Ejercicio: Muestreo sistemático

Seleccionar sobre la población base 16 elementos mediante un muestreo sistemático. Emplear una grilla de muestreo de una unidad por cada conjunto de 5×5 unidades, es decir el intervalo de muestreo (a) es 25. Para comenzar la identificación de las unidades muestrales, primero seleccione dentro de la primera cuadricula de la población un elemento aleatoriamente (utilice la función `sample()` de R entre 1 y a) y a partir de éste determine la misma distribución para las siguientes cuadrículas que cubren toda la población de interés. Anote el número del elemento seleccionado y el respectivo valor de la variable aleatoria y en la siguiente tabla.

i	No. elemento	y_i	i	No. elemento	y_i	i	No. elemento	y_i
1			7			13		
2			8			14		
3			9			15		
4			10			16		
5			11					
6			12					

A partir de estos datos obtenidos de su muestra, obtenga los siguientes estadísticos, y procure siempre escribir las unidades de medición de cada uno de estos.

1. Estimador de la media poblacional ($\widehat{\mu}$)

$$\widehat{\mu} = \bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i = \boxed{} \tag{1}$$

   Note que este estimador es la media aritmética ($\bar{y}$).

2. Estimador de la varianza de la variable aleatoria ($\widehat{\sigma}_y^2$)

$$\widehat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2 = \boxed{} \tag{2}$$

3. Desviación estándar ($\widehat{\sigma}_y$)

$$\widehat{\sigma}_y = \sqrt{\widehat{\sigma}_y^2} = \boxed{} \tag{3}$$

4. Coeficiente de variación (CV)

$$CV\,\%(y) = 100\,\frac{\widehat{\sigma}_y}{\bar{y}} = \boxed{} \tag{4}$$

5. Error estándar del estimador de la media poblacional en muestreo sistemático ($\widehat{\text{SE}}\left[\widehat{\mu}_{y,sis}\right]$)

$$\widehat{\text{SE}}\left(\widehat{\mu}_{y,sis}\right) = \sqrt{\left(\frac{1}{n} - \frac{1}{N}\right) \sum_{i=2}^{n} \frac{\left(\Delta y_i\right)^2}{2(n-1)}}, \tag{5}$$

donde Δy_i corresponde a diferencias sucesivas entre los elementos de la muestra, como sigue

$$\Delta y_i = \left(y_i - y_{i-1}\right), \tag{6}$$

Este estadístico se puede expresar en términos porcentuales, al expresarlo como una fracción del valor del estimador (i.e., media aritmética), mediante la siguiente expresión

$$\widehat{\text{SE}}\left(\widehat{\mu}_{y,sis}\right)\% = 100\ \frac{\widehat{\text{SE}}\left(\widehat{\mu}_{y,sis}\right)}{\bar{y}} = \boxed{} \tag{7}$$

6. Error de muestreo para un 90 % de confianza estadística.

$$\text{EM}_{(\widehat{\mu}_{y,sis},\alpha)} = \widehat{\text{SE}}\left(\widehat{\mu}_{y,sis}\right) t_{(1-\frac{\alpha}{2},n-1)} = \boxed{} \tag{8}$$

donde: $t_{(1-\frac{\alpha}{2},n-1)}$ es el valor cuantil de la distribución de t-student para una probabilidad de $1-\frac{\alpha}{2}$ y $n-1$ grados de libertad; y α es el nivel de significancia. En este caso entonces, $\alpha = 0{,}1$.

$t_{(1-\frac{\alpha}{2},n-1)} = \boxed{}$

El error de muestreo también se puede expresar en porcentaje al dividirlo por el valor del estimador (i.e., media aritmética), como sigue

$$\text{EM}_{(\widehat{\mu}_{y,sis},\alpha)}\% = 100\ \frac{\text{EM}_{(\widehat{\mu}_{y,sis},\alpha)}}{\bar{y}} = \boxed{} \tag{9}$$

7. Intervalo de confianza al 90 % estadístico para el estimador

$$\bar{y} \pm \text{EM}_{(\widehat{\mu}_{y,sis},\alpha)}$$

$$\text{límite inferior: } \bar{y} - \text{EM}_{(\widehat{\mu}_{y,sis},\alpha)} = \boxed{} \tag{10}$$

$$\text{límite superior: } \bar{y} + \text{EM}_{(\widehat{\mu}_{y,sis},\alpha)} = \boxed{} \tag{11}$$