

UN MODELO OPTIMIZADOR DE CORTA Y TROZADO EN  
Eucalyptus globulus

Artículo incluido en:  
Modelos Forestales  
Taller Internacional  
IUFRO- INFOR  
21-22 de Marzo de 1991  
Santiago de Chile

Patricio Corvalán V. (1)

RESUMEN

Se propone un sistema de evaluación físico-económico que resuelva el problema de asignar óptimamente el nivel de corta y trozado de un rodal, limitado en la colocación de sus productos en el mercado.

Se trata de un modelo operativo, dirigido a planificar la extracción de un bosque generando indicaciones concretas respecto al número de árboles por hectárea a cortar y su forma de trozado, para producir una combinación de producción óptima desde el punto de vista económico.

El modelo propuesto resuelve a través de programación lineal el problema de maximizar los beneficios netos de la explotación, que produce un conjunto de productos opcionales (trozos de distintas dimensiones), sujeto a restricciones de no exceder la capacidad de venta y la existencia del recurso boscoso.

La matriz de coeficientes técnicos correspondientes a los productos opcionales se generan a partir de una muestra dendrométrica, sometida a un proceso de simulación de trozado (Simutroz, Corvalán, 1984).

DESCRIPTORES: Optimización, corta, trozado, Eucalyptus globulus.

(1) Ingeniero Forestal, Magister Manejo de Recursos Forestales (c), Depto. de Manejo de Recursos Forestales, Facultad de Cs. Agrarias y Forestales, Univesidad de Chile.

Las variables de decisión corresponden al número de árboles por unidad de superficie que deben ser volteados en la clase diamétrica indicada y con el esquema de trozado seleccionado.

El modelo se analiza y ejemplifica para un caso de explotación de una cortina cortavientos de eucalyptus en que se pueden vender seis productos.

#### ABSTRACT

A physical and economic evaluation system is proposed that resolves the problem of determining the optimal harvesting level of a stand that has limited markets.

The system is in the form of an operating model, used to plan the timber harvest, that gives instructions as to the number of trees to be cut per hectare and how the trees are to be cut to yield the combination of products with the highest value.

The model solves, through linear programming, the problem of maximizing the net proceeds of a timber harvest that produces varied products of different log lengths subject to the restrictions of not exceeding the sale capacity or the forest stocking.

The matrix of technical coefficients corresponding to optional products is generated from a dendrometric used to simulate the timber cutting.

The decision variables are the number of trees per surface area which must be felled in each diameter class and the selected cutting scheme.

The model is used to analyze the harvest of a eucalyptus windbreak where six different products are to be produced.



## 1.0 INTRODUCCION

La existencia de un mercado nacional para productos de Eucalipto, amplio en dimensiones físicas, especialmente de monte bajo, donde se transan por lo menos una decena de ellos, presenta al momento de la explotación del bosque algunas interrogantes de interés, tanto para el productor como para el comerciante.

Las preguntas relevantes son: ¿Qué cantidad de recurso satisface los compromisos de venta? ¿Cuál de ellos presenta el máximo beneficio económico? ¿Cómo implementar esa solución prácticamente?.

La formulación de un modelo que aproxima una respuesta a estas interrogantes, constituye el tema del presente documento.

Se presenta este modelo en atención a la falta de herramientas de planificación para la explotación existente en este rubro, donde es común encontrar problemas de este tipo:

- Trozado de fustes a la libre voluntad del cortador
- Excesos o déficit de producción en relación a la capacidad de venta.
- Pérdida física o económica en la explotación y venta por no selección óptima de alternativas.

Estos son los principales temas que contiene este trabajo.

## DEFINICION DEL PROBLEMA

### Restricciones físicas

El bosque o mejor dicho, los árboles como fuente de materia prima, presentan distintas posibilidades para generar productos alternativos, atendiendo a sus dimensiones y calidades. Los productos a su vez, por estar restringidos físicamente en sus dimensiones límites y calidades, presentan rendimientos variados para un mismo árbol, en atención a la forma de trozado o combinación de productos que de él se haga y de las características del árbol.

Dadas estas condiciones, el problema se puede plantear inspeccionando los rendimientos alternativos del bosque en función del tamaño de sus árboles.

### Restricciones de mercado

Los productores, de alguna forma conocen el límite de venta para sus productos. Por esta razón, esencialmente, debe seleccionarse de las alternativas físicas, aquellas que satisfagan las capacidades de colocación en los mercados.

### Enfoques especiales del problema

Los objetivos específicos del proyecto pueden variar pudiendo ser éstos: mínimos costos, máximo beneficio neto, mínima pérdida de desechos, etc.

Las restricciones físicas y de mercado también son muy particulares, siendo en general estricta en el caso del comprador de materia prima y simplemente acotada por la existencia para el productor.



### Restricciones operativas

No basta con generar alternativas de corta, ya que estas deben ser ejecutables.

Es habitual que el cortador troce libremente los árboles tratando de aprovechar físicamente toda la materia prima. Esta práctica no está desligada de la forma de pago que se convenga, pudiendo resultar el criterio de corta, de la maximización de esfuerzo del cortador, y no de objetivo explícito del empresario.

Por esta razón las alternativas de corta que se generen deben ser perfectamente transmitibles al operador como una orden no sujeta a dudas.

### FORMULACION DE UN MODELO GENERAL

En general se puede proponer el siguiente modelo:

Maximizar:

$$A \cdot \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m X_{ij} \sum_{k=1}^n P_{ijk} \cdot (I_k - C_k)$$

$$\sum_{j=1}^m X_{ij} \leq N_i \quad \forall i$$

$$A \sum_{i=1}^l \sum_{j=1}^m P_{ijk} \cdot X_{ij} \leq d_k, \quad \forall k \quad X_{ij} \geq 0, \quad \forall_{ij}$$

donde:

- $A$  : Es la superficie del rodal a cortar, en hectáreas  
 $x_{ij}$  : Es el número de árboles por hectárea de la clase diamétrica  $i$ , a ser cortada con el programa de corte  $j$ .  
 $N_i$  : Es el número de árboles por hectárea en el rodal de la clase diamétrica  $i$ .  
 $P_{ijk}$  : Es el número de productos medio tipo  $k$ , a obtener por árbol de la clase diamétrica  $i$ , con el programa de corte  $j$ .  
 $I_k$  : Es el precio de venta unitaria para el producto  $k$ .  
 $C_k^k$  : Es el "costo" de producción unitario del producto tipo  $k$ .  
 $d_k$  : Es la "demanda" del producto tipo  $k$ .

Gráficamente se puede presentar la siguiente matriz de producción:

#### PROGRAMAS DE ORDENES DE CORTA ALTERNATIVOS

	1	...	j	...	n										
Número promedio de productos por árbol															
P R O D U C T O															
Clase día métrica	1	...	k	...	n	1	...	k	...	n	1	...	k	...	n
1	$p_{111}$	...	$p_{11k}$	...	$p_{11n}$	$p_{1j1}$	...	$p_{1jk}$	...	$p_{1jn}$	$p_{1n1}$	...	$p_{1nk}$	...	$p_{1nn}$
.	.		.		.	.		.		.	.		.		.
.	.		.		.	.		.		.	.		.		.
.	.		.		.	.		.		.	.		.		.
i	$p_{i11}$	...	$p_{i1k}$	...	$p_{i1n}$	$p_{ij1}$	...	$p_{ijk}$	...	$p_{ijn}$	$p_{in1}$	...	$p_{ink}$	...	$p_{inn}$
.	.		.		.	.		.		.	.		.		.
.	.		.		.	.		.		.	.		.		.
.	.		.		.	.		.		.	.		.		.
2	$p_{211}$	...	$p_{21k}$	...	$p_{21n}$	$p_{2j1}$	...	$p_{2jk}$	...	$p_{2jn}$	$p_{2n1}$	...	$p_{2nk}$	...	$p_{2nn}$



El contenido de esta matriz es el estimador del número de productos promedio que genera cada orden de corta en cada clase diamétrica.

La solución en consecuencia será conocer que cantidad de árboles por hectárea debe cortarse en la clase diamétrica  $i$ , con el programa de corte  $j$ .

Este modelo no considera características individuales en la clase diamétrica, sino su situación promedio; puede en consecuencia existir una subutilización a nivel individual.

Es factible implementar soluciones individuales, con óptimo de conjunto, no siendo este el caso que nos interesa.

El modelo en resumen define el número de árboles por hectárea que debe cortarse en la clase diamétrica  $i$ , con el programa de corte  $j$ , que maximice el ingreso neto de la explotación, sujeto a las restricciones de venta y existencia.

En términos prácticos se implementa ordenando a la cuadrilla de explotación medir el diámetro estándar previo al volteo de los individuos y ejecutando la orden seleccionada, en un número de árboles igual al indicado por la solución óptima.

Esta situación indiferente respecto a la distribución espacial de los individuos a cortar, pudiendo ser ésta agrupado (tala rasa) o espaciada (raleos). No se trata de un modelo silvícola, aunque es posible implementarlo.

Este modelo es estático, o sea de decisiones instantáneas. Podría constituir parte de un modelo dinámico.

Tampoco supone posibles diferencias entre estratos, pudiendo agregarse éstas a un nivel superior y considerar esta variable en la identificación de la solución.



En general es un modelo sencillo, muy básico, a partir del cual se pueden adaptar formulaciones particulares.

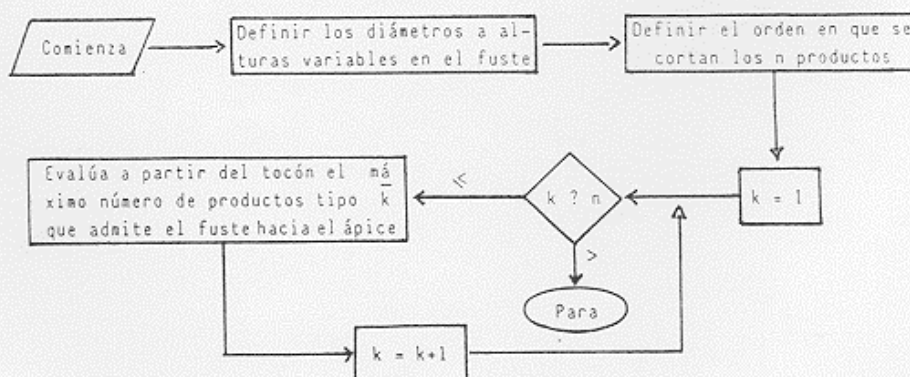
#### CONSTRUCCION DEL MODELO

Es necesario fijar los siguientes parámetros:

##### Parámetros técnicos

- a)  $P_{ijk}$  : La ejecución de una orden de corta, es en sí una regla determinista. Sin embargo, su aplicación en una muestra, genera resultados aleatorios. Es posible entonces a partir de una muestra de este tipo, hacer estimaciones de los parámetros poblacionales de interés, en este caso  $P_{ijk}$ .

Se puede representar el siguiente diagrama de flujo de evaluación de órdenes de corta, en un árbol.



Esta esquemática representación debe incluir todos los casos posibles y que son comunes, tales como fustes cilíndricos, con engrosamientos en altura, etc.

Los  $p_{ijk}$  se generan entonces repitiendo en cada árbol muestra las  $n_{ijk}$  ordenes de corta. De este proceso se obtiene un estimador del verdadero número de productos por hectárea, el cual se expande a la población.

Es interesante evaluar la utilidad de los modelos fustales o curvas de ahusamiento, como alternativa al uso de interpoladores en la evaluación de alternativas de trozado.

- b)  $N_i$  : Otro parámetro necesario es el número de árboles por hectárea de la clase diamétrica  $i$ , el cual se obtiene con las técnicas habituales de inventarios forestales.
- c)  $A$  : El área o superficie boscosa se obtiene de las técnicas habituales de fotogrametría y planimetría.

#### Parámetros económicos y de mercado

- a)  $d_k$  : Es necesario conocer la capacidad de venta por producto. Se debe en consecuencia estimar esta restricción haciendo uso de información de mercado, o fijarla, conociendo los compromisos de venta contraídos.
- b)  $I_k$  : El ingreso bruto o precio de venta del producto  $k$  es otra variable que se puede puntualizar.

Se puede establecer también proyección de precios; precios fijados en compromisos ya contraídos, o simplemente precios supuestos en base a datos históricos.

- c)  $C_k$  : El costo unitario de producción requiere de un estudio de costos. Existe mayor dificultad en la fijación de valores unitarios de costo que precio, debido a que existen costos



fijos, difíciles de estimar independientes del tamaño de los árboles y de los productos, y que se pueden o no considerar.

Si se agregan los costos fijos a la función objetivo, se obtendrá la misma solución que en el caso anterior, sólo que el valor de ésta es el beneficio neto real.

Los ítems que componen el costo fijo por árbol son volteo, mensura de la clase diamétrica, apilado de desechos, costo de la materia prima (bosque o árbol), costo de administración, de caminos, mantención, etc. Los costos variables son principalmente el trozado, descortezado, arrumado, transporte, impregnación y stock.

Si no se dispone de datos deben estimarse por la vía teórica o controlando rendimientos.

#### SOLUCION DEL MODELO

La utilización se puede implementar utilizando paquetes estándares de programación lineal existentes en las bibliotecas de computadores o en microcomputadores dependiendo de la envergadura del problema.

Así como aquí se presenta, la cantidad de restricciones es igual a  $1 + n$  y las variables de decisión pueden llegar a  $1 \times m$ .

#### EJEMPLO

Un agricultor de Santo Domingo desea vender 10.150 m lineales de una cortina cortavientos de Eucalipto de unos 50 años. El inventario arroja los siguientes valores totales.

TABLA A  
TABLA DE RODAL Y EXISTENCIA

Iésima Clase DAP	Clase de DAP (cm)	Número de árboles totales (Ni)	Volúmen cúbico hasta 10 cm
1	25 ≤ D < 30	290	139
2	30 ≤ D < 35	290	324
3	35 ≤ D < 40	363	371
4	40 ≤ D < 45	363	696
5	45 ≤ D < 50	290	547
6	50 ≤ D < 55	181	406
7	55 ≤ D < 60	218	623
8	60 ≤ D < 65	109	396
9	65 ≤ D < 70	36	169
10	70 ≤ D < 75	181	810
11	75 ≤ D < 80	73	352
12	80 ≤ D < 85	73	529
13	85 ≤ D < 90	36	297
14	90 ≤ D ≤ 100	73	516
T O T A L		2.576	6.175

El mercado local le permite colocar los siguientes productos.

TABLA B  
CARACTERISTICAS DE LOS PRODUCTOS OPCIONALES

Productos	Tipo de producto	Ø mayor (cm)	Ø menor (cm)	Largo (m)	Precio bruto de venta (\$/m³) (1987)	Costo de producción (\$/m³) (1987)
1	Postes de minería	90	40	8,3	2.784	1.000
2	Postes de minería	90	40	4,3	2.360	1.100
3	Trozos de aserradero	80	20	3,2	5.380	3.060
4	Trozos de aserradero	50	22	1,22	5.380	3.350
5	Leña industrial	110	15	1,10	1.830	650
6	Leña corta	110	10	0,3	1.950	700



El productor puede vender hasta 1.200 m<sup>3</sup> de postes de minería largos; 1.500 m<sup>3</sup> de postes de minería cortos; 40.000 m<sup>3</sup> de trozos para aserrío tipo largo; 20.000 m<sup>3</sup> de trozos para aserrío tipo corto y al menos 300 m<sup>3</sup> de leña industrial. No tiene restricciones para leña corta.

Para hacer operativa la explotación decide formular los siguientes programas de órdenes de trozado.

TABLA C  
ORDENES DE TROZADO

Tipo de orden de trozado	Tipos de producto a obtener priorizados en el orden indicado
1	1,2,3,4,5,6
2	1,5,6
3	2,5,6
4	3,5,6
5	4,5,6
6	5,6

#### METODOLOGIA DE CALCULO

#### 2.0 DETERMINACION DE RENDIMIENTOS POR ALTERNATIVA DE TROZADO

##### 2.1 Simulación de trozado

Se debe simular para cada árbol en una submuestra de las parcelas del inventario, la producción para cada uno de los productos a obtener de cada alternativa de trozado.

En este caso se utilizó un programa computacional denominado SIMUTROZ (Corvalán, 1984), que realiza esta operación.

En la Fig. 1 que a continuación se presenta, se muestra una de las salidas del programa para dos casos de árboles submuestra

(el número indica el árbol y la letra el tipo de orden de trozado, ej. 1.B es el árbol 1 evaluado bajo la orden de trozado 2).

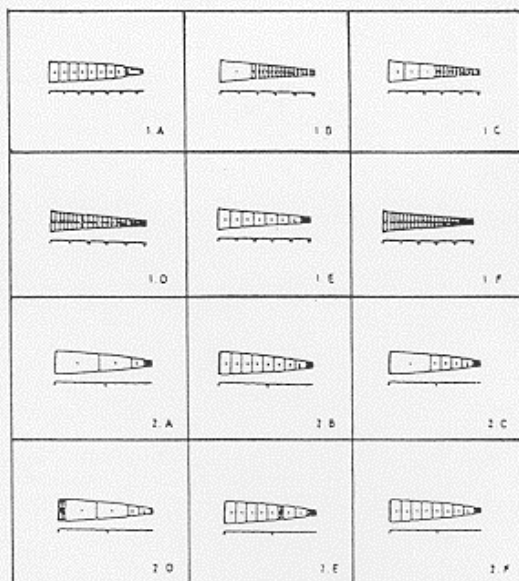


FIGURA 1  
SECUENCIA GRAFICA DE ALTERNATIVAS DE TROZADO  
PARA DOS ARBOLES MUESTRA

Se observará que una vez fijada la prioridad de obtención del producto dentro de la orden de trozado éste se puede obtener en cualquier posición en el árbol.

En la práctica el cortador debe seguir estrictamente la orden de corta indicada, esto es, busca desde la base del árbol hacia el ápice el producto de primera prioridad y troza el máximo posible de obtener de este producto (en la foto 2.E. por ejem.: corta el producto de primera prioridad a los 6,2 m y otro a los 7,5 m), luego sobre los trozos residuales busca el producto de segunda prioridad y troza el máximo de este tipo (en la foto 2.E.



la obtiene desde la base) y así sucesivamente hasta el producto de última prioridad.

Es conveniente siempre en todas las alternativas de órdenes de trozado combinar los productos que de alguna manera aprovechen al máximo el trozo (en el ejemplo todas las alternativas incluyen la leña, que tiene bajas restricciones en dimensiones).

### 1.2 Estimación de parámetros productivos de la cortina

Una vez conseguido para cada árbol submuestra el rendimiento en m<sup>3</sup> para cada alternativa de trozado y productos se debe obtener los estimadores promedio con los que se realizarán las inferencias a toda la población.

En este caso se obtuvo una tabla de rendimientos esperados para cada clase diamétrica.

### 3.0 OBTENCION DEL INGRESO NETO PARA CADA TIPO DE ORDEN DE TROZADO

Se debe obtener para cada clase diamétrica la utilidad neta esperada para cada tipo de orden de trozado. Para ello se multiplica el ingreso neto esperado para cada tipo de producto expresado en \$/m<sup>3</sup> por el volumen del producto en m<sup>3</sup>, luego se deben agregar todos los ingresos netos de todos los productos a obtener en la alternativa de trozado.

En el caso se obtuvo la siguiente tabla de ingresos netos esperados por tipo de orden de corta y clase diamétrica por árbol.

**TABLA D**  
**INGRESO NETO ESPERADO (\$/árbol)**

Clase de DAP (cm)	Tipo de Orden de trozado					
	1	2	3	4	5	6
25 ≤ D < 30	754	570	570	754	721	570
30 ≤ D < 35	2.356	1.321	1.321	2.311	2.083	1.321
35 ≤ D < 40	2.168	1.172	1.172	2.147	1.913	1.172
40 ≤ D < 45	4.119	2.340	2.278	4.238	3.708	2.264
45 ≤ D < 50	3.863	2.410	2.292	4.316	3.732	2.256
50 ≤ D < 55	4.205	2.981	2.727	5.036	4.048	2.645
55 ≤ D < 60	5.547	4.383	3.507	6.504	4.780	3.371
60 ≤ D < 65	6.818	5.782	4.509	8.268	5.507	4.290
65 ≤ D < 70	8.673	7.433	5.852	10.806	6.982	5.563
70 ≤ D < 75	8.132	7.091	5.566	10.237	6.378	5.294
75 ≤ D < 80	8.585	7.732	6.062	10.741	6.524	5.773
80 ≤ D < 85	13.372	12.141	9.030	15.993	9.633	8.614
85 ≤ D < 90	14.857	13.393	10.100	16.287	10.852	9.770
90 ≤ D ≤ 100	10.817	9.995	8.152	11.188	8.479	7.761

#### FORMULACION DEL MODELO

El caso se puede plantear como el siguiente:



### Problema de Programación Lineal

MAX	754	X 11 + .....	+ 7.761 X146		
S.A.		X 11 + .....	+ X 16	≤	290
		X 21 + .....	+ X 26	≤	290
		X 31 + .....	+ X 36	≤	363
		X 41 + .....	+ X 46	≤	363
		X 51 + .....	+ X 56	≤	290
		X 61 + .....	+ X 66	≤	181
		X 71 + .....	+ X 76	≤	218
		X 81 + .....	+ X 86	≤	109
		X 91 + .....	+ X 96	≤	36
		X101 + .....	+ X106	≤	181
		X111 + .....	+ X116	≤	73
		X121 + .....	+ X126	≤	73
		X131 + .....	+ X136	≤	36
		X141 + .....	+ X146	≤	73
0,		X 11 + .....	+ 3,521 * X142	≤	1.200
0,		X 11 + .....	+ 3,592 * X143	≤	1.500
0,162		X 11 + .....	+ 2,825 * X144	≤	40.000
0,		X 11 + .....	+ 0,389 * X145	≤	20.000
0,244		X 11 + .....	+ 6,476 * X146	≤	300

Donde:

- La función objetivo consiste en maximizar la utilidad neta de la explotación.
- No se puede cortar más árboles de los que se posee.
- No se debe sobrepasar el límite de venta de los productos 1 al 4 y debe producir como mínimo 300 m3 de leña industrial.

La variable de decisión es el número de árboles de la décima clase diamétrica a ser cortado con el jota-ésimo programa de corte (Xij).

El problema se resolvió en un microcomputador utilizando el programa LINDO (LINUS SCHRAGE, University of Chicago). Los resultados son los siguientes.

TABLA E  
VOLUMENES TOTALES (m<sup>3</sup>)

Clase DAP (cm)	N° de Arb. a cortar	Orden de corta	Productos			
			3	4	5	6
25< D < 30	290	1	46,980	--	64,960	26,680
30< D < 35	290	1	252,010	15.080	39,150	17,690
35< D < 40	363	1	309,639	9.438	29,766	12,342
40< D < 45	363	4	628,716	--	47,553	19,239
45< D < 50	290	4	523,740	--	19,430	11,310
50< D < 55	181	4	379,376	--	19,005	7,421
55< D < 60	218	4	599,064	--	13,298	10,246
60< D < 65	109	4	380,083	--	11,336	5,014
65< D < 70	36	4	165,528	--	3,096	1,116
70< D < 75	181	4	786,083	--	11,403	12,851
75< D < 80	73	4	321,784	--	6,789	23,725
80< D < 85	73	4	476,398	--	50,516	2,190
85< D < 90	36	4	205,452	--	73,764	18,144
90< D < 100	73	4	206,225	--	9,12	262,070
TOTAL	2.576		5.281,078	24,518	399,191	430,038

El valor esperado de la explotación es de \$ 13.310.465. Considere que destinar el total de madera a leña generaría ingresos sólo por \$ 7.260.689. De ahí la conveniencia de evaluar alternativas que optimicen el aprovechamiento del recurso.

#### Algunos Alcances de Ejemplo

Se utilizó un caso real. Si se observan las utilidades esperadas por metro cúbico por tipo de producto, se debería esperar la mayor proporción de producción en madera aserrada, luego postes de minería y finalmente leña.

Dado que la capacidad de compra del mercado para madera aserrada es casi 6,4 veces la disponibilidad bruta total de materia prima del productor, los resultados parecen casi obvios.



Sin embargo, si la disponibilidad de materia hubiera sido muy superior a la capacidad del mercado, la respuesta no sería trivial.

La formulación de las prioridades tiene mucha importancia en la mejoría de los resultados. Si tal vez se hubiera ordenado por precios estrictamente, se hubiera conseguido una mejoría en la función objetivo (utilidad total). En este caso se priorizó por longitud del trozo.

En definitiva la sola formulación y solución del problema no asegura un óptimo absoluto. Debe atenderse en consecuencia un orden de trozado en que las prioridades consideren tanto ingreso neto, dimensiones de los productos y operatividad en la ejecución del trozado.

#### BIBLIOGRAFIA

- BARROS, V.O. 1974. Investigación operativa. Análisis de sistema. Volumen 1: Metodología y Técnicas. 2a ed. Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Universidad de Chile. 213 p.
- CORVALAN, P. 1984. 1er. Seminario: "Computación, Investigación y enseñanza en el Sector Agrosilvopecuario". Facultad de Ciencias Agrarias, Veterinarias y Forestales, Universidad de Chile.
- GORDON, G. 1980. Simulación de Sistemas. Editorial Diana. México 335 p.
- GREENE, J.H. 1971. Planteamiento y Control de Producción. Editorial El Ateneo. Buenos Aires. 210 p.
- MORALES, R. et al. 1979. Modelos de simulación y manejo para plantaciones forestales. F.O.D.P/CHI/176/003. Documento de Trabajo N° 30. CONAF/PNUD. Chile. 114 p.
- VARELA, J. E. 1982. Investigación de Operaciones. Fondo Educativo Interamericano S.A. Colombia. 451 p.