todos los ítems (con una excepción) tienen sus mayores relaciones (y del mismo signo) con el primer factor, que es el que extrae la mayor proporción de varianza común a todos los ítems.

Los análisis que se podrían hacer de los factores rotados considerando los tres factores como subescalas independientes (sumando a los sujetos sus respuestas a los ítems de cada factor), además de la fiabilidad y otros datos descriptivos, irían en la línea de la *validación convergente y divergente* de los factores, examinando sus relaciones con terceras variables[23].

Ya hemos indicado que para construir escalas o tests de este tipo (que se pueden subdividir en subescalas de idéntico número de ítems y que miden aspectos particulares del mismo

[22] Un ejemplo semejante, subescalas factoriales con idéntico número de ítems en torno al constructo de la *asertividad,* puede verse en Gismero (1996, p. 155).

[23] En general los análisis (en este caso) avalan un uso independiente de estas subescalas, que además tienen suficiente *independencia conceptual*.

constructo general) conviene tener un plan previo orientador y redactar los ítems con este propósito.

6. Referencias bibliográficas

1. AAMONT, M.G. and KIMBOROUGH, W.W. (1985). Comparison of Four Methods for Weighting Multiple Predictors. *Educational and Psychological Measurement,* 45, 477-482.
2. AMSTRONG, J.C. and SOELBERG, P. (1968). On the Interpretation of Factor Analysis. *Psychological Bulletin,* 70, 361-364.
3. ANASTASI, A. (1985). Some Emerging Trends in Psychological Measurement: A Fifty-Year Perspective. *Applied Psychological Measurement,* 9, 121-138.
4. ARMOR, D.J. (1974). Theta Reliability and Factor Scaling. In COSTNER, H.L., (Ed.). *Sociological Methodology 1973-1974.* San Francisco: Jossey-Bass, 17-50.
5. ÁVILA, ALEJANDRO y GIMÉNEZ DE LA PEÑA, ALMUDENA (1991). Adjectives in Psychological Assessment Tasks: Instruments and Applications in the Psychology of Emotion and Personality. *Evaluación Psicológica/Psychological Assessment,* 7, (3), 307-331
6. CAMPBELL, D. T. and FISKE, D.W. (1959). Convergent and Discriminant Validation by the Multitrait-Multimethod Matrix. *Psychological Bulletin,* 56, 81-105
7. CARMINES, E.G. and ZELLER, R.A. (1979). *Reliability and Validity Assessment.* Beverly Hills, Cal.: Sage.
8. CATTELL, RAYMOND B. and CATTELL, HEATHER E.P. (1995). Personality Structure and the New Fifth Edition of the 16PF. *Educational and Psychological Measurement,* 55, 6, 926-937.
9. COSTELLO, ANNA BLAND AND OSBORNE, JASON W. (2003). *Exploring best practices in Factor Analysis: Four mistakes applied researchers make.* Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, April 21, 2003, Chicago, IL.
10. COSTELLO, ANNA BLAND AND OSBORNE, JASON W. (2005). Best Practices in Exploratory Factor Analysis: Four Recommendations for Getting the Most from Your Analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation Vol. 10 (7)* disponible en http://pareonline.net/genpare.asp?wh=0&abt=10
11. DISTEFANO, CHRISTINE; ZHU, MIN and MÎNDRILĂ, DIANA (2009). Understanding and Using Factor Scores: Considerations for the Applied Researcher. *Practical Assessment, Research & Evaluation.* Volume 14, Number 20, http://pareonline.net/pdf/v14n20.pdf
12. ERDLE, STEPHEN; MURRAY, HARRY G. and RUSHTON, J. PHILIPPE **(**1985). Personality, Classroom Behavior, and Student Ratings of College Teaching Effectiveness; A Path Analysis. *Journal of Educational Psychology,* 77, 394-407
13. FIEDLER, F.E. (1950). A Comparison of the Therapeutic Relationships in Psychoanalytic, Non-Directive and Adlerian Therapy. *Journal of Consulting Psychology,* 14, 436-445.
14. FLEMING, J.S. (1985). An Index of Fit for Factor Scales. *Educational and Psychological Measurement,* 45, 725-728.
15. GABLE, R.K. and WOLF, MARIAN B. (1986). *Instrument Development in the Affective Domain.* Boston: Kluwer-Nijhoff.
16. GARCÍA JIMÉNEZ, EDUARDO; GIL FLORES, JAVIER y RODRÍGUEZ GÓMEZ, GREGORIO (2000). *Análisis factorial*. Madrid: La Muralla.
17. GARSON, G. DAVID (2003). *PA 765 Statnotes: An Online Textbook* http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/statnote.htm, Factor Analysis http://www2.chass.ncsu.edu/garson/pa765/factor.htm (última revisión 27, 08, 2003).
18. GAVIRIA SOTO, JOSÉ LUIS (1991). El problema de la indeterminación de las puntuaciones factoriales. *Revista española de Pedagogía,* 189, 239-260).

19. GISMERO, ELENA (1996). *Habilidades sociales y anorexia nerviosa.* Madrid: Universidad Pontificia Comillas.
20. GORSUCH, R.L. (1983). *Factor Analysis.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbraum Associates
21. GORSUCH, R.L. (1986a). *Common Factor Analysis vs. Components Analysis: Thoughts on Past Developments and Future Directions.* Paper presented at the annual meeting of the American Educational Research Association, San Francisco.
22. GORSUCH, R.L. (1986b). *Exploratory Factor Analysis,* (en prensa en 1986; copia enviada por el autor).
23. HAIR, JR., JOSEPH F.; ANDERSON, RALPH E.; TATHAM, RONALD L. and BLACK, WILLIAM C. (1999). *Análisis Multivariante,* 5ª edición. Madrid: Prentice Hall.
24. HATTIE, J. **(**1985). Methodology Review: Assessing Unidimensionality of Tests and Ítems. *Applied Psychological Measurement,* 9, 139-164.
25. HEISSE, D.R. (1974). Some Issues in Psychological Measurement. In COSTNER, H.L. (Ed.). *Sociological Methodology 1973-1974.* San Francisco: Jossey-Bass, 1-15.
26. HENSON, ROBIN K. and ROBERTS, J. KYLE (2006). Use of Exploratory Factor Analysis in Published Research: Common Errors and Some Comment on Improved Practice**.** *Educational and Psychological Measurement*, 66: 393-416
27. HOCEVAR, D., ZIMMER, J. and STROM, B. (1984). *The Confirmatory Factor Analytic Approach to Scale Development and Evaluation.* Paper presented at the annual meeting of the National Council on Measurement in Education, New Orleans.
28. HORN, J. L. (1965). A rationale and test for the number of factors in factor analysis. *Psychometrika, 30,* 179-185.
29. KIM, JAE-ON and MUELLER, CHARLES W. (1994). Factor Analysis, Statistical Methods and Practical Issues En LEWIS-BECK, MICHAEL S. (Ed.) (1994). *Factor Analysis and Related Techniques*. London: Sage Publications, 75-155
30. KLINE, PAUL (1986). *A Handbook of Test Construction.* New York: Methuen.
31. KLINE, PAUL (1994). *An Easy Guide to Factor Analysis.* Newbury Park: Sage.
32. LEDESMA, RUBÉN DANIEL and VALERO-MORA, PEDRO (2007). Determining the Number of Factors to Retain in EFA: an easy-to-use computer program for carrying out Paralell Analysis. *Practical Assessment, Research and Evaluation,* Vol. 12, n. 2 http://pareonline.net/pdf/v12n2.pdf
33. LONG, J. SCOTT (1983), *Confirmatory Factor Analysis: A Preface to LISREL,* Paper Series on Quantitative Applications in the Social Sciences, Newbury Park & London, Sage
34. MARSH, HERBERT W., and HOCEVAR, D. (1983). Confirmatory Factor Analysis of Multitrait-Multimethod Matrices*. Journal of Educational Measurement,* 20, 231-248
35. MARSH, H.W. and O'NEILL, R. (1984). Self-Description Questionnaire III: the Construct Validity of Multidimensional Self-Concept Ratings by Late Adolescents. *Journal of Educational Measurement,* 21, 153-174.
36. MCDONALD, R.P. (1981). The Dimensionality of Tests and Ítems. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology,* 34, 100-107.
37. MINKE, AMY (1997). *The Six Two-Mode Factor Analytic Models* http://mirror.eschina.bnu.edu.cn/Mirror1/accesseric/ericae.net/ft/tamu/FACTO.html (consultado 17 Dic. 2004).
38. MORALES, PEDRO (2006). *Medición de actitudes en psicología y educación, construcción de escalas y problemas metodológicos.* 3ª edición revisada. Madrid: Universidad Pontificia Comillas.
39. MORALES, PEDRO, y VILLA, AURELIO (1993). *Relación entre personalidad del profesor y la evaluación de los alumnos.* Documento no publicado, Bilbao: Universidad de Deusto.

40. MUNDFROM, DANIEL J.; SHAW, DALE G.; LU KE, TIAN, KNOFCZINSKI, GREG AND MCFANN, KIM (2003). *Minimum Sample Size for Exploratory Factor Analysis*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, April 21, 2003, Chicago, IL.
41. MUNZ, JOSEPH (1994). *Factores afectivos en la adquisición de una lengua extranjera.* Documento no publicado. Madrid: Universidad Pontificia Comillas.
42. MURRAY, HARRY G., RUSHTON, J. PHILIPPE and PAUNONEN, SAMPO V. (1990). Teacher Personality Traits and Student Instructional Ratings in Six Types of University Courses. *Journal of Educational Psychology,* 82, 250-261.
43. NUNNALLY, JUM C. (1955). An Investigation of Some Propositions on Self-Conception: The Case of Miss Sun. *Journal of Abnormal and Social Psychology*, 50, 87-92.
44. NUNNALLY, JUM C. (1978). *Psychometric Theory.* New York: McGraw-Hill.
45. NUNNALLY, JUM C. and BERNSTEIN, IRA H. (1994). *Psychometric Theory,* third edition. New York: McGraw-Hill.
46. OLIVER, AMPARO y TOMÁS, JOSÉ MANUEL (1995). Índices de ajuste absolutos e incrementales: comportamiento del Análisis Factorial Confirmatorio con muestras pequeñas. *Psicológica,* 16, 49-63
47. OSBORNE, JASON W. & COSTELLO, ANNA B. (2004). Sample size and subject to item ratio in principal components analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 9(11). http://PAREonline.net/getvn.asp?v=9&n=11 (consultado 17 Dic. 2004).
48. RAHIM, M.A. and PSENICKA, C. (1984). Comparison of Reliability and Validity of Unweighted and Factor Scales. *Psychological Reports,* 55, 439-445.
49. RAO, NIRMALA and SACHS, JOHN (1999). Confirmatory Factor Analysis of the Chinese Version of the Motivated Strategies for Learning Questionnaire. *Educational and Psychological Measurement,* 59 (6), 1016-1029.
50. RENNIE, KIMBERLY M. (1997). *Exploratory and Confirmatory Rotation Strategies in Exploratory Factor Analysis.* Paper presented at the annual meeting of the Southwest Educational Research Association, Austin, January, 1997. http://mirror.eschina.bnu.edu.cn/Mirror1/accesseric/ericae.net/ft/tamu/Rota.htm (consultado 17 Dic. 2004)
51. ROSENTHAL, ROBERT and ROSNOW, RALPH L. (1991). *Essentials of Behavioral Research, Methods and Data Analysis.* Boston: McGraw-Hill.
52. SALGADO, JESÚS F. (1996). Análisis Exploratorio y Confirmatorio del Inventario de Personalidad de Cinco Factores (IP/5F). *Psicológica,* 17, 353-366.
53. SPECTOR, PAUL E. (1992). *Summating Ratings Scale Construction: An Introduction.* Newbury Park & London: Sage.
54. STANLEY, J.C. and WANG, M.W. (1970). Weighting Test Items and Test-Item Options, an Overview of the Analytical and Empirical Literature. *Journal of Educational Statistics,* 4, 207-230.
55. STAPLETON, CONNIE D. (1997a). *Basic Concepts in Exploratory Factor Analysis (EFA) as a Tool to Evaluate Score Validity: A Right-Brained Approach*. Paper presented at the annual meeting of the Southwest Educational Research Association, Austin, reproducido en *How To Series* http://mirror.eschina.bnu.edu.cn/Mirror1/accesseric/ericae.net/ft/tamu/Efa.html
56. STAPLETON, CONNIE D. (1997b). *Basic Concepts and Procedures of Confirmatory Factor Analysis* http://mirror.eschina.bnu.edu.cn/Mirror1/accesseric/ericae.net/ft/tamu/Cfa.html (consultado 17 Dic. 2004).
57. STATSOFT, INC. (2002). *Electronic Statistics Textbook*. Tulsa, OK: StatSoft. WEB: http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html.

58. STERNBERG, R. J. (1992). *Psychological Bulletin*'s top 10 "hit parade". *Psychological Bulletin* , 112, 387-388
59. THOMPSON, BRUCE (1997). The Importance of Structure Coefficients in Structural Equation Modeling Confirmatory Factor Analysis. *Educational and Psychological Measurement,* 57 (1), 5-19.
60. THOMPSON, BRUCE and DANIEL, LARRY G. (1996). Factor Analytic Evidence for the Construct Validity of Scores: A Historical Overview and Some Guidelines. *Educational and Psychological Measurement,* 56 (2), 197-208.
61. THORNDIKE, R.L. (1982). *Applied Psychometrics,* Boston: Houghton-Mifflin.
62. TRECHERA, JOSE LUIS (1997). *El trastorno narcisista de la personalidad: concepto, medida y cambio.* Córdoba: Publicaciones ETEA.
63. VAN PROOIJEN, JAN-WILLEM and VAN DER KLOOT, WILLEM A. (2001). Confirmatory Factor Analysis of Exploratively Obtained Factor Structures. *Educational and Psychological Measurement,* 61 (5), 777-792.
64. WANG, M.W. and STANLEY, J.C. (1970). Differential Weighting: a Review of Methods and Empirical Studies. *Review of Educational Research,* 40, 663-705.